



**CENTRO UNIVERSITÁRIO CHRISTUS**  
**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**LAÍSE SOUSA TELES**

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL DE  
RESERVATÓRIOS ENTERRADOS DE CONCRETO ARMADO**

**FORTALEZA**

**2020**

LAÍSE SOUSA TELES

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL DE  
RESERVATÓRIOS ENTERRADOS DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)  
apresentado ao curso de Engenharia Civil do  
Centro Universitário Christus, como requisito  
para obtenção do grau de bacharel em  
Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me. Bergson da Silva Matias

FORTALEZA

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Centro Universitário Christus - Unichristus  
Gerada automaticamente pelo Sistema de Elaboração de Ficha Catalográfica do  
Centro Universitário Christus - Unichristus, com dados fornecidos pelo(a) autor(a)

T269e Teles, Laíse Sousa.  
Estudo comparativo entre métodos de análise estrutural de reservatórios enterrados de concreto armado / Laíse Sousa Teles. 2020.  
74 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Centro Universitário Christus - Unichristus, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2020.  
Orientação: Prof. Me. Bergson da Silva Matias .

1. Elementos Finitos. 2. SAP2000. 3. Métodos Simplificados. I. Título.

CDD 624

LAÍSE SOUSA TELES

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL DE  
RESERVATÓRIOS ENTERRADOS DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)  
apresentado ao curso de Engenharia Civil do  
Centro Universitário Christus, como requisito  
para obtenção do grau de bacharel em  
Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me. Bergson da Silva Matias

Aprovada em \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Me. Bergson da Silva Matias

Centro Universitário Christus (UNICHRISTUS)

---

Prof. Esp. Agérbon César Cunha da Nóbrega

Centro Universitário Christus (UNICHRISTUS)

---

Prof. Me. Erivano Lucio Passos

Centro Universitário Christus (UNICHRISTUS)

Ao meu pai Domingos Teles e minha mãe  
Conceição Teles, por idealizarem e realizarem  
comigo o sonho da graduação.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço aos meus pais por me ensinarem desde cedo o significado do estudo, da responsabilidade, dedicação e por sempre me incentivarem a lutar pelos meus sonhos. Ao meu pai, Domingos Teles, por ser meu maior exemplo de honestidade, garra e paixão pelo trabalho, e minha mãe Conceição, por todo cuidado e atenção em todos os momentos, principalmente nos mais difíceis, onde nunca faltou.

Ao professor Bergson Matias, pela orientação deste trabalho, pelo suporte e tempo que disponibilizou para me auxiliar e tirar dúvidas, além de ter me dado a oportunidade de prosseguir com meu trabalho sendo instruída por um profissional que tenho como referência. Agradeço também ao professor Eric Mateus Fernandes, pelos ensinamentos em sala de aula que me ajudaram a realizar este trabalho, pelo tempo de orientação, contribuições e incentivo.

Ao Leonardo Torquato por sempre acreditar em mim, me apoiar, incentivar e me inspirar. Por ser presente nessa jornada, sendo sempre companheiro nos meus momentos de estudos, diversão e descanso. Pela paciência, compreensão e carinho nos momentos difíceis. Obrigada com amor.

Às minhas amigas, que me proporcionam momentos de sociabilidade e descontração, compartilhando muitas vezes dificuldades parecidas, as quais esperamos futuramente lembrar com risadas. Em especial Vanessa Pinto e Ariele Pinto por serem minha segunda família e dividirem apartamento comigo por tantos anos, e sempre ouvirem minhas angústias. E minha prima Bárbara Saraiva, pois mesmo à distância, sempre permitiu que eu compartilhasse meus melhores momentos e também os não tão bons assim.

Aos meus amigos da Unicristus, que me acompanharam durante esses cinco anos e meio de curso, e dividiram comigo tantos aprendizados, momentos de estudos e diversão. Em especial as pessoas que pretendo levar para uma vida além da universitária, François Charron, Caio Dias, Laide Rodrigues e Taynah Lima. Obrigada amigos, por contribuírem em tantos aspectos para que eu chegasse até aqui.

## RESUMO

O trabalho apresenta um comparativo entre métodos de análise estrutural de reservatórios de água de concreto armado do tipo enterrado. Onde inicialmente explana conceitos básicos sobre o tema, como funcionalidades e posições em relação ao solo. Também são mencionadas as forças atuantes nos elementos para os casos em que o reservatório se encontra cheio e vazio, como também os diferentes métodos de análise. Em muitos casos, na análise estrutural, não se justifica a utilização de um modelo mais sofisticado, que costuma ser mais complexo e mais custoso numericamente. Em outras circunstâncias, a caracterização de uma análise em uma estrutura mais robusta pode resultar em equações impraticáveis por métodos analíticos fechados, o que torna indispensável a utilização de métodos numéricos. A busca tem sido, portanto, por modelos simples que incorporem as características fundamentais do problema e que forneçam soluções com precisão aceitável. Em vista disso, foram utilizados dois métodos para analisar as solicitações nas placas de um protótipo, sendo um método clássico ou simplificado: Método das Placas Isoladas, e o Método dos Elementos Finitos, através da modelagem e análise elástico-linear das estruturas no *software* SAP2000. Verificou-se que os momentos negativos obtidos pelo método dos elementos finitos apresentaram resultados mais conservadores. Já os momentos positivos apresentaram em sua maioria, valores favoráveis a segurança pelo método das placas isoladas, além disso também apresentaram maiores diferenças percentuais entre os resultados do que os negativos.

**Palavras-chave:** Elementos Finitos. SAP2000. Métodos Simplificados.

## **ABSTRACT**

The work presents a comparison between methods of structural analysis of reinforced concrete water tanks of the buried type. Where initially explains basic concepts on the theme, such as features and positions in relation to the ground. Also mentioned are the forces acting on the elements for cases where the reservoir is full and empty, as well as the different methods of analysis. In many cases, structural analysis does not justify the use of a more sophisticated model, which is usually more complex and more numerically expensive. In other circumstances, characterizing an analysis in a more robust structure may result in equations that are impractical by closed analytical methods, which makes the use of numerical methods indispensable. The search has therefore been for simple models that incorporate the fundamental characteristics of the problem and that provide solutions with acceptable precision. In view of this, two methods were used to analyze the requests on the plates of a prototype, being a classic or simplified method: Isolated Plate Method, and the Finite Element Method, through the modeling and elastic-linear analysis of the structures in the SAP2000 software. It was found that the negative moments obtained by the finite element method showed more conservative results. The positive moments, on the other hand, presented mostly favorable values for safety using the isolated plate method, in addition to that, they also showed greater percentage differences between the results than the negative ones.

**Keywords:** Finite elements. SAP2000. Simplified Methods.

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Reservatórios a) enterrado, b) semienterrado, c) de superfície e d) elevado. ....  | 15 |
| Figura 2 – Reservatório enterrado ou semienterrado vazio .....  | 18 |
| Figura 3 – Reservatório enterrado ou semienterrado cheio .....  | 18 |
| Figura 4 – Reservatórios apoiados a) vazio e b) cheio. ....   | 19 |
| Figura 5 – Reservatórios Elevados .....   | 19 |
| Figura 6 – Modelo Estrutural.....   | 21 |
| Figura 7 – Representação dos tipos de apoio .....   | 26 |
| Figura 8 – Casos de Vinculação .....  | 26 |
| Figura 9 – Vinculações em Reservatórios Elevados .....  | 27 |
| Figura 10 – Vinculações em Reservatórios Apoiados, Enterrados ou Semienterrados Cheios  | 28 |
| Figura 11 – Discretização de uma estrutura contínua.....  | 30 |
| Figura 12 – a) domínio arbitrário de limite curvo modelado usando elementos quadrados e (b) malha refinada de elementos finitos. .... | 31 |
| Figura 13 - Exemplos de elementos finitos. ....   | 31 |
| Figura 14 – Método dos Elementos Finitos para elementos bidimensionais .....  | 32 |
| Figura 15 – Hipótese de Winkler.....  | 34 |
| Figura 16 – Identificação das placas do reservatório .....  | 36 |
| Figura 17 – Vinculação dos elementos dos reservatórios vazios .....   | 38 |
| Figura 18 – Vinculação dos elementos dos reservatórios cheios .....   | 38 |
| Figura 19 – Compatibilização de momentos fletores .....   | 40 |
| Figura 20 - Mola central, mola lateral e de mola de canto .....   | 41 |
| Figura 21 – Geometria tridimensional do modelo.....   | 42 |
| Figura 22 – Definição da malha .....  | 43 |
| Figura 23 – Atribuição das cargas na tampa.....   | 44 |
| Figura 24 – Atribuição das cargas de empuxo do solo nas paredes .....   | 45 |
| Figura 25 – Atribuição da pressão hidrostática .....  | 45 |
| Figura 26 – Atribuição da carga no fundo .....  | 46 |
| Figura 27 – Ações definidas para o reservatório vazio .....   | 47 |
| Figura 28 – Ações definidas para o reservatório cheio .....   | 47 |
| Figura 29 – Momentos fletores na tampa .....  | 48 |
| Figura 30 – Diagramas de momento fletor na tampa .....  | 48 |
| Figura 31 – Momentos fletores nas paredes 1 e 3 para o reservatório vazio.....  | 49 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 32 – Diagramas de momentos fletores nas paredes 1 e 3 para o reservatório vazio .....                                 | 49 |
| Figura 33 – Momentos fletores nas paredes 2 e 4 para o reservatório vazio.....   | 50 |
| Figura 34 – Diagramas de momentos fletores nas paredes 2 e 4 para o reservatório vazio .....                                 | 50 |
| Figura 35 – Momentos fletores no fundo para o reservatório vazio.....  | 51 |
| Figura 36 – Diagramas de momentos fletores no fundo para o reservatório vazio .....  | 51 |
| Figura 37 – Momentos fletores nas paredes 1 e 3 para o reservatório cheio.....   | 52 |
| Figura 38 – Diagramas de momentos fletores nas paredes 1 e 3 para o reservatório cheio .....                                 | 52 |
| Figura 39 – Momentos fletores nas paredes 2 e 4 para o reservatório cheio.....   | 52 |
| Figura 40 – Diagramas de momentos fletores nas paredes 2 e 4 para o reservatório cheio .....                                 | 53 |
| Figura 41 – Momentos fletores no fundo para o reservatório cheio.....  | 53 |
| Figura 42 – Diagramas de momentos fletores no fundo para o reservatório cheio .....  | 53 |
| Figura 43 – Momentos fletores compatibilizados para o reservatório vazio.....  | 54 |
| Figura 44 – Momentos fletores compatibilizados para o reservatório cheio.....  | 55 |
| Figura 45 – Momentos fletores na tampa nos eixos a) horizontal e b) vertical.....  | 56 |
| Figura 46 – Momentos fletores nas paredes 1 e 3 quando o reservatório está vazio, nos eixos a) horizontal e b) vertical..... | 56 |
| Figura 47 – Momentos fletores nas paredes 2 e 4 quando o reservatório está vazio, nos eixos a) horizontal e b) vertical..... | 57 |
| Figura 48 – Momentos fletores no fundo quando o reservatório está vazio, nos eixos a) horizontal e b) vertical.....          | 57 |
| Figura 49 – Deformação do reservatório vazio em escala acentuada.....  | 58 |
| Figura 50 – Momentos fletores nas paredes 1 e 3 quando o reservatório está cheio, nos eixos a) horizontal e b) vertical..... | 59 |
| Figura 51 – Momentos fletores nas paredes 2 e 4 quando o reservatório está cheio, nos eixos a) horizontal e b) vertical..... | 59 |
| Figura 52 – Momentos fletores no fundo quando o reservatório está vazio, nos eixos a) horizontal e b) vertical.....          | 60 |
| Figura 53 – Deformação do reservatório cheio em escala acentuada.....  | 60 |

## SUMÁRIO

|              |   |           |
|--------------|---|-----------|
| <b>1</b>     | <b>INTRODUÇÃO.....</b>  | <b>12</b> |
| <b>2</b>     | <b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>  | <b>15</b> |
| <b>2.1</b>   | <b>Ações nos Reservatórios .....</b>  | <b>16</b> |
| <b>2.2</b>   | <b>Análise estrutural.....</b>  | <b>20</b> |
| <i>2.2.1</i> | <i>Método das Placas Isoladas .....</i>   | <i>22</i> |
| <i>2.2.2</i> | <i>Método dos Elementos Finitos.....</i>  | <i>29</i> |
| <b>2.3</b>   | <b>Interação Solo Estrutura.....</b>  | <b>33</b> |
| <b>3</b>     | <b>METODOLOGIA.....</b>   | <b>35</b> |
| <b>3.1</b>   | <b>Definições do Protótipo .....</b>  | <b>35</b> |
| <b>3.2</b>   | <b>Determinação das cargas atuantes .....</b>                                       | <b>36</b> |
| <b>3.3</b>   | <b>Método das Placas Isoladas.....</b>  | <b>37</b> |
| <b>3.4</b>   | <b>Determinação das constantes das molas que representam a rigidez do solo.....</b> | <b>40</b> |
| <b>3.5</b>   | <b>Método dos Elementos Finitos .....</b>   | <b>42</b> |
| <b>4</b>     | <b>RESULTADOS .....</b>   | <b>47</b> |
| <b>4.1</b>   | <b>Ações no reservatório .....</b>  | <b>47</b> |
| <b>4.2</b>   | <b>Método das Placas Isoladas.....</b>  | <b>48</b> |
| <b>4.3</b>   | <b>Método dos Elementos Finitos .....</b>   | <b>55</b> |
| <b>4.4</b>   | <b>Comparação dos resultados .....</b>  | <b>61</b> |
| <b>4.5</b>   | <b>Variação da constante de mola .....</b>  | <b>65</b> |
| <b>5</b>     | <b>CONCLUSÃO.....</b>   | <b>68</b> |
|              | <b>REFERÊNCIAS.....</b>   | <b>69</b> |
|              | <b>ANEXO A .....</b>  | <b>72</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

O desempenho de uma edificação, seja ela de grande ou pequeno porte, depende rigorosamente do seu sistema estrutural. Esse sistema deve formar um conjunto estável de peças, que associadas entre si, tenham capacidade de resistir aos esforços externos atuantes, absorvê-los internamente e transmiti-los de forma segura ao solo.

Existem alguns requisitos necessários que devem ser atendidos para que a estrutura apresente um desempenho satisfatório frente às ações externas. De forma geral, esses requisitos estão associados à segurança, ao não comprometimento da funcionalidade dos sistemas para as condições normais de utilização, à durabilidade, aos padrões estéticos e à viabilidade econômica. No que se refere à segurança, a estrutura deve ser capaz, basicamente, de resistir à ruptura, ter um bom desempenho em serviço e ser durável.

A garantia desses quesitos depende fundamentalmente de uma das etapas mais importantes de um projeto estrutural: a análise estrutural. Essa fase tem por objetivo idealizar o comportamento real de uma estrutura e definir um modelo capaz de representá-lo matematicamente, ou seja, simular a sua atuação diante das solicitações, a fim de determinar os esforços internos.

A análise estrutural tem como premissa a concepção da estrutura mais realista possível. Ao simular essa estrutura, é possível admitir um modelo matemático que englobe algumas suposições para sua acomodação e sustentação. As hipóteses realizadas vão desde o comportamento dos materiais, geometria do modelo, carregamentos atuantes e a vinculação dos elementos, e são fundamentadas em leis físicas (tais como o equilíbrio entre forças e entre tensões, as relações de compatibilidade entre deslocamentos e deformações, e as leis constitutivas dos materiais que compõem a estrutura), resultados experimentais e estatísticos (MARTHA, 2017).

Quanto mais realista for um modelo estrutural, maior a complexidade no tratamento dos seus dados. Dessa forma, essa série de hipóteses que comumente são praticadas na análise estrutural torna toda a tarefa mais simplificada, já que cada uma das teorias possui inúmeras possibilidades a serem consideradas. Contudo, quanto mais o modelo for simplificado, menos ele será representativo, o que é desfavorável para o projeto já que as etapas posteriores são influenciadas diretamente pela análise estrutural.

Existem, portanto, vários modelos estruturais com diferentes níveis de representatividade e abrangência, e a eficiência destes estará condicionada à natureza do

problema analisado. Isto é, a qualidade da resposta do modelo não depende apenas da sua abrangência, mas também do tipo de estrutura analisada e da importância da mesma.

Em muitos casos, não se justifica a utilização de um modelo mais sofisticado, que em geral é mais custoso numericamente. Por exemplo, no cálculo dos deslocamentos transversais de uma viga longa, desprezar a contribuição da força cortante e das deformações axiais na estimativa destes, promove uma redução substancial no número de operações matemáticas sem, entretanto, influenciar de forma significativa no resultado. Para aplicações como essa, é extremamente pertinente a utilização de modelos simplificados baseados no tratamento dos elementos estruturais de forma isolada.

Já em outras circunstâncias, a caracterização de uma análise em uma estrutura mais robusta pode resultar em equações diferenciais parciais impossíveis de resolver por métodos analíticos fechados, o que torna indispensável a utilização de métodos numéricos. Hoje, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é um dos métodos numéricos mais utilizado por engenheiros para prever o comportamento estrutural, muito pelo fato de que mais de 1 bilhão de dólares são gastos por ano nos Estados Unidos em programas de computador sobre MEF (FISH; BELYTSCHKO; 2009).

Segundo Fish e Belytschko (2009), o MEF consiste basicamente em dividir o corpo em vários elementos, conectados por nós, e buscar uma solução aproximada para cada elemento ao invés de buscar uma solução para todo o domínio de integração. As soluções são dadas por um procedimento sistemático do próprio método e, em função do elevado custo numérico, são determinadas por rotinas computacionais. Comumente, à medida que o número de elementos e nós aumenta, a precisão da solução melhora.

Os reservatórios de concreto armado sejam eles elevados, apoiados ou enterrados, fazem parte da maioria dos edifícios atualmente. Nas edificações usuais, os mesmos são usados para armazenar água para fins de abastecimento ou para fins recreativos (piscinas, por exemplo), e podem estar diretamente ligados à estrutura do prédio ou desligados de qualquer estrutura.

Nos reservatórios enterrados, além das ações do peso próprio e do peso dos revestimentos, atuam nas paredes o empuxo do solo e da água. Desse modo, esses elementos estão sujeitos a cargas perpendiculares ao seu plano, gerando, predominantemente, o efeito da flexão.

Como resultado, um dos métodos mais utilizados para análise estrutural de reservatórios consiste em tratar suas partes como lajes isoladas. Para tanto, é necessário definir como essas partes estão vinculadas (bordas engastadas, simplesmente apoiadas ou livres), quais

ações irão gerar flexão e qual a teoria utilizada para obter os esforços nas lajes. De forma simplificada, os esforços podem ser calculados pela Teoria das Placas Finas (KIRCHHOFF, 1850), por meio de tabelas.

A aplicação desse método, entretanto, é baseada em uma série de pressupostos, como, por exemplo, assumir que a borda será engastada quando os elementos ligados a ela tenderem a girar em sentidos contrários, ou como desconsiderar a interação do solo com a estrutura. Portanto, é importante o desenvolvimento de estudos que investiguem até que ponto essas aproximações podem comprometer significativamente os resultados.

Tendo em vista a importância dos reservatórios para o abastecimento da população e a complexidade de garantir que o mesmo seja completamente estanque à água, não apresente manifestações patológicas e seja durável, é necessário validar outros métodos de análise estrutural a fim de obter uma ordem de grandeza comparativa com os métodos simplificados comumente utilizados.

Sendo assim, esse trabalho tem por objetivo geral comparar o método tradicional aplicado na análise estrutural de reservatórios enterrados de concreto armado com o Método dos Elementos Finitos. Para que se possa atingir determinado objetivo, tem-se os seguintes objetivos específicos:

- a) Obter as ações atuantes em cada laje do reservatório;
- b) Obter os esforços desenvolvidos nos componentes do reservatório considerando cada parte como uma placa isolada pelas tabelas de Bares;
- c) Determinar as constantes de mola que representarão a rigidez do solo no MEF;
- d) Conceber os modelos em elementos finitos de casca no *software* SAP2000;
- e) Avaliar a influência da variação das constantes de mola que representarão a rigidez do solo;

Este trabalho está estruturado em cinco capítulos, onde o primeiro é a introdução que apresenta contextualização, problematização, justificativa, objetivo geral e objetivos específicos. O segundo capítulo aborda um referencial teórico sobre alguns temas relacionados a reservatórios e seus métodos de análise estrutural. Posteriormente é apresentada a metodologia para desenvolvimento das cargas atuantes, dos modelos de análise e determinação da constante que representa a rigidez do solo. No capítulo quatro serão comparados e discutidos os resultados obtidos a partir do desenvolvimento dos métodos. No quinto e último capítulo serão apresentadas as conclusões obtidas neste trabalho e sugestões para continuidade desta pesquisa.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

De acordo com Souza e Cunha (1994) os reservatórios são elementos estruturais cuja finalidade é o armazenamento de materiais, que podem ser gases, líquidos ou sólidos. As caixas d'água e piscinas são um subconjunto dos reservatórios, com a finalidade específica de armazenamento de água, seja para fins de abastecimento, sanitário ou esportivo.

Resmin (2017) afirma que por serem executados em concreto armado, material que é facilmente moldado, os reservatórios podem assumir variados tamanhos e formas, sendo as mais usuais as seções em planta retangular, quadrada e circular. O espaço disponível para alojar o volume necessário é um dos fatores preponderantes para a escolha da forma, além do custo e razões arquitetônicas. Do ponto de vista funcional, Hanai (1981) explica que devem apresentar uma garantia de estanqueidade, sem possibilidade de contaminação, com adequada ventilação e proteção contra a luz solar.

De acordo com Hanai (1981), os reservatórios podem ser classificados de acordo com diferentes critérios, tendo em vista sua função, volume e a sua posição com relação ao nível do solo. Pelo terceiro critério, pode-se distinguir os reservatórios em enterrados, semienterrados, ao nível do solo ou elevados (Figura 1).

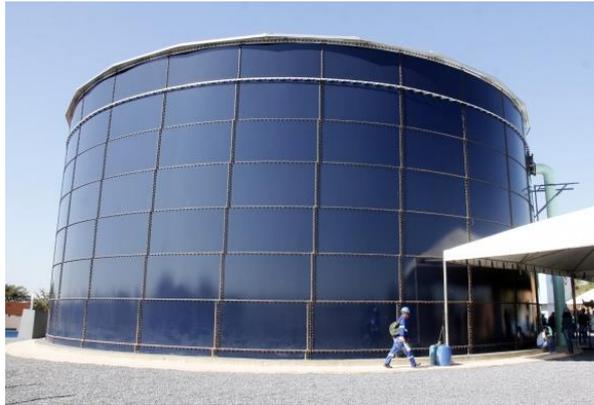
Figura 1 – Reservatórios a) enterrado, b) semienterrado, c) de superfície e d) elevado.



(a)



(b)



(c)



(d)

Fonte: a) medinaengenharia.com.br, b) clicsoledade.com.br, c) cuiaba.mt.gov.br e d) adjorisc.com.br

Para Souza e Cunha (1994), as caixas d'água usuais de edifícios são, em geral, de pequena capacidade (até  $100 \text{ m}^3$ ), mas quando médias (até  $500 \text{ m}^3$ ) ou grandes (volumes maiores que  $500 \text{ m}^3$ ), são subdivididas em células através de paredes intermediárias de modo a diminuir as dimensões das lajes que as compõem.

Independentemente do tipo de reservatório, as principais cargas atuantes são o peso e a pressão da água. Desta forma, deve-se sempre que possível projetar caixas d'água com alturas reduzidas de modo a não sobrecarregar desnecessariamente os fundos e paredes das mesmas.

## 2.1 Ações nos Reservatórios

Os elementos dos reservatórios podem ser divididos em tampa, paredes e fundo. Para cada elemento será considerado um conjunto de ações que atuam de diferentes modos. De modo geral, nos componentes do reservatório podem atuar o peso próprio, peso do revestimento, carga accidental, pressão da água e empuxo do solo.

Conforme NBR 6120 (ABNT, 2019), o peso próprio e o peso de todos os elementos construtivos da estrutura constituem as cargas permanentes. Estas podem ser estimadas a partir do peso específico dos materiais constituintes, que são estabelecidos na referida norma. A depender da posição do reservatório na edificação, podem ser acrescidos valores de carga accidental referentes à laje de cobertura com acesso ao público, tráfego de veículos ou depósitos.

Além disso, ao tratar de reservatórios de água, também se deve estimar a pressão hidrostática que atua sobre as paredes. Essa varia linearmente com a altura e pode ser calculada pelo produto da altura do líquido armazenado pelo peso específico da água. Ademais, é

indispensável determinar as tensões devido aos empuxos do solo e da água em reservatórios enterrados.

Segundo Braja e Sobhan (2015), o empuxo de terra ou pressão lateral de terra entende-se como sendo o esforço produzido por um maciço de solo sobre uma determinada estrutura de contenção que deve suportá-lo. Os empuxos de terra podem ser classificados em ativos, passivos ou em repouso.

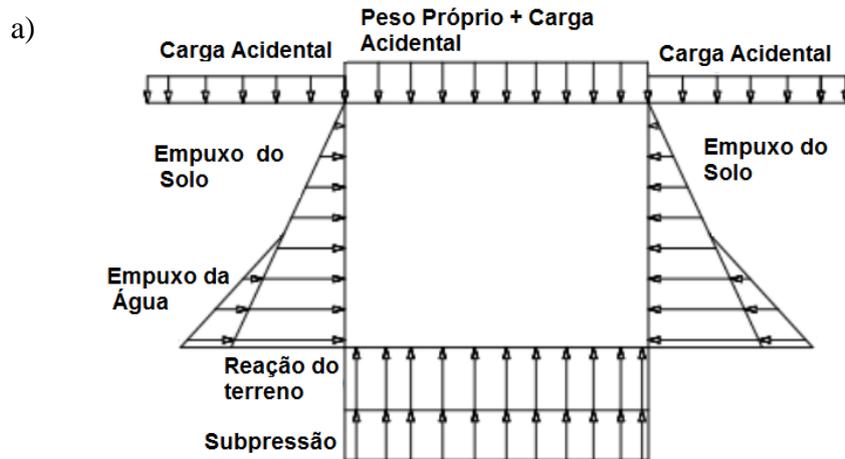
O empuxo ativo ocorre quando a estrutura de contenção é empurrada gradualmente pelo maciço terroso, gerando uma tendência de movimentação do mesmo no sentido de se expandir horizontalmente. Já o empuxo passivo ocorre quando existe uma tendência de movimentação do solo de se comprimir horizontalmente, ou seja, a estrutura que é empurrada contra o solo. E quando ocorre o empuxo em repouso, não há mudanças nas tensões horizontais do solo, não havendo, portanto, deslocamento na estrutura de contenção.

Por essa razão, no cálculo das ações de reservatórios enterrados e semienterrados é comum levar em consideração o empuxo ativo. Usualmente, os valores do coeficiente de empuxo ativo são obtidos em função do tipo, da natureza e das propriedades do solo. Esse coeficiente de empuxo ativo, o peso específico do solo e a altura da parte enterrada do reservatório compõem a carga atuante nas paredes.

A subpressão ou empuxo da água é um carregamento que depende basicamente do nível do lençol freático, caso o mesmo seja mais elevado que o fundo do reservatório. Nesses casos, segundo Vasconcelos (1998), a ação da subpressão deve ser considerada na laje de fundo e nas paredes, multiplicando o peso específico da água pela altura entre o nível do lençol freático e o fundo do reservatório.

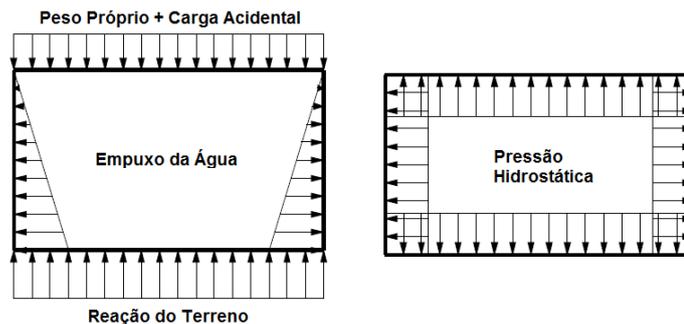
Souza e Cunha (1994) afirmam que para caixas d'água enterradas ou semienterradas, demonstradas na Figura 2, deve-se considerar na laje da tampa o peso próprio, peso dos revestimentos e cargas acidentais, que podem ser tráfego de veículos ou peso de aterro. Para as paredes, quando o reservatório estiver vazio (Figura 2), atuam o empuxo de terra, e a subpressão (quando o nível do lençol freático se encontra acima do fundo do reservatório). Para o reservatório cheio (Figura 3) têm-se os mesmos empuxos externos e um empuxo de água interno. Entretanto, quando há a possibilidade de construções futuras escavarem o terreno em volta do reservatório deve-se ignorar os empuxos externos nesta hipótese de carregamento e considerar apenas o empuxo da água que atua internamente.

Figura 2 – Reservatório enterrado ou semienterrado vazio



Fonte: Adaptado de Resmin (2017).

Figura 3 – Reservatório enterrado ou semienterrado cheio

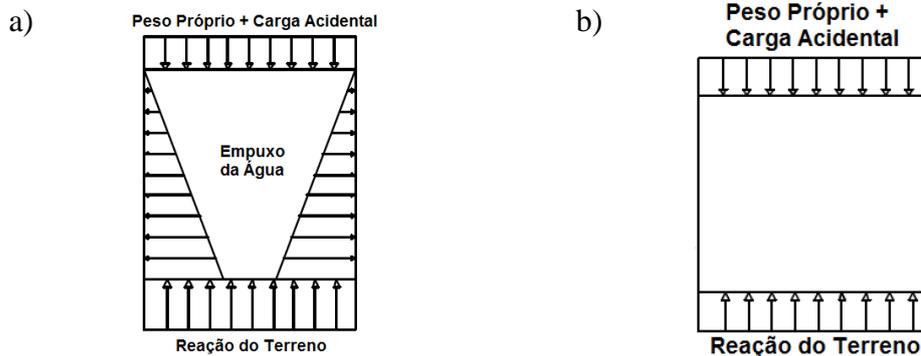


Fonte: Adaptado de Vasconcelos (1998).

As lajes do fundo para esses tipos de reservatório funcionam como um radier. Dessa forma, o peso próprio da laje e o peso da coluna de água do reservatório não ocasionam esforços de flexão, mas sim de compressão, já que serão diretamente reagidos pelo solo. Sendo assim, as cargas que irão gerar flexão serão oriundas do peso das paredes e da tampa do reservatório. Uma simplificação de cálculo normalmente adotada consiste em assumir que todas as cargas verticais, transmitidas pelas paredes, distribuem-se uniformemente em toda a área de contato laje de fundo-solo (SOUZA; CUNHA, 1994).

Para os reservatórios apoiados (Figura 4), Vasconcelos (1998) também faz diferenciações entre caixa d'água cheia (Figura 4 (b)) e vazia (Figura 4(a)). A autora afirma que atuam o empuxo da água e a reação do terreno, e reitera que para o reservatório cheio há concomitância da ação devido à massa de água e a reação do terreno, devendo ser considerada no cálculo a diferença entre estas duas ações, sendo mais comum uma maior ação do terreno no fundo do que a ação devido à massa de água.

Figura 4 – Reservatórios apoiados a) vazio e b) cheio.

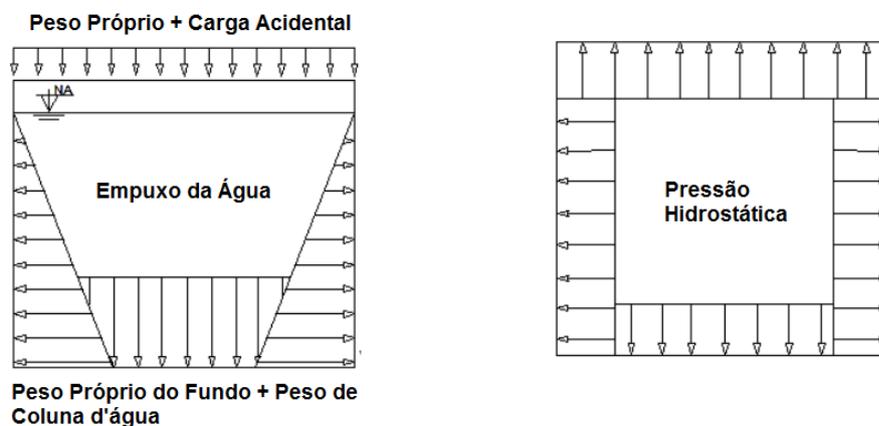


Fonte: Adaptado de Kuehn (2002).

Nos reservatórios elevados (Figura 5), as reações de apoio das lajes de tampa e de fundo são ações verticais uniformemente distribuídas nas paredes, fazendo com que estas se comportem como laje (para ação da água) e viga-parede. Estas reações de apoio provocam efeitos de tração naqueles elementos estruturais que lhes servem de apoio, sendo que as lajes ficam submetidas a esforços de flexo-tração. Nesses casos, as paredes são consideradas apoiadas nos pilares junto às quinas do reservatório.

Além disso, a NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda que os esforços solicitantes provenientes da ação do vento também sejam determinados, conforme o prescrito pela NBR 6123 (ABNT, 1988). Para os reservatórios de grandes dimensões, deve-se, ainda, considerar os efeitos da variação térmica, pois nesses casos o aquecimento da tampa por insolação pode causar fissuração vertical na parte superior da mesma (ARAÚJO, 2014).

Figura 5 – Reservatórios Elevados



Fonte: Adaptado de Resmin (2017).

## 2.2 Análise estrutural

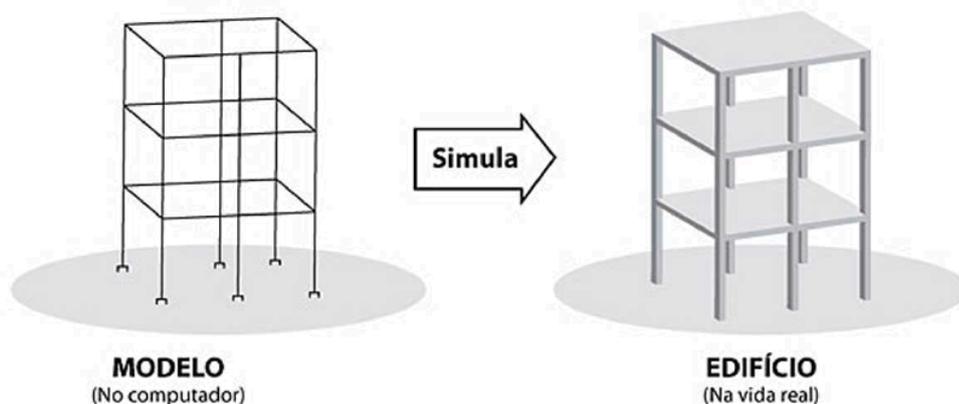
De acordo com Martha (2017), o projeto estrutural estabelece as características que uma estrutura deve ter para que atenda todas as necessidades para os quais ela será concebida, que, em geral, se refere a questões de segurança, condições de utilização, condições econômicas, estéticas, questões ambientais, condições construtivas e restrições legais. Por esses motivos, existem algumas etapas que o projeto estrutural perfaz para, ao final do processo, representar as especificações da estrutura de forma completa.

De forma geral, um projeto de estruturas de concreto armado pode ser dividido nas seguintes etapas: concepção estrutural, que é a etapa em que são definidos o material a ser utilizado, o sistema estrutural, a disposição dos elementos e o pré-dimensionamento; análise estrutural, que é a etapa em que são obtidas as ações, os esforços e deslocamentos desenvolvidos nos elementos estruturais; a verificação dos estados limites últimos e de serviço; e, por fim, o detalhamento das armaduras.

Para Kimura (2018), a análise estrutural trata-se da etapa mais importante da elaboração de um projeto estrutural, pois é a partir dos resultados desta que é possível dimensionar e detalhar os elementos. De nada adianta dimensionar e detalhar as armaduras de uma estrutura da maneira mais refinada possível, se os esforços na qual a mesma estará sujeita, não traduzirem precisamente essa realidade.

Segundo Sussekind (1981), a análise estrutural é a parte da mecânica que estuda o comportamento das estruturas visando determinar os esforços e as deformações a que elas são submetidas quando solicitadas por agentes externos, tais como forças, momentos, variações de temperatura ou movimento dos apoios. É nessa etapa que é definido o modelo estrutural, que, de acordo com Martha (2017), é um modelo matemático que incorpora hipóteses baseadas em leis físicas e simplificações sobre a geometria, condições de suporte, ações e leis que governam o comportamento dos materiais, com intuito de estimar o comportamento real dos elementos estruturais. O melhor modelo estrutural será, de acordo com Kimura (2018), o protótipo que melhor simula uma estrutura na vida real, ou seja, o mais realista (Figura 6).

Figura 6 – Modelo Estrutural



Fonte: Kimura (2018).

A partir do modelo estrutural, é possível determinar a resposta do sistema diante das solicitações, que pode ser expressa em termos de esforços internos e deslocamentos, e assim verificar se a estrutura é capaz de absorver tais solicitações com segurança e adequado uso em serviço.

Kimura (2018) explica que atualmente existem diversos modelos que podem ser aplicados na análise estrutural, como também é comum a adoção de combinações de modelos nas elaborações dos projetos. Com isso, muitos estudos foram desenvolvidos, testados e validados a fim de desenvolver métodos alternativos para análise estrutural. Os modelos podem ser mais simples ou mais complexos, e a qualidade depende da natureza do problema estudado.

Com o advento computacional, os métodos numéricos ganharam espaço e revolucionaram a forma como as estruturas são analisadas. Kimura (2018) acrescenta que com o avanço no poder de processamento dos computadores, a representação numérica do comportamento das estruturas tem sido cada vez mais realista. Ressalta-se, entretanto, que quanto mais sofisticado for o modelo, mais complexo será a tarefa de compreendê-lo e tratar seus dados.

Assim, para tornar a concepção de um modelo viável, um dos fatores fundamentais é levar em conta a complexidade da estrutura, pois muitas vezes recorrer a modelos mais simples possibilita uma visão mais crítica e sensível do comportamento da estrutura. Características como a transparência na compreensão de seu funcionamento e a facilidade na interpretação de seus resultados também são muito importantes, e não podem ser desprezadas (KIMURA, 2018). Isso justifica a busca por modelos que equilibrem representatividade e

demanda numérica (ASSIS; BEZERRA, 2017), além de motivar estudos que busquem as limitações de cada método e destaquem as condições que extraem os seus melhores resultados.

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), para idealização simplificada do comportamento das estruturas, é conveniente dividir a mesma em partes cujo comportamento seja conhecido e de certa forma simples. Essas partes são denominadas de elementos estruturais e sua classificação é dada em função da geometria e do tipo de esforço predominante (função estrutural). A obtenção dos esforços solicitantes pode desse modo, ser feita considerando os elementos separadamente (GIONGO, 2002).

De acordo com a geometria, as estruturas podem ser modeladas em elementos unidimensionais (lineares), bidimensionais (superfície) e tridimensionais (sólidos). Estes últimos são elementos em que as três dimensões possuem a mesma ordem de grandeza. Segundo Bezerra (2014), os elementos lineares, que são aqueles em que uma das dimensões é significativamente superior às demais, são os mais comuns em estruturas e pode-se classificá-los a partir da solicitação preponderante. As vigas, por exemplo, são elementos lineares em que prepondera a flexão, enquanto os pilares são elementos lineares em que forças normais de compressão são prevaletentes.

Os elementos de superfície são aqueles cuja espessura é significativamente inferior às demais dimensões da peça. Quando sujeitos a cargas transversais ao plano, gerando flexão biaxial, os elementos planos são chamados de placas (as lajes e paredes de reservatórios, por exemplo); quando as cargas atuam paralela ao plano, gerando tração/compressão, os elementos são denominados membranas (ou chapas); elementos de superfícies não planas ou que combinam o comportamento de placa e membrana são chamados de cascas.

### *2.2.1 Método das Placas Isoladas*

Como as cargas predominantes nos reservatórios são transversais ao plano dos elementos, assume-se, de forma aproximada, que cada componente do reservatório se comporta como uma placa isolada, o que permite, portanto, aplicar a teoria de placas para estimar seus esforços e deslocamentos. As placas são elementos estruturais de superfície plana (elementos laminares simétricos em relação ao plano equidistante das superfícies planas externas), onde a dimensão perpendicular à superfície é relativamente pequena se comparada às demais, estando sujeitas principalmente a ações normais ao seu plano, que configura uma predominância dos esforços de flexões.

O método elástico (clássico), também designado por teoria das placas delgadas ou teoria de Kirchhoff, é um método de cálculo de placas que consiste numa formulação para descrever o comportamento elástico de elementos planos bidimensionais, cujo carregamento age na direção normal ao mesmo. O mesmo é usado para determinar tensões e deformações em placas finas submetidas a torção e momentos fletores. Pode-se descreve-lo, genericamente, como uma extensão do modelo clássico de vigas proposto por Euler-Bernoulli. Nesta, portanto, se posterga o efeito do cisalhamento.

As premissas consideradas válidas para placas finas com isotropia total e ações transversais foram propostas por Kirchhoff. Além das considerações supracitadas, adota-se que (SZILARD, 2004):

- a) O material é homogêneo, isotrópico e elástico linear; isto é, segue a lei de Hooke;
- b) A placa é inicialmente plana;
- c) A superfície do meio da placa (equivalente ao eixo neutro nos elementos de viga) permanece sem tensão durante a flexão;
- d) A espessura constante da placa,  $h$ , é pequena em comparação com suas outras dimensões; isto é, a menor dimensão lateral da placa é pelo menos 10 vezes maior que a sua espessura;
- e) As deflexões transversais  $w(x,y)$  são pequenas em comparação com a espessura da placa. Uma deflexão máxima de um décimo da espessura é considerada o limite da teoria da deflexão pequena;
- f) As inclinações da superfície média são pequenas em comparação com a unidade;
- g) Seções planas e normais à superfície intermediária antes da deformação permanecem planas e normais à superfície intermediária após a deformação. Conseqüentemente, as deformações de cisalhamento são negligenciadas. Essa suposição representa uma extensão da hipótese de Bernoulli para vigas em placas;
- h) A tensão normal na direção transversal à superfície da placa pode ser desprezada.

A equação diferencial governante do problema da flexão de placas finas sujeitas a pequenos deslocamentos transversais é obtida a partir das equações de equilíbrio de um elemento infinitesimal de placa e nas relações de compatibilidade das deformações desse elemento. As equações de equilíbrio, por sua vez, são obtidas com base no estado duplo de

tensões. A partir deste, pode-se definir, através das tensões normais, os momentos fletores por unidade de comprimento e, através da tensão de cisalhamento, o momento de torção por unidade de comprimento.

Tomando-se o equilíbrio de um elemento infinitesimal de placa submetido a uma carga  $p(x,y)$  e relacionando momentos fletores com curvatura, tem-se a equação fundamental de placas finas (delgadas) (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014):

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{p}{D} \quad (1)$$

em que

$w$  é o campo de deslocamento na direção vertical,  $D$  é a rigidez da laje, definida por:

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2)$$

sendo  $E$  o módulo de deformação longitudinal,  $h$  a espessura e  $\nu$  o coeficiente de Poisson.

A partir das derivadas da Equação (1), pode-se obter as expressões para os momentos fletores nas direções de  $x$  ( $m_x$ ) e de  $y$  ( $m_y$ ) e do momento de torção ( $m_{xy}$ ), como mostram as equações:

$$m_x = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$m_y = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (4)$$

$$m_{xy} = -D(1 - \nu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (5)$$

Como pode ser visto, a equação governante do problema de placas delgadas trata-se de uma equação diferencial parcial linear de quarta ordem com coeficientes constantes. Portanto, o problema básico consiste em encontrar uma expressão para a superfície deformada que satisfaça simultaneamente a equação diferencial de equilíbrio e as condições de contorno. Válido se faz lembrar que, por ser de quarta ordem, são necessárias duas condições de contorno, em deslocamento e/ou esforços internos, em cada parte do contorno da placa para determinar a solução da equação.

A solução exata da equação diferencial somente pode ser obtida para poucos casos particulares. Ampliada a complexidade das estruturas, no que diz respeito à geometria, carregamento, condições de contorno, etc., o tratamento analítico se torna impraticável, sendo muitas vezes impossível.

Amed (1995) explica que normalmente não é fácil encontrar uma função  $w(x,y)$  que satisfaça a equação diferencial das placas e atenda às condições de contorno. Entretanto, Kuehn (2002) afirma que é possível obter algumas aproximações do resultado utilizando recursos de cálculo numérico como diferenças finitas, séries de Fourier, método dos elementos finitos ou por integração numérica. Esses processos aplicam-se à elaboração de tabelas que facilitam a obtenção dos esforços em placas com formas e carregamentos mais recorrentes.

O processo de cálculo de placas por séries é uma estratégia interessante para o desenvolvimento de tabelas (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). De acordo com Szilard (2004), a solução proposta por Navier em 1820 se baseia na representação do carregamento por uma série de Fourier dupla (superposição de carregamentos com a forma bi-senoidal), conforme a equação:

$$W(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \operatorname{sen}\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}\right) \quad (6)$$

sendo  $a$  e  $b$  as dimensões da placa e  $m$  e  $n$  o número de termos da série.

O desenvolvimento dessa solução por série foi desenvolvido por Bares (1972) para diversas condições de vinculação e foram adaptados para um coeficiente de Poisson igual a 0,2, valor atribuído pela NBR 6118 (ABNT, 2014) para o concreto. Com essas tabelas, basta informar a relação entre os vãos da placa e o tipo de vinculação para extrair os coeficientes necessários para obter as grandezas físicas pelas equações:

$$m = \mu \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (7)$$

$$a = \alpha \cdot \frac{p \cdot l_x^4}{100 \cdot E \cdot h^3} \quad (8)$$

sendo:

$m$  – momento fletor por unidade de largura

$\mu$  – coeficiente adimensional para cálculo do momento fletor

$p$  – carga total uniformemente distribuída

$a$  – flecha

$\alpha$  – coeficiente adimensional para cálculo da flecha

$E$  – módulo de deformação longitudinal do concreto

$h$  – espessura da laje

Como dito anteriormente, para o cálculo dos esforços solicitantes e das deformações nas lajes é necessário estabelecer os vínculos das bordas das lajes. Nesses casos,

algumas simplificações são pertinentes devido à complexidade do assunto. Segundo Bastos (2015) existem três tipos comuns de vínculos com as lajes: apoio simples, engaste perfeito e engaste elástico. As tabelas usuais de lajes só admitem considerar borda livre, borda simplesmente apoiada e borda engastada (Figura 7). A consideração do apoio elástico só é possível em programas computacionais.

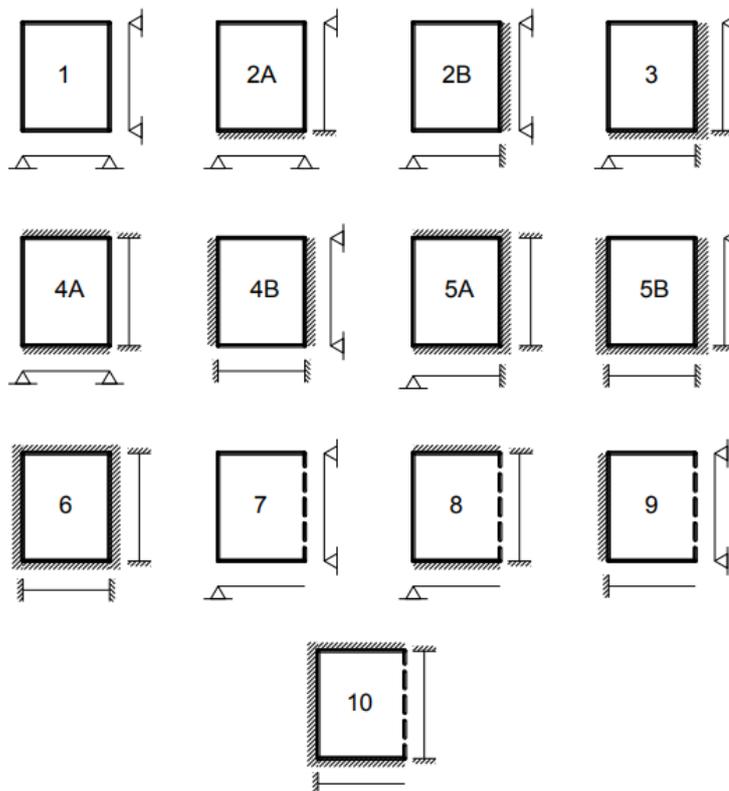
Figura 7 – Representação dos tipos de apoio

| Borda livre | Borda simplesmente apoiada | Borda engastada |
|-------------|----------------------------|-----------------|
| -----       | —————                      | //////          |

Fonte: Pinheiro (2007).

Em função das várias combinações de vínculos nas quatro bordas das lajes retangulares, as mesmas recebem números que diferenciam as combinações de vínculos nas bordas, como é mostrado na Figura 9 (BASTOS, 2015).

Figura 8 – Casos de Vinculação



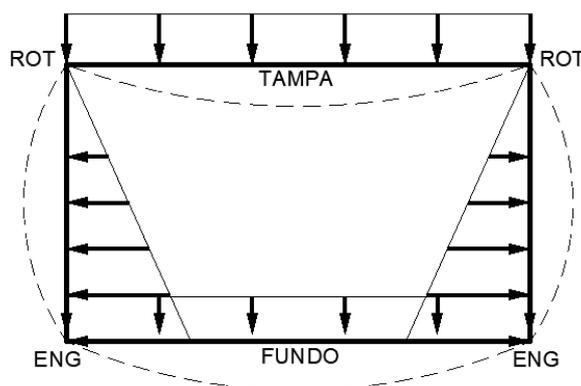
Fonte: Bastos (2015).

Souza e Cunha (1994) afirmam que antes de iniciar o cálculo das caixas d'água deve-se observar o que pode ocorrer, em termos de momentos, nas suas arestas. Pois, podem existir arestas cujos momentos se aproximam dos momentos de engastamento perfeito e arestas que possuem momentos pequenos, quase nulos, que fazem com que elas possam ser associadas a apoio simples. Para se saber em que caso elas se enquadram, é preciso realizar um estudo de tendência de deformação das lajes para cada tipo de reservatório.

Essa tendência de deformação é determinada através da rotação das arestas dos elementos estruturais em função dos carregamentos atuantes. De acordo com Kuehn (2002), quando as rotações têm o mesmo sentido não causam abertura ou fechamento considerável da ligação, pode-se considerar a aresta simplesmente apoiada (articulada). Quando as rotações possuem sentidos contrários originam um acréscimo de tensões devido à mudança dos esforços internos, podendo ocorrer abertura das ligações, portanto, nesta situação deve ser considerada a vinculação como engastamento.

Para as caixas d'água elevadas as paredes são analisadas como placas com o carregamento hidrostático atuando perpendicularmente ao seu plano. Nesse caso, a vinculação a ser considerada é de três lados engastados e a borda superior apoiada. A laje do fundo também recebe carregamentos perpendiculares ao seu plano (peso próprio, revestimentos, peso da água) e é considerada como engastada nas quatro bordas com as paredes. Já a laje da tampa pode ser analisada como simplesmente apoiada sobre as paredes, sabendo que também está sob carregamento perpendicular ao seu plano (Kuehn, 2002). A Figura 9 mostra esse caso.

Figura 9 – Vinculações em Reservatórios Elevados

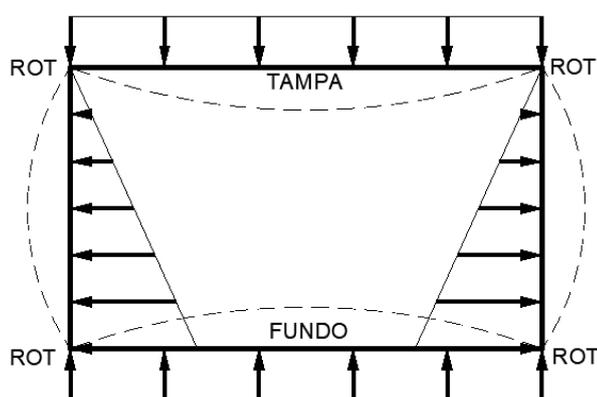


Fonte: Adaptado de Kuehn (2002).

Já nos reservatórios apoiados, enterrados e semienterrados, a análise feita para a caixa d'água vazia mostra que a tampa e o fundo tendem a girar nos sentidos opostos aos das paredes, e as paredes tendem a girar nos sentidos opostos entre si. Dessa forma, a tampa deve ser considerada totalmente engastada, a não ser que a mesma seja pré-moldada, em que não há a solidarização com a parede. Por esta razão, a tampa deve ser considerada como simplesmente apoiada nas paredes. As paredes e o fundo também devem ser tratados como engastados em todas as arestas (KUEHN, 2002; SOUZA; CUNHA, 1994).

Ao abordar os reservatórios apoiados, enterrados ou semienterrado cheios (Figura 10), a análise é distinta. Kuehn (2002) ressalta que já que a laje do fundo funciona como um radier, ela se encontra sob ação do peso total do reservatório e do peso da água, além disso, também é afetada pela reação do solo que provoca um carregamento de baixo para cima. Portanto, a laje de fundo será analisada com as quatro bordas simplesmente apoiadas nas paredes, pois tendem a girar no mesmo sentido. As paredes devem ser consideradas engastadas entre si, pois tendem a girar em sentidos opostos, e simplesmente apoiadas com o fundo e com a tampa. Por fim, a tampa simplesmente apoiada nas paredes.

Figura 10 – Vinculações em Reservatórios Apoiados, Enterrados ou Semienterrados Cheios



Fonte: Adaptado de Kuehn (2002).

Um aspecto importante a destacar é que, segundo Vasconcelos (1998), a importância da análise de vinculações entre os elementos estruturais de reservatórios se dá pela garantia de estanqueidade dos mesmos. Pois, as arestas são regiões mais propícias a abertura de fissuras, de acordo com a produção de tensões devido às rotações ou mudança de direção dos esforços internos. Portanto, se faz necessário um estudo cuidadoso das condições de bordo de cada laje.

### 2.2.2 Método dos Elementos Finitos

Muitos fenômenos físicos na ciência e na engenharia podem ser descritos em termos de equações diferenciais parciais. Segundo Fish e Belytschko (2009), em geral, resolver essas equações por métodos analíticos clássicos é quase impossível. Para esses casos, torna-se necessário recorrer a métodos numéricos para ter uma solução com um nível de aproximação aceitável.

Os métodos numéricos são baseados em processos iterativos que os tornam custosos numericamente. Entretanto, com a evolução dos computadores digitais eletrônicos e com a ampliação do seu acesso, a utilização de métodos numéricos tornou-se indispensável na modelagem das estruturas (NOGUEIRA; BEZERRA, 2017).

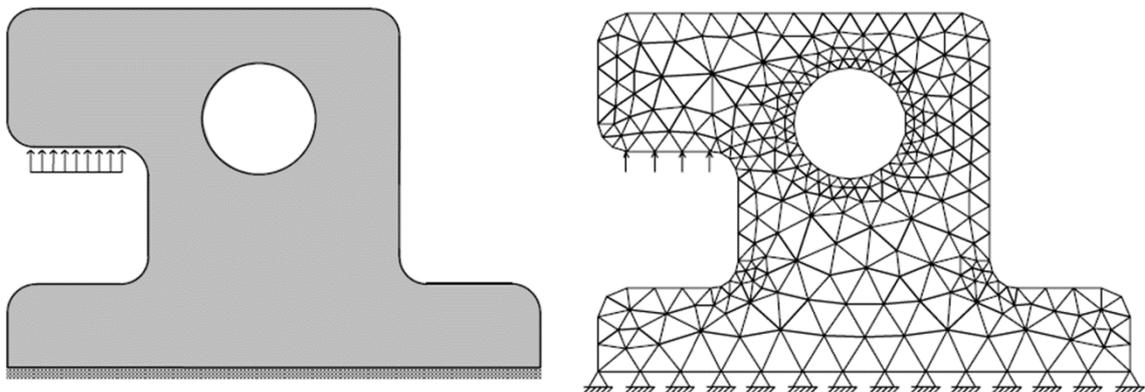
O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma abordagem numérica pela qual as equações diferenciais de equilíbrio podem ser resolvidas aproximadamente. Kimura (2018) destaca que o MEF é um método numérico consagrado e eficiente que pode ser plenamente utilizado nas análises de inúmeros tipos de estruturas. Atualmente, o MEF é a ferramenta computacional mais utilizada em aplicações científicas e de engenharia (FERREIRA, 2008).

Selke (1994) complementa dizendo que a versatilidade é uma característica notável do MEF, ou seja, este método pode ser aplicado aos mais variados tipos de problemas. A região a ser analisada, por exemplo, pode ter forma arbitrária, aberturas, cargas variáveis e quaisquer condições de contorno. A malha utilizada para análise pode ser constituída de elementos de diferentes tipos, formas e propriedades físicas. Outra vantagem do MEF é a semelhança física entre a malha e a estrutura real: o modelo representativo da estrutura não é uma abstração matemática de difícil visualização.

Assis e Bezerra (2017) destacam que a partir dos deslocamentos, as demais grandezas físicas de uma estrutura (deformações, tensões e esforços internos) podem ser obtidas por relações cinemáticas exatas. No MEF, há uma subdivisão do domínio de integração da estrutura em um número finito de elementos e, para cada subdomínio, o campo de deslocamentos é definido por uma função de aproximação que seja admissível. Essa subdivisão é denominada malha de elementos finitos e, para representar os parâmetros da solução discreta do modelo, utilizam-se os valores de deslocamentos dos nós (vértices) da malha (MARTHA, 2017). Se as funções de aproximação satisfazem certos requisitos matemáticos, uma solução de elemento finito para um problema específico converge para a solução exata do problema (HUTTON, 2004).

De acordo com Logan (2007), a partir dos deslocamentos nodais encontrados na solução discreta, os deslocamentos no interior dos elementos podem ser obtidos mediante a interpolação daqueles. Quanto maior a discretização do elemento, maior será o número de nós e, por conseguinte, maior será a aproximação do resultado exato. Portanto, a convergência da resposta pode ser acelerada de duas formas: redução do tamanho do elemento ou aumento do grau do polinômio de interpolação (ASSIS; BEZERRA, 2017). A Figura 11 exemplifica a transformação de um modelo bidimensional contínuo em um sistema discreto.

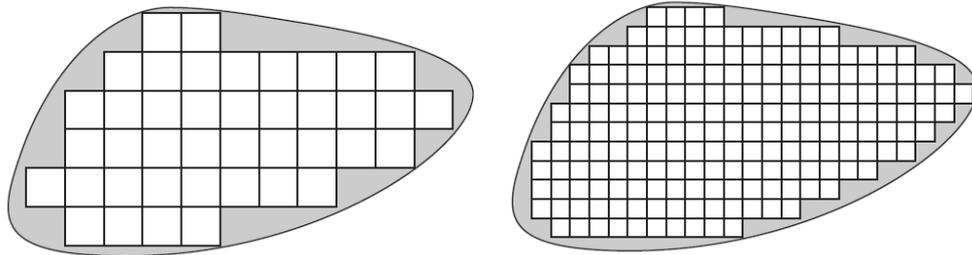
Figura 11 – Discretização de uma estrutura contínua



Fonte: Martha (2017)

Para ilustrar a convergência com o refinamento da malha, Hutton (2004) apresenta o problema da Figura 12. Nessa situação, um domínio com fronteira curva é aproximado, de forma grosseira, usando 41 elementos quadrados (Figura 12(a)). A área sombreada não é incluída no modelo. Refinando a malha para o mesmo domínio usando elementos menores e mais numerosos do mesmo tipo (192 elementos), (Figura 12(b)), é possível observar que o domínio físico será significativamente melhor coberto na representação de elementos finitos e os limites curvos são mais próximos (redução da área não inclusa no modelo). Os elementos triangulares poderiam aproximar ainda mais os limites.

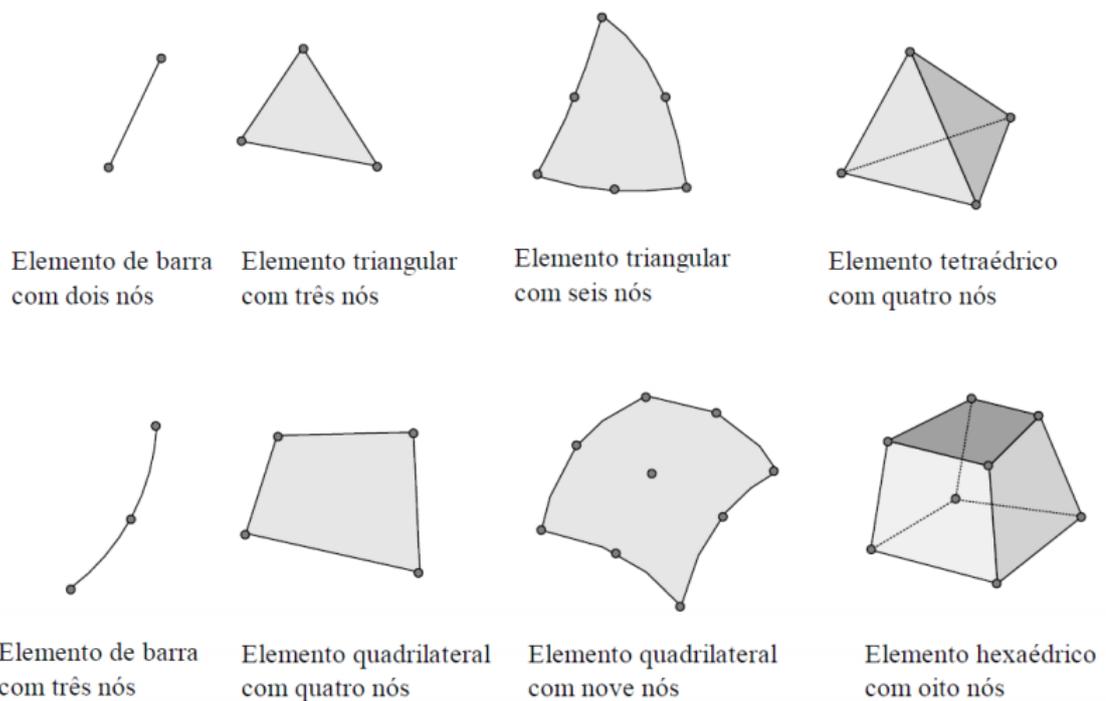
Figura 12 – a) domínio arbitrário de limite curvo modelado usando elementos quadrados e (b) malha refinada de elementos finitos.



Fonte: Hutton (2004)

Existem inúmero tipos de elementos finitos desenvolvidos e testados, cada um com a sua formação particular (KIMURA, 2018). Existem os elementos finitos lineares usados para modelar estruturas reticuladas, elementos finitos bidimensionais usados na simulação do comportamento de placas, chapas e cascas (quadrilaterais e triangulares) e os elementos finitos tridimensionais usados em modelos de sólidos (hexaedros e tetraedros), alguns desses elementos são demonstrados pela Figura 13.

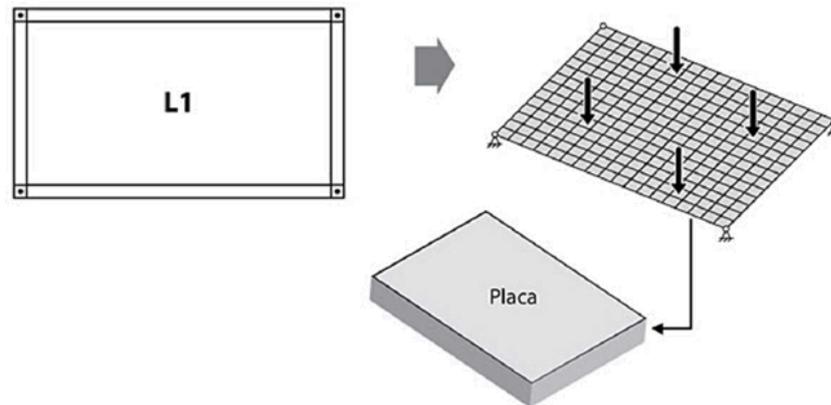
Figura 13 - Exemplos de elementos finitos.



Fonte: Souza (2003).

A análise de uma laje (Figura 14), por exemplo, pode ser simulada por elementos bidimensionais que simulam o comportamento de placas (elementos planos sujeitos à flexão biaxial). Cada laje é subdividida ou discretizada em diversas placas e cada placa pode ter um formato qualquer e um número de nós variável (KIMURA, 2018).

Figura 14 – Método dos Elementos Finitos para elementos bidimensionais



Fonte: Kimura (2018).

Martha (2017) salienta que a obtenção de um modelo discreto é muito mais complexa para estruturas contínuas do que nos casos de modelos de estruturas reticuladas. Nas estruturas formadas por barras, os nós são identificados facilmente e naturalmente nos encontros das barras, enquanto nos modelos de estruturas contínuas os nós são obtidos pela discretização do domínio da estrutura em uma malha.

O autor ainda chama atenção para o fato de que as funções de interpolação que definem a configuração deformada de uma malha de elementos finitos não são, em geral, compatíveis com a idealização matemática do comportamento do meio contínuo feita pela Teoria da Elasticidade. Em outras palavras, a discretização de uma malha de elementos finitos introduz simplificações em relação à idealização matemática feita para o comportamento da estrutura. Portanto, a solução do modelo discreto de elementos finitos é uma aproximação para a solução analítica da Teoria da Elasticidade.

De acordo com Hutton (2004), a etapa de pré-processamento (definição do modelo) do MEF, geralmente, inclui:

- a) Definição do domínio geométrico do problema;
- b) Definição do(s) tipo(s) de elemento a ser usado;
- c) Definição das propriedades do material dos elementos;

- d) Definição das propriedades geométricas dos elementos (comprimento, área e similares);
- e) Definição das conectividades do elemento (malha do modelo);
- f) Definição as restrições físicas (condições de contorno);
- g) Definição das ações.

### **2.3 Interação Solo Estrutura**

De acordo com Campos (2015), por muito tempo os elementos de fundações foram vistos como indelocáveis, considerando as superestruturas rotuladas ou engastadas nesses elementos. Entretanto, sabe-se que os elementos estruturais que interagem com o solo, geralmente estão submetidos a altas cargas ou tensões, enquanto o solo possui uma baixa capacidade resistente.

Para Antoniazzi (2011) quando o solo é submetido a um carregamento, na prática, este sofre deformações e esse conflito gera uma alteração no fluxo de cargas da estrutura, fazendo com que os valores de esforços obtidos em projeto sejam modificados. Essa reorganização das cargas pode gerar falhas na edificação.

O processo de interação solo-estrutura nada mais é do que a influência recíproca entre a superestrutura e o sistema de fundação, constituído pela fundação e o solo. Trata-se de um processo encadeado ainda na fase de construção e estende-se até que atinja um estado de equilíbrio, onde as tensões e deformações se encontrem estabilizadas, tanto da estrutura como do maciço dos solos (COLARES, 2006).

No caso dos reservatórios enterrados de concreto armado, como a laje do fundo se encontra em contato direto com o terreno, recebe as cargas oriundas do peso total do reservatório e do peso da água, e é afetada pela reação do solo de baixo para cima, a mesma pode ser considerada como um radier, em termos de análise estrutural, fazendo-se necessário um estudo da sua interação com o solo.

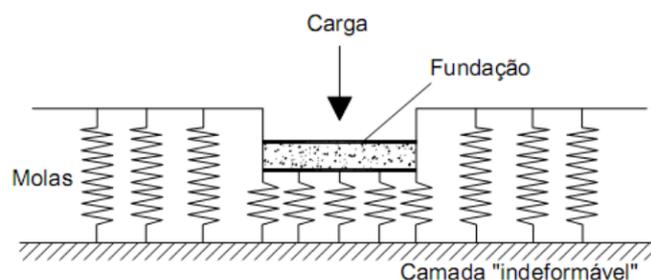
Segundo Mezaini (2006), a utilização de modelos para simular o comportamento do solo com mais realismo é um aspecto crucial na análise de estruturas de superfície, pois desconsiderar a deformabilidade do solo pode apresentar resultados de esforços calculados e reais incompatíveis. A depender do grau de deformabilidade do solo onde o reservatório se encontra apoiado, podem ocorrer momentos fletores com sentidos contrários àqueles correspondentes ao cenário de solo infinitamente rígido.

Existem alguns métodos de análise de estruturas que consideram a ISE como o Monitoramento de Recalques analisado por Gusmão (1990), Análises Tridimensionais considerando o solo e a estrutura como um sistema global, estudado por Moura (1999), ou ainda segundo Souza e Reis (2008) com a popularização do computador, processos mais sofisticados ou métodos numéricos também têm sido utilizados por meio de cálculos por diferenças finitas, elementos finitos, método dos elementos de contorno, entre outros.

Uma maneira mais simplificada para considerar o efeito da deformabilidade do solo e satisfatória para muitos autores em termos de recalques e esforços solicitantes é realizada por meio de análises considerando uma série de molas, método baseado na hipótese de Winkler (1867).

O modelo proposto por Winkler (1867) admite que o solo seja visto como um sistema de molas lineares e independentes entre si, sendo consideradas somente as deformações ocorridas na região das fundações, sem considerar o efeito de carregamentos no entorno da estrutura. A Figura 15 ilustra o modelo.

Figura 15 – Hipótese de Winkler



Fonte: Antoniazzi (2011).

Neste modelo, o deslocamento  $w$  de qualquer ponto situado na superfície do solo é diretamente proporcional ao carregamento  $q$  aplicado no ponto e independente de outros carregamentos externos, aplicados em outros pontos do solo. A representação matemática do modelo é dada por

$$q(x,y) = k \cdot w(x,y) \quad (9)$$

onde  $k$  é a constante de proporcionalidade denominada coeficiente de mola.

A principal dificuldade desse modelo manifesta-se em determinar a rigidez das molas elásticas usadas na laje de fundo do reservatório. Segundo Antoniazzi (2011), a constante  $k$  não é uma propriedade intrínseca do solo, está relacionada na verdade, com as características do elemento estrutural da fundação, como a forma, dimensões ou o carregamento.

### 3 METODOLOGIA

Do ponto de vista da sua natureza, este estudo trata-se de uma pesquisa aplicada, pois, de acordo com Prodanov e Freitas (2013), essas objetivam gerar conhecimentos para aplicação prática dirigida à solução de problemas específicos, envolvendo verdades e interesses locais.

Do ponto de vista dos seus objetivos, a pesquisa possui caráter explicativo, pois, segundo Prodanov e Freitas (2013), esses estudos tendem a registrar, analisar, classificar e interpretar os fenômenos estudados, e possuem a preocupação de identificar seus fatores determinantes. Vale ressaltar que nesse tipo de pesquisa deve haver certo controle das variáveis, a fim de identificar, por meio da manipulação dos dados ou procedimentos, aquelas independentes ou dependentes do fenômeno em estudo.

Quanto aos procedimentos técnicos, será realizado um estudo de caso em dois reservatórios enterrados de concreto armado para fins de exemplificação, onde serão definidas suas geometrias, calculadas suas solicitações, para então comparar suas análises estruturais a partir de métodos clássicos com valores obtidos por ferramentas computacionais que simulam o Método dos Elementos Finitos.

Dessa forma, pode-se considerar que, sob o ponto de vista da abordagem do problema, a pesquisa é quantitativa. Nesse caso, algumas hipóteses serão formuladas, pois os resultados irão analisar a interação das variáveis utilizadas e comparar os métodos considerando suas particularidades.

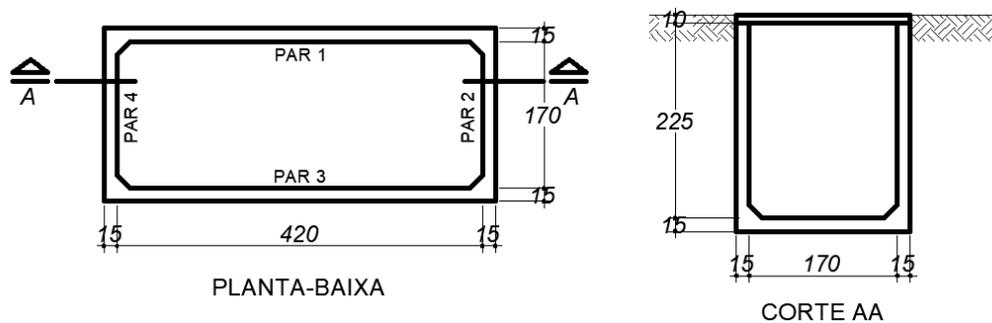
#### 3.1 Definições do Protótipo

As lajes maciças podem ser armadas em uma ou em duas direções. Esse aspecto é imprescindível no cálculo e detalhamento das armaduras, etapas do projeto posteriores à análise estrutural. Conhecidos os vãos teóricos das lajes é possível fazer uma relação entre o maior e o menor vão e classificar a mesma em armada em uma direção ou armada em duas direções.

Dessa forma, optou-se por analisar um protótipo de reservatório d'água enterrado paralelepípedo, contendo somente uma célula, que possui lajes classificadas como armadas em uma direção e em duas direções. A tampa foi considerada pré-moldada pois é mais usual. A partir disso, as análises e comparações entre os resultados obtidos por cada método puderam ser realizadas.

O protótipo foi concebido compondo-se das seguintes dimensões: 2,0 m de largura, 4,5 m de comprimento e 2,5 m de altura. As paredes e o fundo têm 15 cm de espessura e a tampa 10 cm. Esse modelo propõe que as lajes da tampa e do fundo sejam armadas em uma direção, pois o resultado da divisão entre o maior e o menor vão é maior que 2,0. Entretanto, as lajes que compõem as paredes são armadas em duas direções, pois o resultado da divisão entre o maior e o menor vão é menor que 2,0. O esquema do modelo e a identificação de cada placa estão apresentados na Figura 16.

Figura 16 – Identificação das placas do reservatório



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2020.

### 3.2 Determinação das cargas atuantes

Para determinar a resultante de cargas na tampa do reservatório, foram consideradas as cargas permanentes, sendo estas: peso próprio e peso dos revestimentos, e cargas adicionais de utilização. O peso dos revestimentos e a carga acidental correspondem respectivamente a  $1,0 \text{ kN/m}^2$  e  $0,5 \text{ kN/m}^2$ , conforme NBR 6120:2019. As ações atuantes foram calculadas pelas equações:

$$g_{\text{tampa}} = e_{\text{tampa}} \cdot \gamma_{\text{concreto}} \quad (10)$$

$$q_{\text{tampa}} = g_{\text{tampa}} + q_{\text{revestimentos}} + q_{\text{acidental}} \quad (11)$$

sendo  $g_{\text{tampa}}$  a carga do peso próprio,  $e_{\text{tampa}}$  a espessura da tampa,  $\gamma_{\text{concreto}}$  o peso específico do concreto.

No caso das paredes, a determinação das cargas foi feita para o reservatório vazio e para o reservatório cheio. No primeiro caso, a força resultante das cargas nas paredes laterais se dá pelo empuxo de terra. Essa carga possui formato triangular e é distribuída por toda área externa das paredes em contato com o solo. Dessa forma, utilizou-se peso específico do solo de  $17 \text{ kN/m}^3$  e um coeficiente de empuxo ativo igual a 0,33.

As cargas derivadas com empuxo de terra nas paredes foram calculadas através da equação:

$$q_{es} = h_{paredes} \cdot \gamma_{solo} \cdot k \quad (12)$$

sendo  $q_{es}$  a carga de empuxo do solo,  $h_{paredes}$  a altura das paredes em contato com o solo,  $\gamma_{solo}$  o peso específico do solo e  $k$  o coeficiente de empuxo ativo.

Para o reservatório cheio, a força resultante das cargas nas paredes laterais se dá pela diferença entre a pressão hidrostática interna e a pressão ocasionada pelo empuxo de terra lateral. A ação da água nas paredes pode ser calculada com base na equação:

$$q_{\acute{a}gua} = h_{paredes} \cdot \gamma_{\acute{a}gua} \quad (13)$$

sendo  $q_{\acute{a}gua}$  a carga oriunda do peso da água,  $h_{paredes}$  a altura da coluna d'água e  $\gamma_{\acute{a}gua}$  o peso específico da água, sendo 10 kN/m<sup>3</sup>.

Assim, pode-se calcular a carga resultante do empuxo da água quando o reservatório se encontra cheio, através da equação:

$$q_{ea} = q_{\acute{a}gua} - q_{es} \quad (14)$$

Por fim, as cargas atuantes que geram esforços de flexão na laje do fundo são: a carga total da tampa e o peso próprio das paredes. A somatória desses pesos implica em uma carga uniformemente distribuída na laje de fundo. O peso próprio da laje de fundo e peso da água ocasionam esforços de compressão devido à reação do terreno, portanto, não são considerados nesses cálculos. Em vista disso, a força resultante que atua na laje de fundo pode ser determinada da seguinte forma: primeiramente, encontrou-se o peso próprio de cada parede, como pode ser entendido na equação:

$$g_{paredes} = \frac{(C_{parede} \cdot h_{parede} \cdot e_{parede}) \cdot \gamma_{concreto}}{\acute{A}rea_{fundo}} \quad (15)$$

Posteriormente, calculou-se a soma desse peso total com a carga total proveniente da tampa.

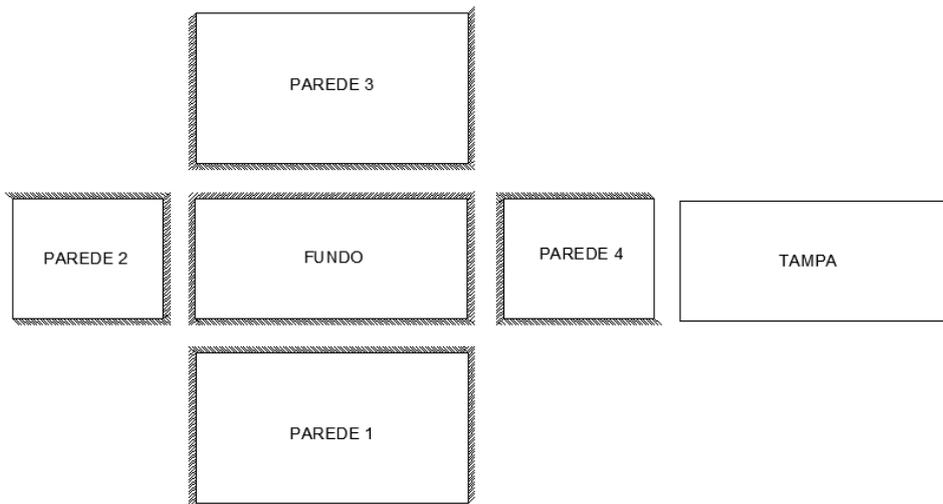
$$q_{fundo} = g_{paredes} + q_{tampa} \quad (16)$$

### 3.3 Método das Placas Isoladas

Como comentado em capítulos anteriores, o Método das Placas Isoladas considera cada elemento do reservatório como lajes isoladas. Os primeiros passos desse método são definir a vinculação entre os elementos, e os tipos de armação de cada placa.

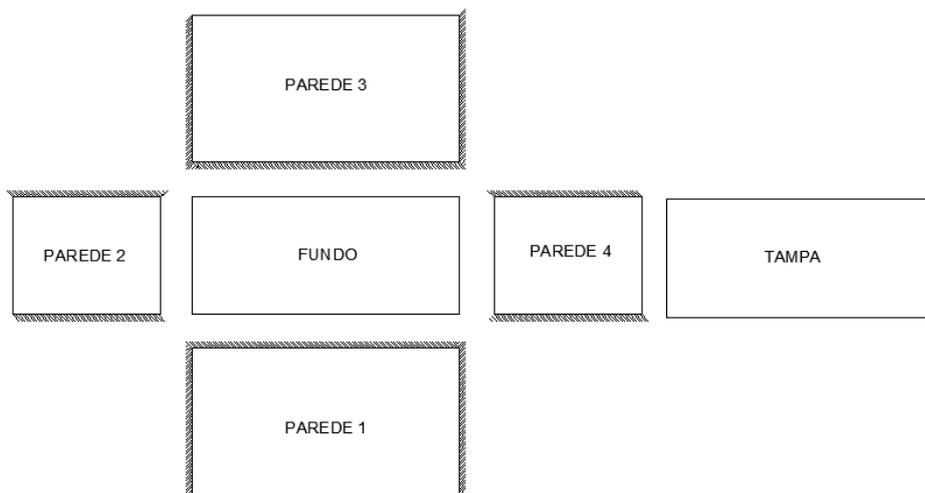
Para o reservatório vazio (Figura 17) considerou-se a placa de fundo engastada nas quatro bordas com as paredes, as paredes engastadas entre si e a tampa apoiada nas paredes por ser pré-moldada. Para o reservatório cheio (Figura 18) considerou-se a placa de fundo rotulada nas quatro bordas com as paredes, as paredes engastadas entre si e a tampa também apoiada nas paredes.

Figura 17 – Vinculação dos elementos dos reservatórios vazios



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2020.

Figura 18 – Vinculação dos elementos dos reservatórios cheios



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2020.

A laje da tampa foi considerada em ambos os casos (reservatório vazio e cheio) apoiada nas quatro paredes. Diante da vinculação foi considerado o Caso 1 da tabela do ANEXO A e o valor de  $\lambda$  foi encontrado a partir da equação:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (17)$$

onde,  $l_y$  é o maior vão da laje e  $l_x$  o menor vão.

Ao obter os coeficientes na mesma tabela, pôde-se calcular os valores correspondentes aos momentos fletores a partir da Equação (7).

As paredes em ambos os modelos foram consideradas armadas em duas direções, entretanto os esforços variam devido a mudança das dimensões em cada parede e o tipo de vinculação. Para determinar as solicitações dos momentos fletores com o reservatório vazio usou-se a tabela disponível no ANEXO B, onde a carga atuante é triangular e o caso escolhido foi 16, e a Equação (7). Os coeficientes de entrada na tabela foram obtidos através da equação:

$$\lambda = \frac{l_a}{l_b} \quad (18)$$

onde  $l_a$  corresponde à altura da parede.

No caso do reservatório cheio o procedimento é o mesmo, com exceção do caso de vinculação. Nesse modelo utilizou-se o caso 15 da tabela disponível no ANEXO B, pois as paredes não se encontram mais engastadas com o fundo.

Para determinar as solicitações na laje de fundo do reservatório quando o mesmo se encontra vazio, considerou-se as quatro bordas engastadas com as paredes. No caso do protótipo em questão, a laje deve ser armada em somente uma direção, partindo do princípio que o valor de  $\lambda$  é igual ao da tampa.

Por conseguinte, determinaram-se os momentos fletores a partir dos coeficientes retirados da tabela do ANEXO C, onde o caso adotado foi o 6, e a Equação (7).

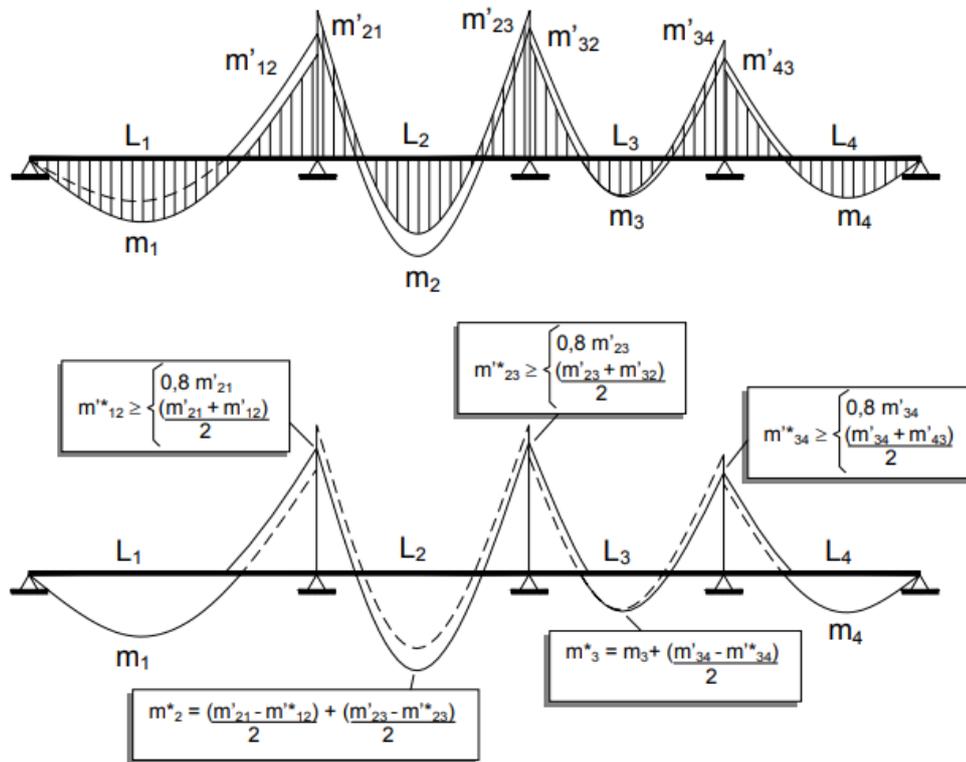
Na situação do reservatório cheio, a vinculação da laje foi definida simplesmente apoiada com as paredes. Dessa maneira, o caso adotado na tabela do ANEXO A, foi o caso 1.

Para os elementos os quais as arestas engastadas apresentaram nos pontos de engastamento valores de momentos fletores negativos diferentes, foi necessário fazer uma compatibilização de momentos (Figura 19). A compatibilização de momentos fletores faz com que a continuidade da estrutura seja considerada. Foi aplicado o maior resultado entre: 80% do maior valor de momento fletor e a média entre os dois momentos fletores.

Em decorrência da compatibilização dos momentos negativos, os momentos positivos na mesma direção devem ser analisados, segundo Pinheiro (2007). A correção foi feita somando-se ao valor do momento fletor encontrados a média das variações ocorridas nos momentos fletores negativos sobre os respectivos apoios. Pode acontecer da compatibilização

acarretar diminuição do momento positivo, de um lado, e acréscimo, do outro. Neste caso, ignora-se a diminuição e considera-se somente o acréscimo.

Figura 19 – Compatibilização de momentos fletores



Fonte: Pinheiro (2007).

### 3.4 Determinação das constantes das molas que representam a rigidez do solo

Existem diversas maneiras de estimar o valor do coeficiente de mola  $k$ , Martins (2016) afirma que pode ser por ensaio de placa através da curva de recalque da placa, cujo coeficiente se dá pela própria inclinação do trecho inicial, pelo cálculo do recalque da fundação real sendo submetida a um carregamento unitário distribuído, obtendo-se o coeficiente de mola através de um recalque médio quando trata-se a fundação como rígida, pelo uso de tabelas de valores típicos fornecidos na literatura, por correlações com  $N_{SPT}$  ou por correlações com a tensão admissível do solo.

Neste trabalho foi utilizado o último método apresentado por Martins (2016), onde a constante de mola  $k_v$ , ou coeficiente de recalque vertical, foi estimada a partir de uma correlação empírica com a tensão admissível disponível em Morrison (1993). Considerou-se

um solo com tensão admissível de 1,50 kgf/cm<sup>2</sup> ou 150 kN/m<sup>2</sup>. A partir dessa definição foi feita a correlação com a Tabela 1 e determinado o Kv do terreno.

Tabela 1 – Valores para Kv

| <b>Tensão admissível<br/>(kgf/cm<sup>2</sup>)</b> | <b>Kv<br/>(kgf/cm<sup>3</sup>)</b> |
|---|------------------------------------|
| 0,50  | 1,30                               |
| 1,00  | 2,20                               |
| 1,50  | 3,10                               |
| 2,00  | 4,00                               |
| 2,50  | 5,00                               |
| 3,00  | 6,00                               |
| 3,50  | 7,00                               |
| 4,00  | 8,00                               |

Fonte: Morrison (1993).

Com o valor de Kv definido, pôde-se determinar os valores dos três tipos de molas que atuam na laje de fundo do reservatório: mola central, mola lateral e mola de canto. As molas foram inseridas em todos os nós que formam a malha de elementos da laje de fundo, e cada mola atende à metade da largura e metade do comprimento do elemento, como mostrado na Figura 20, onde o círculo representa a mola e o quadrado representa os elementos.

Figura 20 - Mola central, mola lateral e de mola de canto



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2020.

Dessa forma, os valores das constantes de molas em kN/m, foram definidos a partir da multiplicação do Kv pela área de influência de cada mola. A partir da Figura 20 é possível inferir que os valores das molas centrais tendem a abranger uma área maior quando comparada com as molas laterais e de canto, portanto, devem apresentar o maior valor entre as três. Assim como as molas dos quatro cantos abrangem as menores áreas de elementos e devem apresentar os menores valores entre as três.

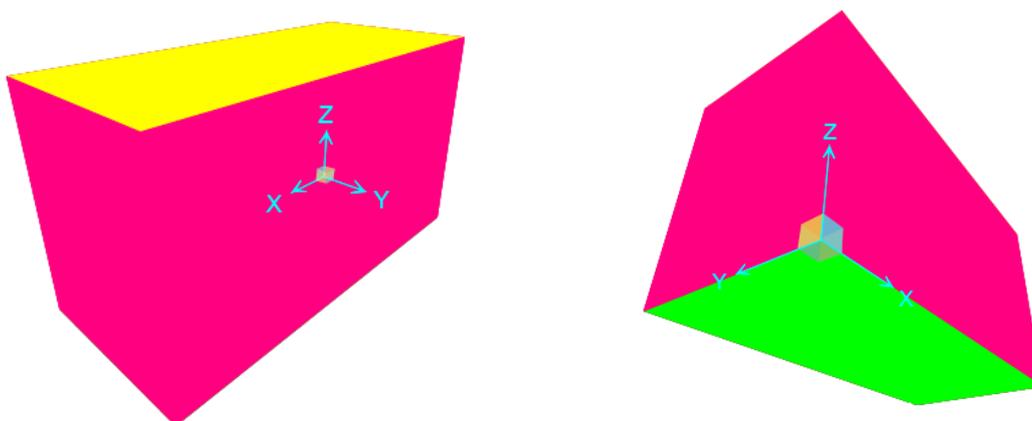
### 3.5 Método dos Elementos Finitos

Para a análise dos reservatórios através do Método dos Elementos Finitos, foi utilizado o programa SAP2000, que é um pacote de *software* da *Computers and Structures Inc.* para análise estrutural e projeto de estruturas gerais. De acordo com seu manual, o *software* faz análises do tipo estática e dinâmica, linear e não-linear, análise dinâmica com sismos, permite considerações de fluência e retração, utiliza elementos de barra, planos e sólidos, análises planas e tridimensionais, múltiplos sistemas de coordenadas, uma série de opções para aplicação de carregamentos, grande capacidade de análise e algoritmos estáveis e eficientes.

Os reservatórios são formados por um conjunto de elementos planos, uma vez que todos os componentes possuem espessura significativamente inferior às demais dimensões. No SAP2000, esses tipos de modelos podem ser concebidos com os elementos *Shell*, que combinam comportamentos de membrana e placa. O elemento permite a aplicação de carregamentos por gravidade, carregamentos uniformemente distribuídos ou carregamentos que tenham valores interpolados entre os definidos para cada nó.

A geometria do reservatório foi criada no SAP2000 seguindo as mesmas dimensões propostas anteriormente no item 3.1, onde possui 2,0 m de largura, 4,5 m de comprimento e 2,5 m de altura, as paredes e o fundo com 15 cm de espessura e a tampa com 10 cm. Essas dimensões foram lançadas no software através de coordenadas e os componentes definidos por cores: a tampa amarela, paredes rosas e fundo verde. A Figura 21 mostra a geometria do volume modelado no *software*.

Figura 21 – Geometria tridimensional do modelo



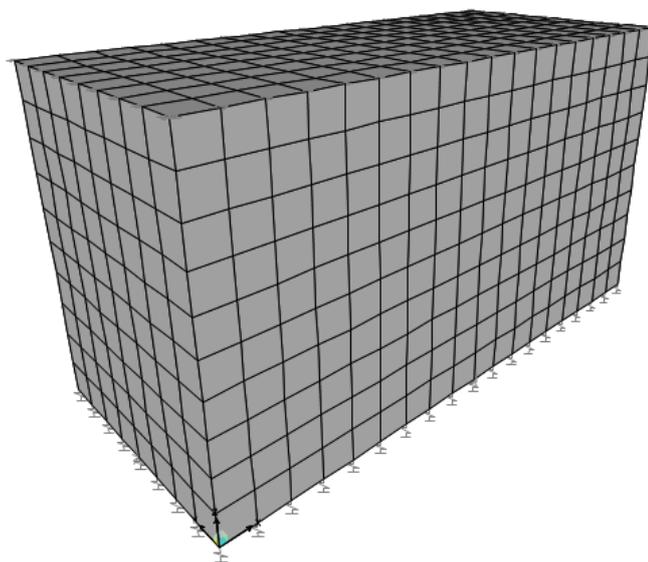
Fonte: Autora, extraída do SAP2000 (2020).

Na definição do material utilizou-se concreto de 25 Mpa, sendo esse material constituído por um Módulo de Elasticidade de 24.150 Mpa e Coeficiente de Poisson de 0,20.

Para o comportamento de placa, foi adotado o elemento *Shell* com formulação de placas finas utilizando a Teoria de Placas (KIRCHHOFF, 1850). Os elementos *Shell* podem ser de três nós (triangulares) ou quatro nós (quadrilaterais), com cada um contendo seis graus de liberdade (translação na direção dos três eixos e rotação em torno destes). Os componentes do reservatório concebidos nesse trabalho têm geometria quadrangular, o que faz com que uma malha estruturada formada por elementos quadrilaterais seja mais indicada.

A discretização, ou seja, a formação da malha é a definição das dimensões dos elementos empregados, onde essas dimensões devem ser analisadas ou convergidas de modo a refinar o tamanho do elemento, dessa forma, o modelo resultará mais satisfatoriamente. Assim, a malha tridimensional utilizada neste trabalho foi composta com quadrados de 25 cm de lados, aplicados em toda a estrutura, como pode ser observado na Figura 22.

Figura 22 – Definição da malha

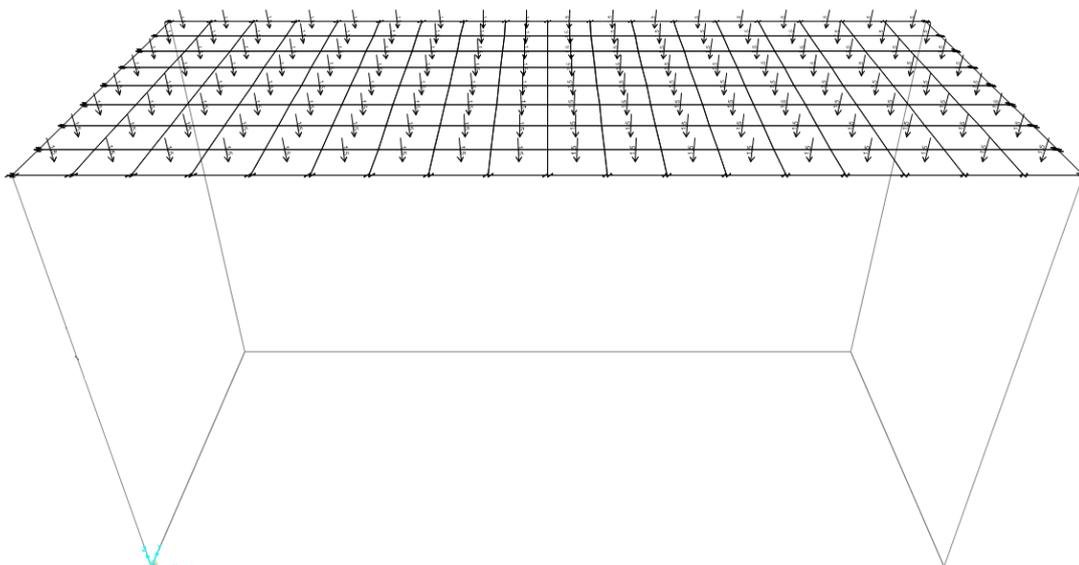


Fonte: Autora, extraída do SAP2000 (2020).

Nesse modelo, a interação solo-estrutura foi dada pela vinculação do fundo do reservatório com uma base elástica, onde as constantes das molas foram determinadas baseando-se na hipótese de Winkler. As paredes foram engastadas no momento de lançamento da estrutura tridimensional. Já a tampa, como foi definida pré-moldada, foi rotulada através do comando *edge releases*.

Após a vinculação, foi realizada a atribuição das cargas. O peso próprio de todas as placas é atribuído automaticamente pelo *software*, sendo assim, foi necessário adicionar apenas as outras cargas atuantes. Na tampa foi inserida a carga de revestimentos de  $1,0 \text{ kN/m}^2$  e a carga acidental de  $0,5 \text{ kN/m}^2$ , demonstradas na Figura 23.

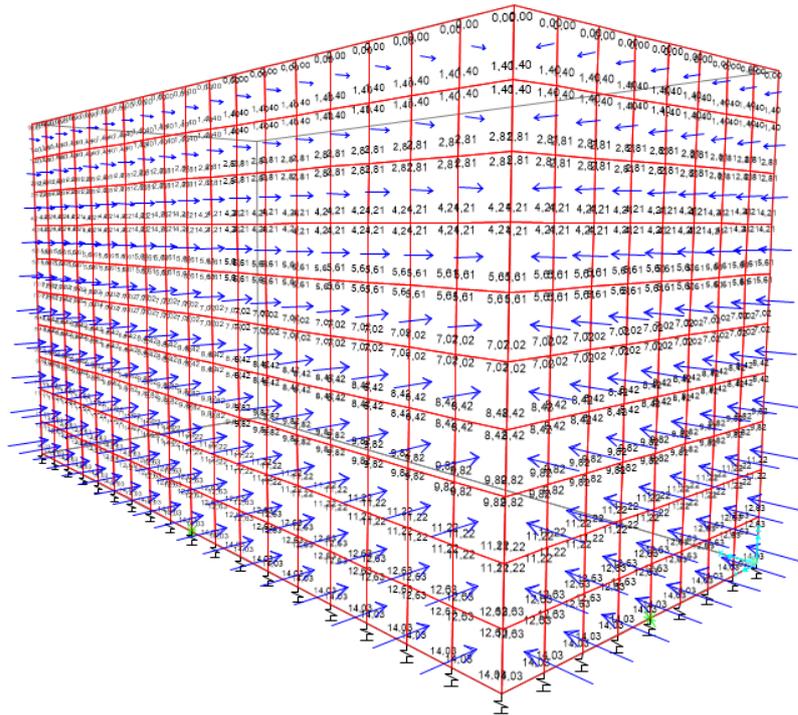
Figura 23 – Atribuição das cargas na tampa



Fonte: Autora, extraída do SAP2000 (2020).

Nas paredes, foram atribuídas as cargas triangulares oriundas do empuxo do solo e da pressão hidrostática. No que se refere ao empuxo do solo, foi utilizado o peso específico do solo de  $17 \text{ kN/m}^3$  e coeficiente de empuxo ativo igual a  $0,33$ , assim como no primeiro método. A apresenta uma vista de duas paredes do reservatório, que demonstram a carga do empuxo do solo sendo aplicada triangularmente de fora para dentro, de modo que no topo das paredes a carga é  $0,00 \text{ kN/m}^2$ , e nas bases das paredes seu valor é máximo.

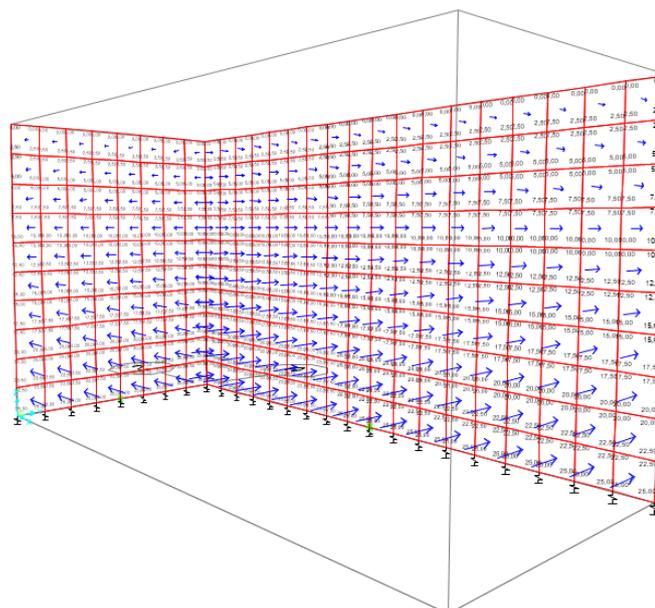
Figura 24 – Atribuição das cargas de empuxo do solo nas paredes



Fonte: Autora, extraída do SAP2000 (2020).

Em relação a pressão estática, foi aplicada a carga triangular de 25 kN/m<sup>2</sup> ao longo das paredes, considerando o peso específico da água de 10 kN/m<sup>3</sup>. A Figura 25 faz essa demonstração, onde as cargas são aplicadas de dentro para fora triangularmente.

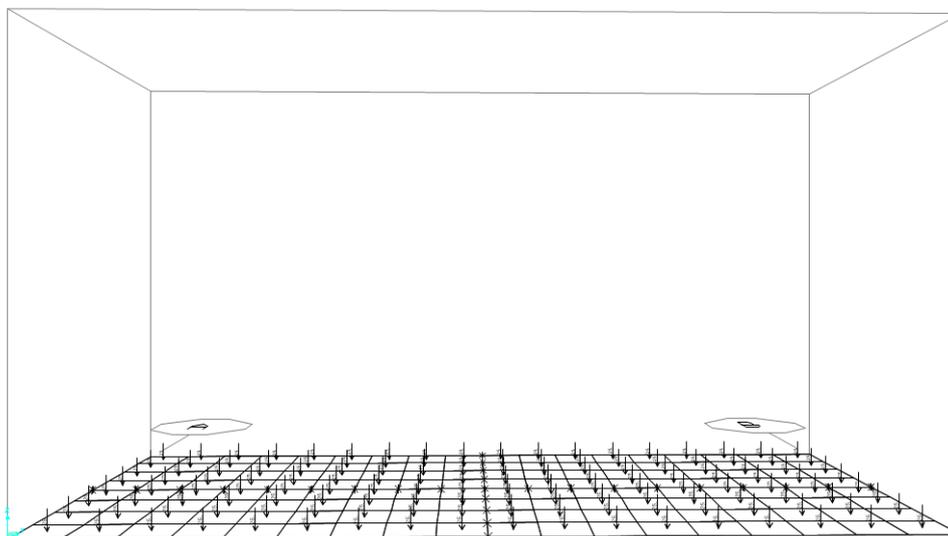
Figura 25 – Atribuição da pressão hidrostática



Fonte: Autora, extraída do SAP2000 (2020).

Por fim, na laje do fundo foi aplicada a carga referente ao peso da água, também com valor de  $25 \text{ kN/m}^2$ , entretanto distribuída uniformemente.

Figura 26 – Atribuição da carga no fundo



Fonte: Desenvolvida pela autora, 2020.

Vale destacar que o *software* permite fazer combinações de cargas que possibilitam a análise dos resultados com inúmeras possibilidades. Dessa forma, criaram-se duas combinações para esse modelo, uma se referindo ao reservatório vazio, considerando o peso próprio, a carga acidental da tampa e o empuxo do solo. A outra combinação foi feita associando-se ao reservatório cheio, composta pelo peso próprio, carga acidental da tampa, empuxo do solo, empuxo da água e peso da água no fundo.

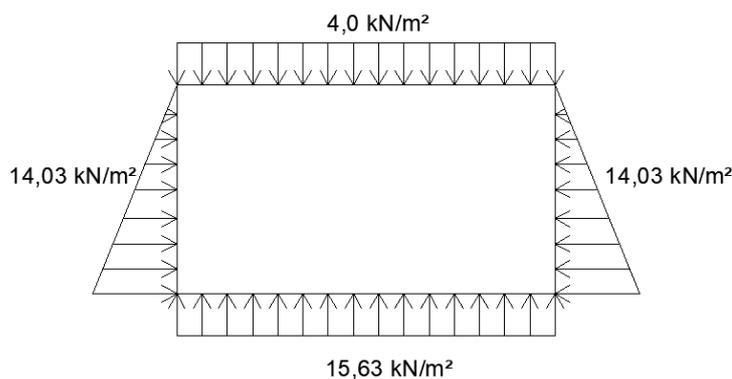
## 4 RESULTADOS

Neste capítulo é apresentada uma síntese dos principais resultados encontrados durante o desenvolvimento do trabalho, obtidos a partir do exposto no capítulo anterior.

### 4.1 Ações no reservatório

A Figura 27 apresenta os resultados das ações definidas para o reservatório vazio, onde a tampa recebe um carregamento de  $4 \text{ kN/m}^2$ , sendo  $2,5 \text{ kN/m}^2$  de peso próprio,  $1,0 \text{ kN/m}^2$  da carga dos revestimentos e  $0,5 \text{ kN/m}^2$  de carga acidental. As paredes recebem  $14,03 \text{ kN/m}^2$  de carga do empuxo do solo. E a laje de fundo é reagida pelo solo com uma carga de  $15,63 \text{ kN/m}^2$ .

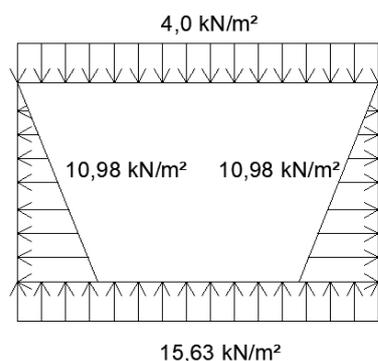
Figura 27 – Ações definidas para o reservatório vazio



Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

No caso das ações definidas para o reservatório cheio (Figura 28), as cargas da tampa e do fundo permaneceram as mesmas, sendo modificada somente a carga das paredes.

Figura 28 – Ações definidas para o reservatório cheio

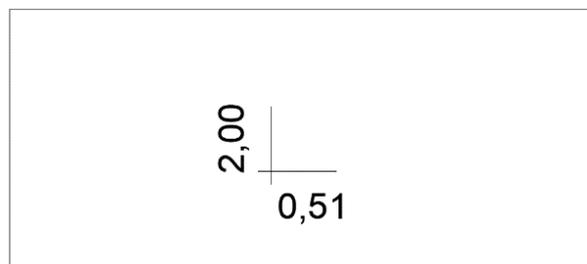


Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

## 4.2 Método das Placas Isoladas

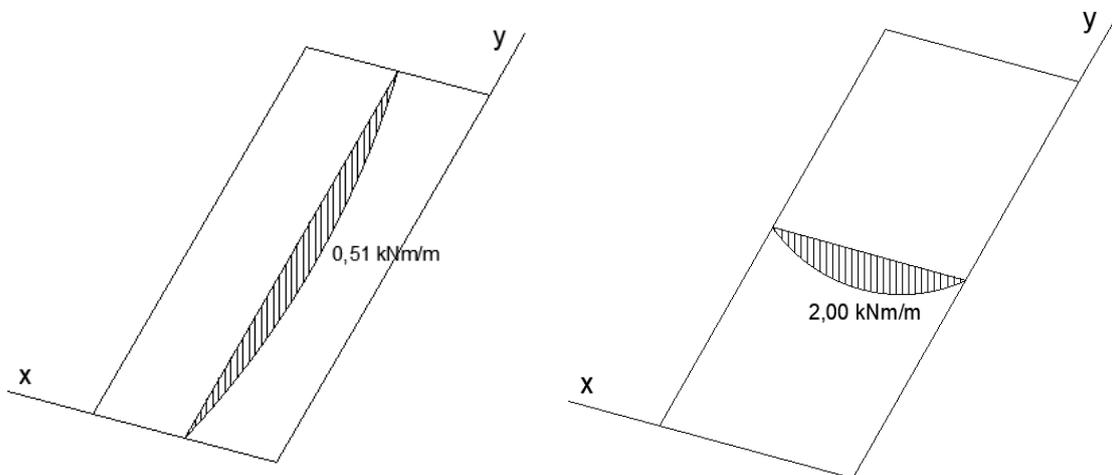
Para o primeiro método de estudo os resultados encontrados estão demonstrados a seguir. A Figura 29 representa os momentos fletores encontrados para as ações empregadas na laje da tampa, tanto para o reservatório vazio como cheio, e na Figura 30 seus diagramas correspondentes. Como esperado pela vinculação da placa, não houve momentos negativos atuantes, apenas momentos positivos, 2,00 kNm/m no eixo x e 0,51 kNm/m no eixo y.

Figura 29 – Momentos fletores na tampa



Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Figura 30 – Diagramas de momento fletor na tampa

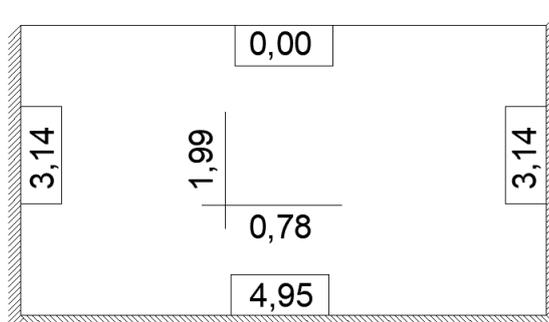


Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

No caso das paredes e do fundo do reservatório os resultados dos momentos fletores diferem para os cenários: vazio e cheio. Primeiramente serão apresentadas as resoluções para o cenário do reservatório vazio.

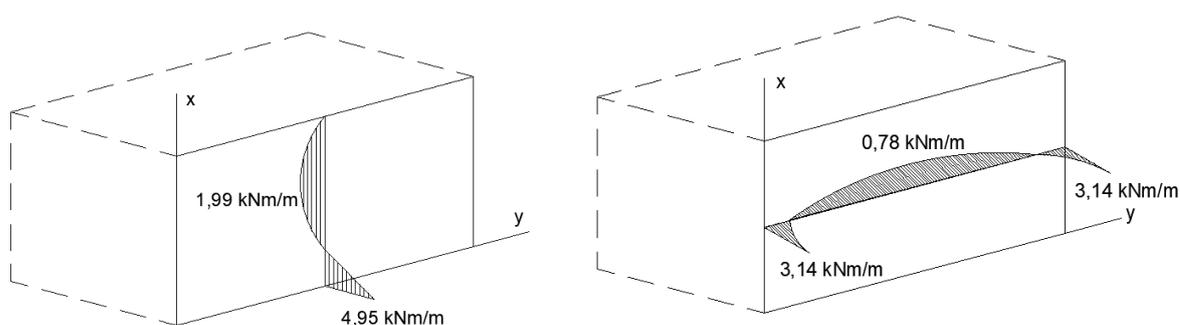
As paredes maiores, 1 e 3, tiveram as soluções de momento fletores apresentadas na Figura 31, onde pode-se notar o aparecimento de momentos negativos nas arestas comuns entre as paredes e das paredes com o fundo, devido a presença de engaste. Como pode ser visto também através dos diagramas, Figura 32, no eixo x as paredes maiores tiveram momento negativo de 4,95 kNm/m na sua base e momento positivo de 1,99 kNm/m. Já no eixo y, os momentos negativos resultaram em 3,14 kNm/m e o positivo no centro da placa resultou em 0,78 kNm/m.

Figura 31 – Momentos fletores nas paredes 1 e 3 para o reservatório vazio



Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Figura 32 – Diagramas de momentos fletores nas paredes 1 e 3 para o reservatório vazio

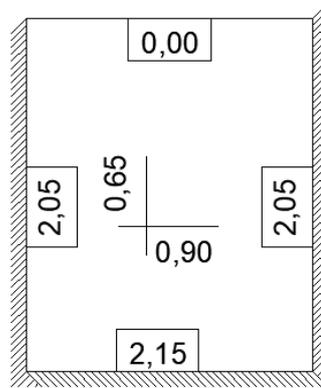


Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

As paredes menores, 2 e 4, tiveram a mesma linha de raciocínio em seus resultados, apresentaram momentos negativos nas arestas comuns entre as paredes e das paredes com o fundo, Figura 33. De acordo com seus diagramas, Figura 34, também é possível ver claramente a atuação dos momentos, sendo no eixo x: 2,15 kNm/m na base e 0,65 kNm/m no centro da

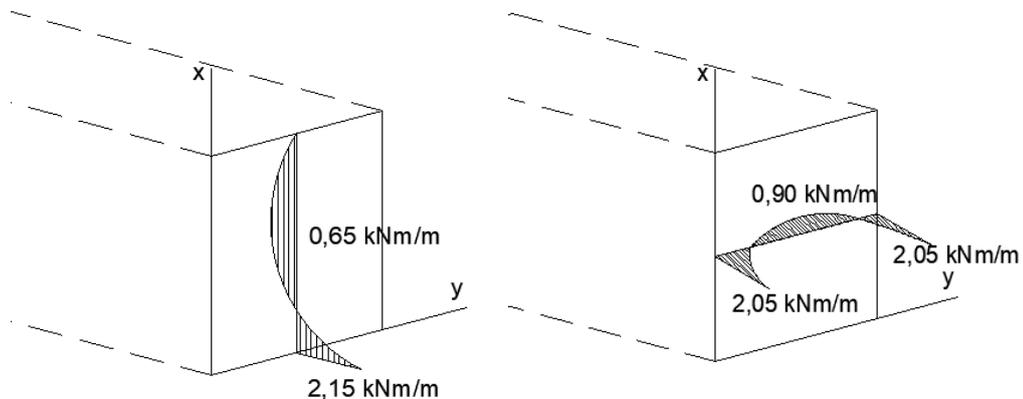
placa. Já no eixo  $y$ , os momentos negativos nas vinculações com as paredes 1 e 3, resultaram  $2,05 \text{ kNm/m}$  de momentos negativos e  $0,90 \text{ kNm/m}$  no centro da placa, sendo positivo.

Figura 33 – Momentos fletores nas paredes 2 e 4 para o reservatório vazio



Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Figura 34 – Diagramas de momentos fletores nas paredes 2 e 4 para o reservatório vazio



Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

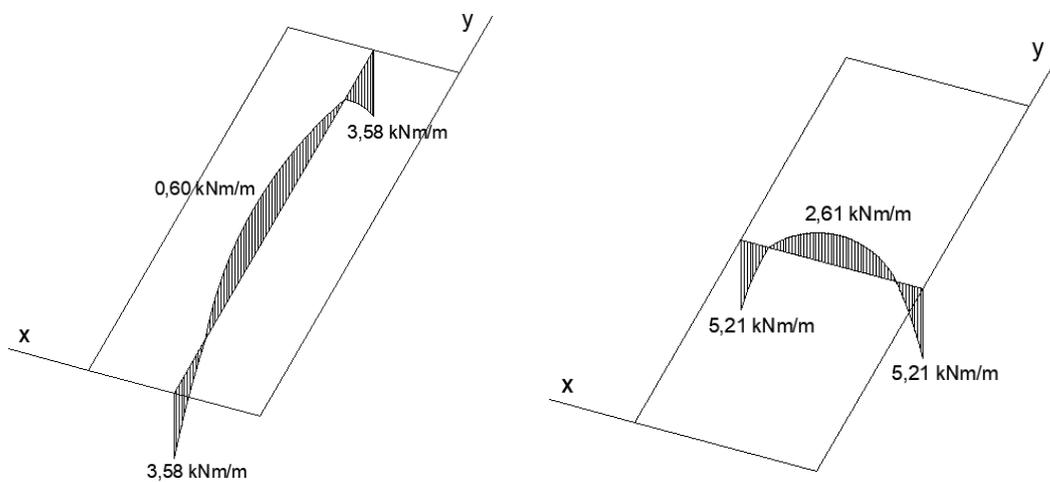
Finalmente para a placa do fundo com o reservatório vazio, apresentam-se na Figura 35, os momentos fletores resultantes. Como pressentido a partir do caso de vinculação dessa placa, sendo considerada totalmente engastada, os momentos fletores negativos revelaram-se em todas as arestas comuns com as paredes. Na Figura 36 é possível perceber com mais clareza a atuação dos momentos fletores em cada eixo. No eixo  $x$ , o momento positivo máximo no centro da placa foi de  $2,61 \text{ kNm/m}$  e os momentos negativos com as paredes 1 e 3 foram de  $5,21 \text{ kNm/m}$ . No eixo  $y$ , o momento positivo máximo foi menor, resultando em  $0,60 \text{ kNm/m}$  e os momentos negativos com as paredes 2 e 4 resultaram em  $3,58 \text{ kNm/m}$ .

Figura 35 – Momentos fletores no fundo para o reservatório vazio



Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Figura 36 – Diagramas de momentos fletores no fundo para o reservatório vazio



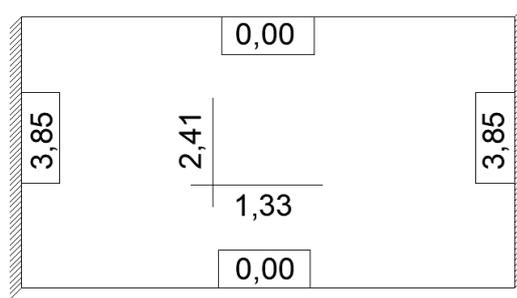
Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

No que se refere ao reservatório cheio, os resultados diferem tanto pela variação das cargas, devido ao peso da água, como pela diferente vinculação da laje de fundo, antes engastada e agora rotulada.

Ao abordar, primeiramente, as paredes maiores 1 e 3, os momentos fletores encontrados estão demonstrados nas Figura 37. Como é possível perceber, os momentos negativos só aparecem nas arestas comuns entre as paredes, como a vinculação com a tampa e com o fundo não é feita com engastes não há presença de momentos negativos, diferente do que ocorre com o reservatório vazio.

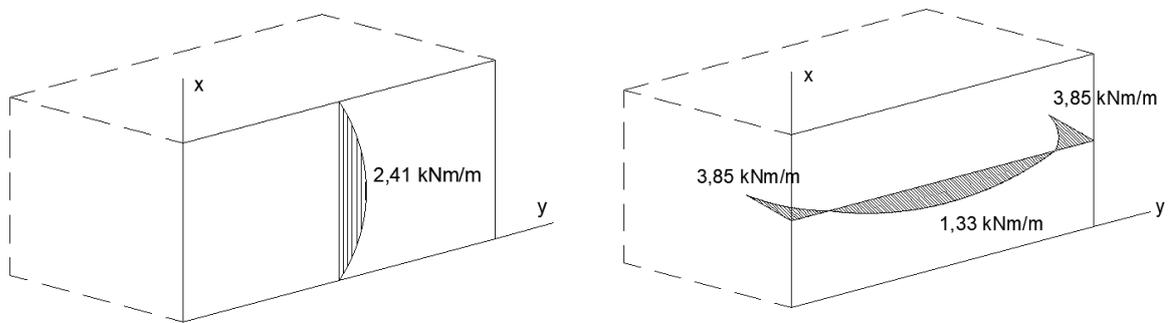
Ao analisar a Figura 38 é possível entender esses desfechos, no eixo x há presença somente de momento positivo no centro da laje, totalizando 2,41 kNm/m, enquanto no eixo y os momentos fletores negativos nas laterais se fazem presentes totalizando 3,85 kNm/m e o momento positivo resulta em 1,33 kNm/m.

Figura 37 – Momentos fletores nas paredes 1 e 3 para o reservatório cheio



Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Figura 38 – Diagramas de momentos fletores nas paredes 1 e 3 para o reservatório cheio

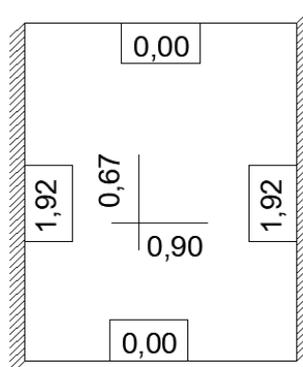


Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

O mesmo ocorre quando analisam-se os resultados das paredes menores, 2 e 4 (Figura 39 e

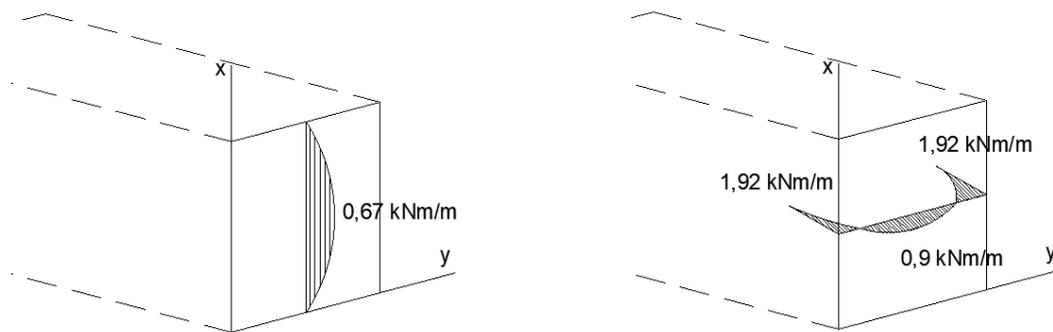
Figura 40). Os momentos negativos aparecem somente nas arestas consideradas engastadas (paredes entre si), nesse caso, resultaram 1,92 kNm/m no eixo y, e 0,90 kNm/m de momento positivo. Já no eixo x, o momento fletor máximo positivo resultou 0,67 kNm/m.

Figura 39 – Momentos fletores nas paredes 2 e 4 para o reservatório cheio



Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

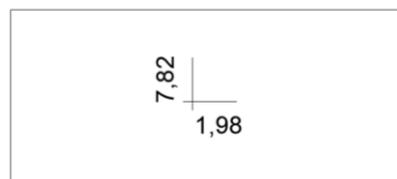
Figura 40 – Diagramas de momentos fletores nas paredes 2 e 4 para o reservatório cheio



Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

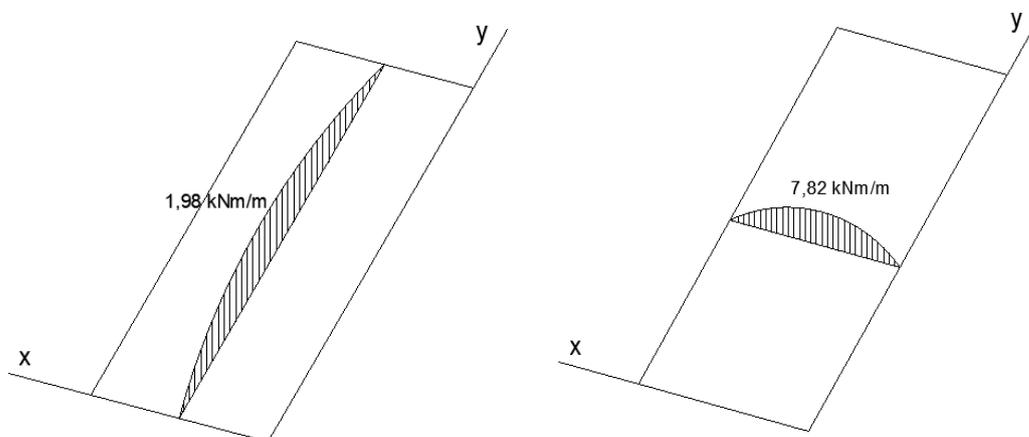
Finalizando a análise do reservatório cheio, apresentam-se os momentos fletores ocasionados na laje de fundo, mostrados na Figura 41. Como a placa teve sua vinculação considerada apenas rotulada, os resultados encontrados restringem-se a momentos positivos, como esperado. Na Figura 42, constata-se a presença de momento máximo positivo no eixo x de 1,98 kNm/m e momento máximo positivo no eixo y de 7,82 kNm/m.

Figura 41 – Momentos fletores no fundo para o reservatório cheio



Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Figura 42 – Diagramas de momentos fletores no fundo para o reservatório cheio

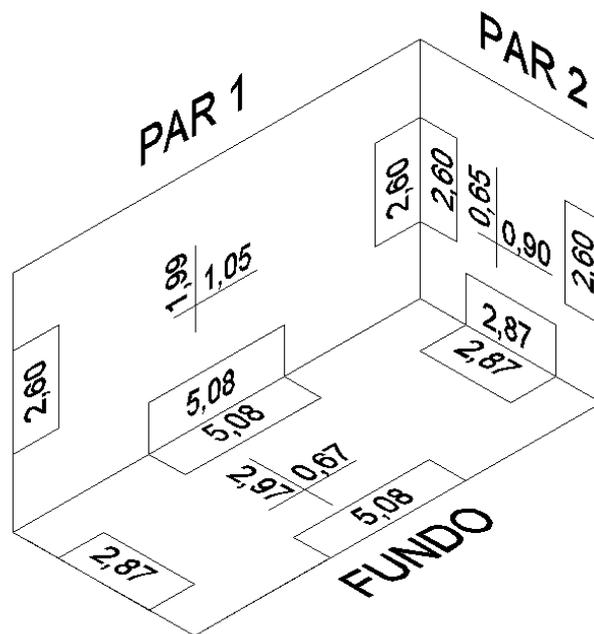


Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Após os esforços dos elementos serem calculados individualmente foi necessário realizar a compatibilização dos momentos fletores que apresentaram valores diferentes nas arestas engastadas. Ao compatibilizar os momentos negativos, também se fez necessário compatibilizar os positivos de modo que os resultados favorecessem a segurança.

No caso do reservatório vazio, a compatibilização foi feita nas arestas comuns entre as paredes e nas arestas das paredes com o fundo. A Figura 43 mostra essa compatibilização dos momentos fletores negativos e positivos. Para os momentos negativos, as paredes compatibilizaram momentos de 2,60 kNm/m entre si, as paredes 1 e 3 com o fundo, compatibilizaram 5,08 kNm/m e as paredes 2 e 4 compatibilizaram também com o fundo momentos de 2,87 kNm/m. Em relação aos momentos positivos, houve alteração somente nas paredes 1 e 3 no eixo y, passando de 0,78 kNm/m para 1,05 kNm/m.

Figura 43 – Momentos fletores compatibilizados para o reservatório vazio

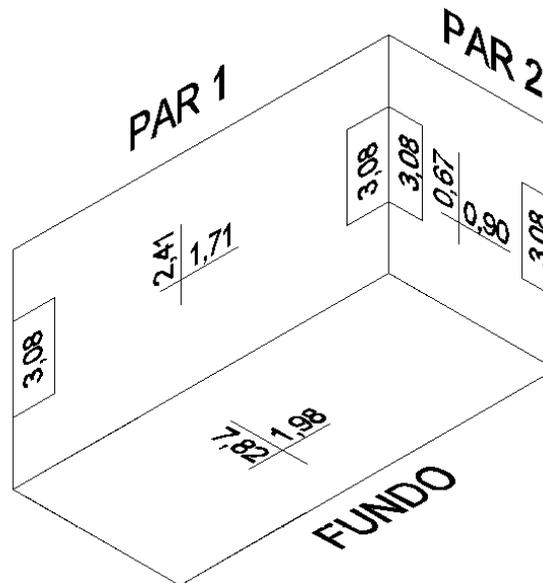


Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

No caso do reservatório cheio, a compatibilização se deu apenas nas arestas comuns entre as paredes, já que tanto a tampa como o fundo foram considerados rotulados, e dessa forma, não apresentaram momentos negativos. Na Figura 44 estão demonstrados os momentos fletores compatibilizados, no eixo y os momentos negativos das paredes 1 e 3 passaram de 3,85 kNm/m para 3,08 kNm/m, enquanto os momentos negativos das paredes 2 e 4 passaram de 1,92

kNm/m para os mesmos 3,08 kNm/m. No que se refere aos momentos positivos, houve alterações também no eixo y das paredes 1 e 3, passando de 1,33 kNm/m para 1,71 kNm/m.

Figura 44 – Momentos fletores compatibilizados para o reservatório cheio



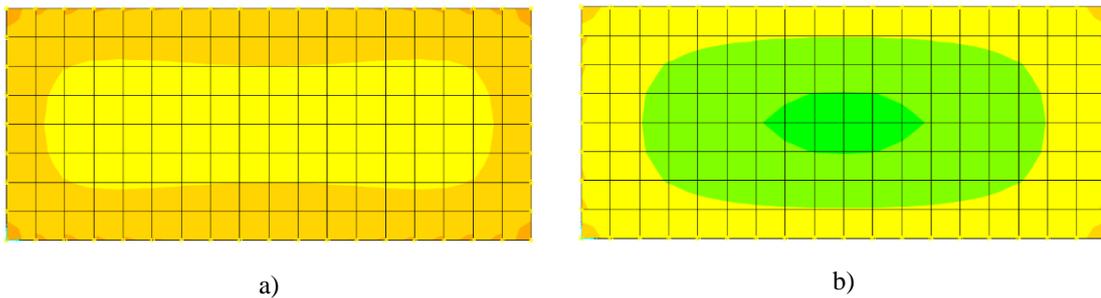
Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

### 4.3 Método dos Elementos Finitos

Após a aplicação das forças atuantes na estrutura, o programa pôde processar os dados e fornecer os resultados dos esforços. A análise dos momentos fletores foi feita através de uma escala progressiva de cores onde é possível destacar as variações dos valores sobre cada componente do reservatório em estudo. Os momentos fletores serão apresentados a seguir com imagens dos resultados com eixos e componentes (placas) separados. Todas as imagens foram obtidas através do *software* SAP2000.

A Figura 45 mostra a distribuição dos momentos na placa da tampa, onde apresentou os mesmos valores tanto para o reservatório vazio como cheio. Nesse caso, houve apenas atuação do momento positivo no centro da laje. O valor de momento máximo no eixo horizontal (y) foi 0,60 kNm/m na área mais amarelada da Figura 45 (a) e o valor máximo no eixo vertical (x) foi 1,72 kNm/m, na área do verde mais intenso da Figura 45 (b). Ambos o resultados foram condizentes, já que a tampa foi considerada rotulada tanto no reservatório cheio como vazio, e nesse caso há ausência de engastes e momentos negativos.

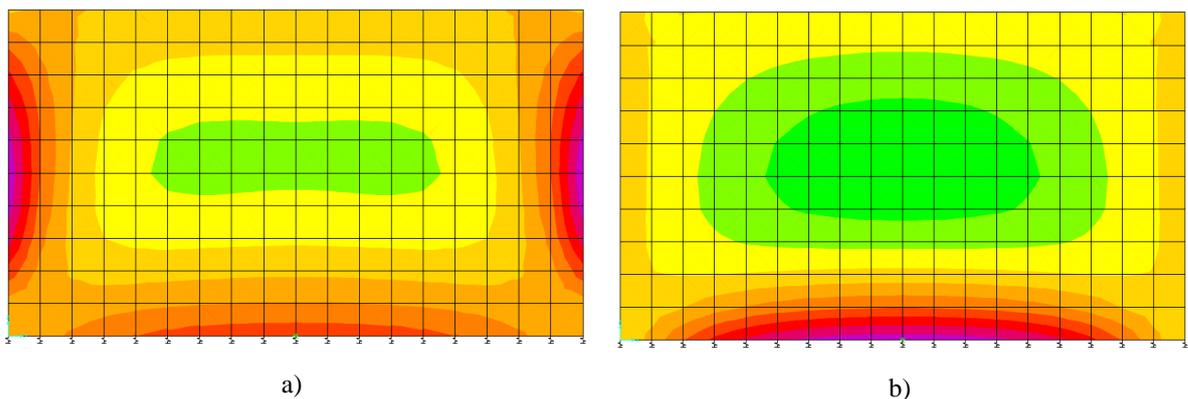
Figura 45 – Momentos fletores na tampa nos eixos a) horizontal e b) vertical



Fonte: Autora, extraídas do SAP2000 (2020).

No que se refere ao reservatório vazio, as paredes 1 e 3 apresentaram tanto momentos positivos, como momentos negativos. Na Figura 46 (a) o momento positivo máximo no eixo horizontal se encontra na região verde e corresponde a 0,87 kNm/m, enquanto os momentos negativos máximos se encontram nas bordas laterais na pequena região rosa e correspondem a 2,34 kNm/m. Já no eixo vertical (Figura 46 (b)), o momento positivo máximo foi de 2,16 kN.m/m, e o momento máximo negativo que apareceu no encontro com a laje de fundo foi de 5,39 kNm/m.

Figura 46 – Momentos fletores nas paredes 1 e 3 quando o reservatório está vazio, nos eixos a) horizontal e b) vertical

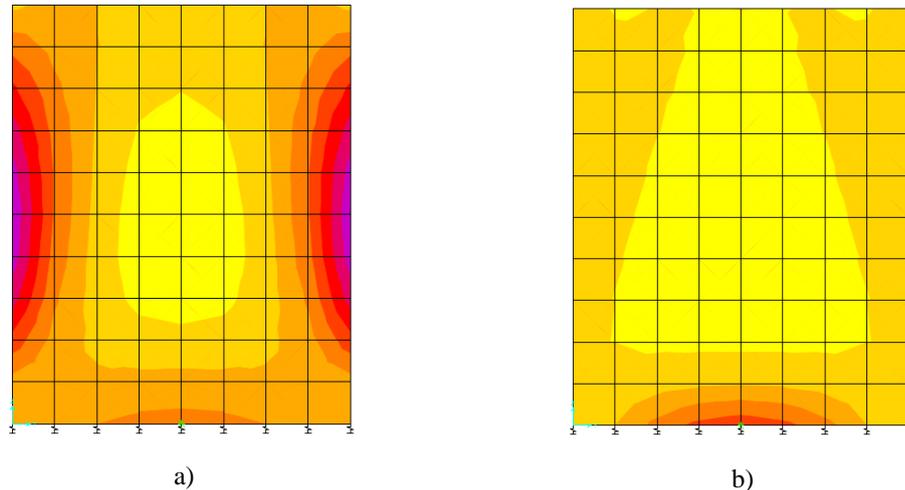


Fonte: Autora, extraídas do SAP2000 (2020).

As paredes 2 e 4 também apresentaram momentos positivos e negativos. Na Figura 47 (a) é possível perceber os momentos positivos na região central com valor máximo de 0,75 kNm/m, já os momentos negativos surgiram nas laterais (engastes com as paredes 1 e 3), seus valores máximos foram 2,34 kNm/m. No caso do eixo vertical Figura 47 (b), o momento

positivo resultou um valor mais baixo de 0,55 kN.m/m, sendo representado pela cor amarela, e o momento negativo apareceu no encontro com a laje de fundo sendo seu máximo 2,97 kN.m/m.

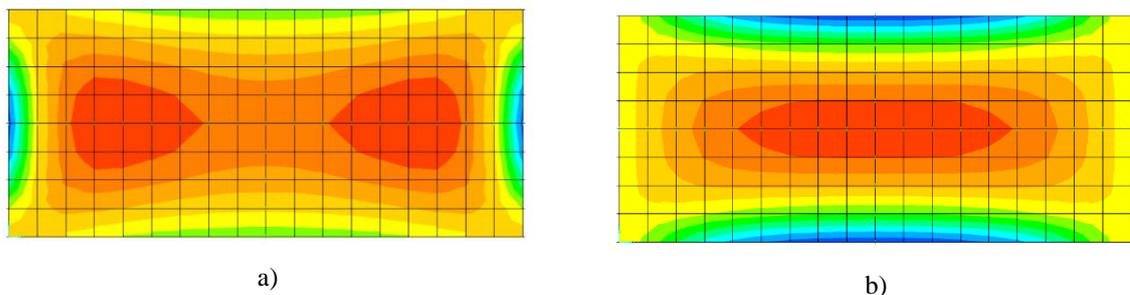
Figura 47 – Momentos fletores nas paredes 2 e 4 quando o reservatório está vazio, nos eixos a) horizontal e b) vertical



Fonte: Autora, extraídas do SAP2000 (2020).

Finalizando os resultados para o reservatório vazio, a Figura 48 mostra a variação dos momentos ao longo da laje do fundo. Para o eixo horizontal (Figura 48 (a)), o momento máximo positivo se encontra na região mais alaranjada, com valor de 1,16 kNm/m, enquanto os momentos negativos aparecem nos encontros com as paredes 2 e 4 e resultaram em 2,97 kNm/m. Já no eixo vertical (Figura 48 (b)), o momento positivo máximo no centro da laje, representado pelo tom de laranja mais intenso, foi de 2,95 kNm/m e nos encontros com as paredes 1 e 3, os momentos negativos máximos foram de 5,39 kNm/m. Os momentos negativos máximos, em ambos os casos, estão localizados nas áreas de tom azul mais intenso.

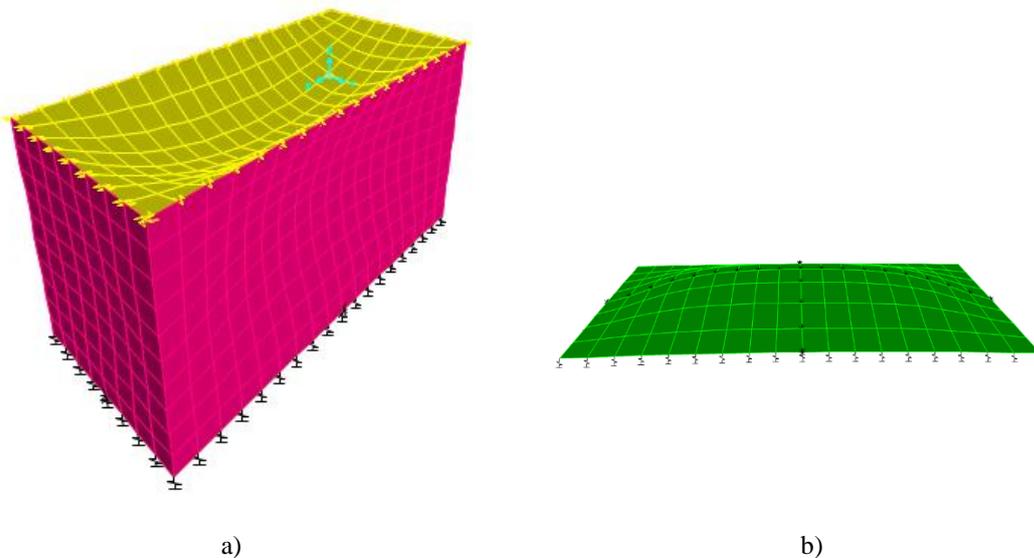
Figura 48 – Momentos fletores no fundo quando o reservatório está vazio, nos eixos a) horizontal e b) vertical



Fonte: Autora, extraídas do SAP2000 (2020).

Numa escala exagerada, foi possível obter a deformação do reservatório diante das cargas atuantes quando se encontra vazio. Na Figura 49 (a) é possível perceber a tampa sendo deformada devido seu peso próprio e sua carga accidental, e as paredes sendo “empurradas” para dentro do reservatório devido empuxo ativo provocado pelo solo. Na Figura 49 (b) é notório que o fundo também se deforma para dentro do reservatório sendo reagido pela força do solo.

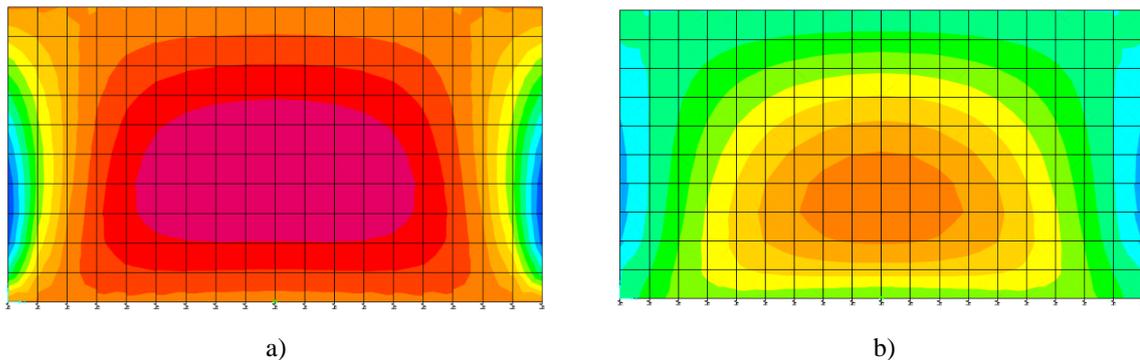
Figura 49 – Deformação do reservatório vazio em escala acentuada



Fonte: Autora, extraídas do SAP2000 (2020).

No que diz respeito ao reservatório cheio, as paredes 1 e 3 apresentaram em seu eixo horizontal (Figura 50 (a)), momento positivo máximo na região rosa com valor de 1,59 kNm/m, enquanto os momentos negativos máximos se encontram nas bordas laterais na região azul e correspondem a 3,61 kNm/m. Já no eixo vertical (Figura 50 (b)), o momento positivo máximo foi de 3,37 kNm/m na região alaranjada, e não houve momento máximo negativo no encontro com a laje de fundo.

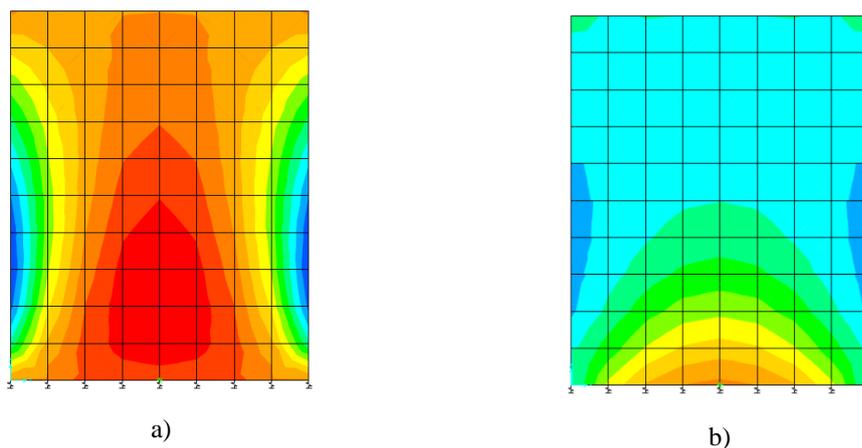
Figura 50 – Momentos fletores nas paredes 1 e 3 quando o reservatório está cheio, nos eixos a) horizontal e b) vertical



Fonte: Autora, extraídas do SAP2000 (2020).

As paredes 2 e 4 apresentaram em seu eixo horizontal, representado pela Figura 51 (a), momentos positivos na região central com valor máximo de 1,21 kNm/m na região vermelha, e os momentos negativos surgiram nas laterais (engastes com as paredes 1 e 3), com valores máximos de 3,61 kNm/m na região azul. No caso do eixo vertical, Figura 51 (b), o momento máximo positivo resultou um valor de 3,16 kNm/m, sendo representado pela pequena região laranja na aresta comum a laje de fundo. Nesse eixo não houve momentos negativos.

Figura 51 – Momentos fletores nas paredes 2 e 4 quando o reservatório está cheio, nos eixos a) horizontal e b) vertical

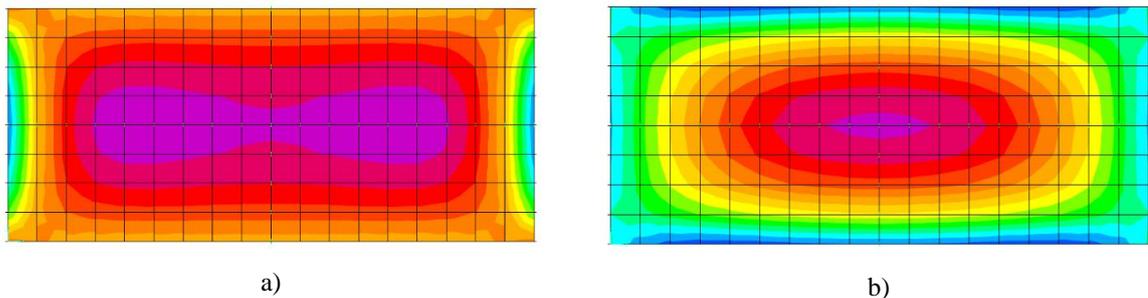


Fonte: Autora, extraídas do SAP2000 (2020).

Concluindo os resultados para o reservatório cheio, a Figura 52 mostra a variação dos momentos ao longo da laje do fundo. Para o eixo horizontal (Figura 52 (a)), o momento máximo positivo se encontra na região lilás, com valor de 1,87 kNm/m, enquanto nas arestas comuns às paredes 2 e 4, apareceram momentos negativos representados nas pequenas áreas de

tom azul mais intenso, com valor de 3,16 kNm/m. Já no eixo vertical (Figura 52 (b)), o momento positivo máximo no centro da laje foi de 5,15 kNm/m e nos encontros com as paredes 1 e 3, surgiram momentos negativos máximos com valor de 1,33 kNm/m, também nas regiões azuis mais escuras.

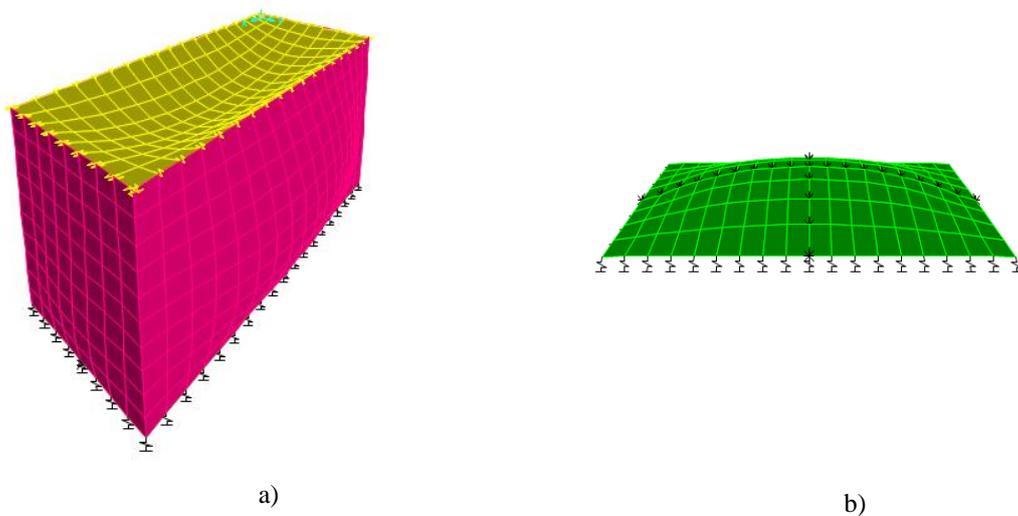
Figura 52 – Momentos fletores no fundo quando o reservatório está vazio, nos eixos a) horizontal e b) vertical



Fonte: Autora, extraídas do SAP2000 (2020).

A deformação dos componentes do reservatório diante das cargas atuantes quando se encontra cheio está demonstrada na Figura 53 (a) na tampa e nas paredes, e na Figura 53 (b) no fundo. Nota-se que a tampa continua sendo deformada para dentro do reservatório, e o fundo também continua sendo reagido pela tensão do solo, entretanto, devido a pressão hidrostática interna, as paredes deformam-se para o lado de fora, diferentemente do reservatório vazio.

Figura 53 – Deformação do reservatório cheio em escala acentuada



Fonte: Autora, extraídas do SAP2000 (2020).

#### 4.4 Comparação dos resultados

Esse item objetiva comparar os resultados dos momentos fletores obtidos através do Método das Placas Isoladas e do Métodos dos Elementos Finitos. Optou-se por analisar separadamente os componentes do reservatório (tampa, paredes 1 e 3, paredes 2 e 4 e fundo), comparando os valores obtidos em cada método.

Além dos resultados, a comparação também será feita através da diferença percentual entre os valores obtidos em cada método por meio da equação:

$$D = \frac{\text{Método1} - \text{Método2}}{\text{Método2}} \cdot 100\% \quad (19)$$

onde o Método1 se refere ao método simplificado e o Método2, corresponde ao método numérico.

Primeiramente analisam-se os resultados da tampa, que foram comuns aos dois cenários de atuação das cargas (vazio e cheio). Na Tabela 2 pode-se perceber uma variabilidade entre os momentos fletores positivos, ou seja, aqueles que se encontram no centro da placa. Para o eixo horizontal observa-se uma diferença de 15,73%, sendo o maior valor encontrado pelo MEF, o que justifica o sinal negativo. Para o eixo vertical, a diferença encontrada foi 16,28%, entretanto, o maior valor obtido pelo método clássico.

Tabela 2 – Momentos fletores na tampa

| <b>Eixo</b> | <b>Momentos Fletores Máximos</b> | <b>Método das Placas Isoladas (kN.m/m)</b> | <b>Método dos Elementos Finitos (kN.m/m)</b> | <b>Diferença (%)</b> |
|-------------|----------------------------------|--|--|----------------------|
| y           | Positivo                         | 0,51                                       | 0,60   | -15,73               |
| x           | Positivo                         | 2,00                                       | 1,72   | 16,28                |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

No que tange ao reservatório vazio, inicialmente pode-se comparar os resultados das paredes 1 e 3, expostos na Tabela 3. Nota-se que para os valores dos momentos fletores no eixo y, os resultados do método das placas isoladas foram mais conservadores, apresentando diferenças positivas de 20,69% e 11,11% para momentos positivos e negativos respectivamente. Já o eixo x, apresentou valores mais conservadores através do método dos elementos finitos, com diferenças negativas de 7,87% e 5,75% para momentos positivos e negativos respectivamente.

Tabela 3 – Momentos fletores nas paredes 1 e 3 (reservatório vazio)

| <b>Eixo</b> | <b>Momentos Fletores Máximos</b> | <b>Método das Placas Isoladas (kN.m/m)</b> | <b>Método dos Elementos Finitos (kN.m/m)</b> | <b>Diferença (%)</b> |
|-------------|----------------------------------|--|--|----------------------|
| y           | Positivo                         | 1,05                                       | 0,87   | 20,69                |
|             | Negativo                         | 2,60                                       | 2,34   | 11,11                |
| x           | Positivo                         | 1,99                                       | 2,16   | -7,87                |
|             | Negativo                         | 5,08                                       | 5,39   | -5,75                |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Analisando as paredes 2 e 4 a partir da Tabela 4 é possível perceber que o eixo y apresentou resultados onde os momentos foram superiores pelo métodos das placas isoladas e as diferenças foram análogas as das paredes 1 e 3, 20,00% e 11,11% para momentos positivos e negativos respectivamente. Em relação ao eixo x, não houve similaridades com as outras paredes, o momento positivo superior foi encontrado através do método simplificado, com diferença positiva de 18,18%, enquanto o momento negativo teve maior resultado pelo método numérico, com diferença negativa de 3,37%.

Tabela 4 – Momentos fletores nas paredes 2 e 4 (reservatório vazio)

| <b>Eixo</b> | <b>Momentos Fletores Máximos</b> | <b>Método das Placas Isoladas (kN.m/m)</b> | <b>Método dos Elementos Finitos (kN.m/m)</b> | <b>Diferença (%)</b> |
|-------------|----------------------------------|--|--|----------------------|
| y           | Positivo                         | 0,90                                       | 0,75   | 20,00                |
|             | Negativo                         | 2,60                                       | 2,34   | 11,11                |
| x           | Positivo                         | 0,65                                       | 0,55   | 18,18                |
|             | Negativo                         | 2,87                                       | 2,97   | -3,37                |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Ao verificar os resultados no fundo, Tabela 5, é notório que os momentos fletores do eixo y tiveram soluções superiores obtidos pelo método dos elementos finitos, especialmente o momento positivo teve uma grande diferença de 42,24% em relação ao método simplificado, enquanto o momento negativo teve uma diferença reduzida de 3,37%. Em relação ao eixo x, o momento positivo maior foi obtido pelo método das placas, sendo sua diferença com raso valor de 0,68%, já o maior momento negativo foi obtido pelo MEF, com diferença negativa de 5,75%.

Tabela 5 – Momentos fletores no fundo (reservatório vazio)

| <b>Eixo</b> | <b>Momentos Fletores Máximos</b> | <b>Método das Placas Isoladas (kN.m/m)</b> | <b>Método dos Elementos Finitos (kN.m/m)</b> | <b>Diferença (%)</b> |
|-------------|----------------------------------|--|--|----------------------|
| y           | Positivo                         | 0,67                                       | 1,16   | -42,24               |
|             | Negativo                         | 2,87                                       | 2,97   | -3,37                |
| x           | Positivo                         | 2,97                                       | 2,95   | 0,68                 |
|             | Negativo                         | 5,08                                       | 5,39   | -5,75                |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Vale ressaltar que, através das Tabelas 3, 4 e 5, é possível constatar a compatibilização de momentos fletores obtida pelo método dos elementos finitos, pois os momentos negativos do fundo, para os dois eixos, coincidem com os momentos negativos do eixo x das quatro paredes. Da mesma forma, nas Tabelas 3 e 4, é notória a compatibilização dos momentos negativos do eixo y nas arestas comuns entre as quatro paredes.

Para o reservatório cheio, o método clássico não resultou em momentos negativos nos encontros das paredes com o fundo (eixo x), pois a laje do fundo foi considerada rotulada, assim como a tampa. Ao observar a Tabela 6, nota-se que as paredes 1 e 3 também não apresentaram momentos negativos decorrentes do método dos elementos finitos, demonstrando concordância entre os métodos nesse aspecto. O momento positivo apresentou diferença negativa de 28,35% entre os resultados, sendo o maior valor obtido pelo MEF.

Em relação ao eixo y, o resultado mais conservador para o momento positivo foi das placas isoladas, com diferença de 7,55%, enquanto nos momentos negativos, o método dos elementos finitos desenvolveu maiores valores, apresentando diferença de 14,68%.

Tabela 6 – Momentos fletores nas paredes 1 e 3 (reservatório cheio)

| <b>Eixo</b> | <b>Momentos Fletores Máximos</b> | <b>Método das Placas Isoladas (kN.m/m)</b> | <b>Método dos Elementos Finitos (kN.m/m)</b> | <b>Diferença (%)</b> |
|-------------|----------------------------------|--|--|----------------------|
| y           | Positivo                         | 1,71                                       | 1,59   | 7,55                 |
|             | Negativo                         | 3,08                                       | 3,61   | -14,68               |
| x           | Positivo                         | 2,41                                       | 3,37   | -28,35               |
|             | Negativo                         | 0,00                                       | 0,00   | 0,00                 |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

A Tabela 7 apresenta o comparativo dos resultados das paredes 2 e 4, nela é possível notar que diferentemente do reservatório vazio, os momentos fletores na direção y foram superiores quando obtidos pelo método dos elementos finitos, com diferenças de 25,62% e 14,68% para momentos positivos e negativos respectivamente. Já o eixo x, não apresentou

momento negativo para ambos os métodos, e quando apresentado o momento positivo, teve uma alta discrepância de 78,74% , sendo maior também no método dos elementos finitos.

Tabela 7 – Momentos fletores nas paredes 2 e 4 (reservatório cheio)

| <b>Eixo</b> | <b>Momentos Fletores Máximos</b> | <b>Método das Placas Isoladas (kN.m/m)</b> | <b>Método dos Elementos Finitos (kN.m/m)</b> | <b>Diferença (%)</b> |
|-------------|----------------------------------|--|--|----------------------|
| y           | Positivo                         | 0,90                                       | 1,21   | -25,62               |
|             | Negativo                         | 3,08                                       | 3,61   | -14,68               |
| x           | Positivo                         | 0,67                                       | 3,16   | -78,74               |
|             | Negativo                         | 0,00                                       | 0,00   | 0,00                 |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Por fim apresentam-se os resultados obtidos no fundo, quando o reservatório se encontra cheio, a partir da Tabela 8. Como visto nos outros resultados, as placas das paredes não apresentaram momentos negativos nas arestas comuns às da placa do fundo. Entretanto, ao analisar isoladamente a laje do fundo, pelo método dos elementos finitos, verifica-se a presença de momentos negativos no eixo y (3,16 kNm/m) e no eixo x (1,33 kNm/m).

Esses momentos fletores negativos vistos apenas na laje do fundo, são provenientes, provavelmente, da sua interação com as molas elásticas. Como as paredes não são afetadas diretamente pelas molas elásticas, podem se comportar de maneira distinta à placa do fundo, sabendo que essa está apoiada imediatamente sobre as molas e, portanto, resulta em um comportamento peculiar. Esse comportamento não pode ser visto no método simplificado, pois nele, não é possível considerar a interação solo-estrutura. Dessa forma, os momentos negativos nos dois eixos, apresentaram diferença de 100,00% nos resultados.

Em relação aos momentos positivos, para ambos os eixos, o método das placas isoladas foi a favor da segurança, apresentando 5,65% de diferença no eixo y e 51,75% no eixo x.

Tabela 8 – Momentos fletores no fundo (reservatório cheio)

| <b>Eixo</b> | <b>Momentos Fletores Máximos</b> | <b>Método das Placas Isoladas (kN.m/m)</b> | <b>Método dos Elementos Finitos (kN.m/m)</b> | <b>Diferença (%)</b> |
|-------------|----------------------------------|--|--|----------------------|
| y           | Positivo                         | 1,98                                       | 1,87   | 5,65                 |
|             | Negativo                         | 0,00                                       | 3,16   | -100,00              |
| x           | Positivo                         | 7,82                                       | 5,15   | 51,75                |
|             | Negativo                         | 0,00                                       | 1,33   | -100,00              |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

#### 4.5 Variação da constante de mola

Após realizar o comparativo entre os resultados obtidos por cada um dos métodos, resolveu-se analisar a interferência no método dos elementos finitos, da variação das constantes de mola que representam a rigidez do solo. A variação foi feita a partir de um solo menos rígido com tensão admissível de 0,5 kgf/cm<sup>2</sup> até um solo mais rígido com tensão admissível de 4,0 kgf/cm<sup>2</sup>.

A partir da correlação empírica feita por Morrison (1993), apresentado na Tabela 1, entre a tensão admissível e o Kv do terreno, os valores de Kv das molas em kN/m puderam ser calculados e estão demonstrados na Tabela 9.

Tabela 9 – Variações das constantes de mola a partir das tensões admissíveis

| <b>Tensão admissível (kgf/cm<sup>2</sup>)</b> | <b>Kv (kgf/cm<sup>3</sup>)</b> | <b>Kv centro (kN/m)</b> | <b>Kv borda (kN/m)</b> | <b>Kv canto (kN/m)</b> |
|---|--------------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|
| 0,50  | 1,30                           | 812,50                  | 406,25                 | 203,13                 |
| 1,00  | 2,20                           | 1375,00                 | 687,50                 | 343,75                 |
| 1,50  | 3,10                           | 1937,50                 | 968,75                 | 484,38                 |
| 2,00  | 4,00                           | 2500,00                 | 1250,00                | 625,00                 |
| 2,50  | 5,00                           | 3125,00                 | 1562,50                | 781,25                 |
| 3,00  | 6,00                           | 3750,00                 | 1875,00                | 937,50                 |
| 3,50  | 7,00                           | 4375,00                 | 2187,50                | 1093,75                |
| 4,00  | 8,00                           | 5000,00                 | 2500,00                | 1250,00                |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Em seguida, foram calculados novamente os momentos fletores para cada componente do reservatório vazio e cheio, com as mesmas características e cargas aplicadas anteriormente, alterando somente os valores das constantes de mola para cada tensão admissível do solo.

Para o reservatório vazio, os resultados estão demonstrados nas Tabela 10 e Tabela 11. Nota-se que os momentos fletores na tampa não tiveram divergência ao longo da variação, para todos os valores de tensões calculados os resultados foram os mesmos. No que se refere aos outros componentes (paredes e fundo) observou que para os momentos positivos no eixo x, os valores se aproximaram dos resultados do método das placas isoladas a medida em que a tensão admissível diminuiu. Entretanto, para todos os outros casos, a medida em que as tensões admissíveis aumentam, os resultados se aproximam do método simplificado.

Tabela 10 – Momento fletores na tampa e no fundo do reservatório vazio com a variação da tensão admissível

| Tensão admissível (kgf/cm <sup>2</sup> ) | Tampa |      |      |      | Fundo |      |      |      |
|--|-------|------|------|------|-------|------|------|------|
|  | Mx    | m'x  | my   | m'y  | mx    | m'x  | my   | m'y  |
| 0,50                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 3,14  | 5,49 | 1,19 | 3,01 |
| 1,00                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 3,04  | 5,44 | 1,18 | 2,99 |
| 1,50                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 2,95  | 5,39 | 1,16 | 2,97 |
| 2,00                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 2,87  | 5,34 | 1,15 | 2,95 |
| 2,50                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 2,78  | 5,29 | 1,13 | 2,92 |
| 3,00                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 2,70  | 5,25 | 1,12 | 2,90 |
| 3,50                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 2,63  | 5,21 | 1,12 | 2,88 |
| 4,00                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 2,56  | 5,17 | 1,11 | 2,86 |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Tabela 11 – Momento fletores nas paredes do reservatório vazio com a variação da tensão admissível

| Tensão admissível (kgf/cm <sup>2</sup> ) | Parede 1 e 3 |      |      |      | Parede 2 e 4 |      |      |      |
|--|--------------|------|------|------|--------------|------|------|------|
|  | Mx           | m'x  | my   | m'y  | mx           | m'x  | my   | m'y  |
| 0,50                                     | 2,14         | 5,49 | 0,86 | 2,33 | 0,55         | 3,01 | 0,74 | 2,33 |
| 1,00                                     | 2,15         | 5,44 | 0,87 | 2,33 | 0,55         | 2,99 | 0,75 | 2,33 |
| 1,50                                     | 2,16         | 5,39 | 0,87 | 2,34 | 0,55         | 2,97 | 0,75 | 2,34 |
| 2,00                                     | 2,17         | 5,34 | 0,88 | 2,35 | 0,55         | 2,95 | 0,75 | 2,35 |
| 2,50                                     | 2,18         | 5,29 | 0,88 | 2,36 | 0,55         | 2,92 | 0,75 | 2,36 |
| 3,00                                     | 2,19         | 5,25 | 0,89 | 2,37 | 0,54         | 2,90 | 0,75 | 2,37 |
| 3,50                                     | 2,20         | 5,21 | 0,89 | 2,37 | 0,54         | 2,88 | 0,75 | 2,37 |
| 4,00                                     | 2,21         | 5,17 | 0,90 | 2,38 | 0,54         | 2,86 | 0,75 | 2,38 |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Com relação ao reservatório cheio, os resultados estão demonstrados nas Tabela 12 e Tabela 13. Nesse caso, também nota-se facilmente que os momentos fletores na tampa não sofreram alteração independente da tensão admissível. Os momentos atuantes positivos no fundo do reservatório, são próximos dos obtidos pelo método das placas isoladas, a medida em que as tensões diminuem, diferentemente dos negativos, onde se aproximam quando as tensões aumentam.

No que tange as paredes, as maiores apresentaram resultados aproximados com os do método simplificado quando as tensões aumentaram no momento positivo em x e negativo em y e diminuiram nos positivos em y, nos momentos negativos em x permaneceram iguais. Nas paredes menores, seus momentos negativos no eixo x permaneceram os mesmos, os demais apresentaram semelhança com o método simplificado com o aumento das tensões admissíveis.

Tabela 12 – Momento fletores na tampa e no fundo do reservatório cheio com a variação da tensão admissível

| Tensão admissível (kgf/cm <sup>2</sup> ) | Tampa |      |      |      | Fundo |      |      |      |
|--|-------|------|------|------|-------|------|------|------|
|  | mx    | m'x  | my   | m'y  | mx    | m'x  | my   | m'y  |
| 0,50                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 5,62  | 1,43 | 1,98 | 3,26 |
| 1,00                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 5,37  | 1,37 | 1,92 | 3,21 |
| 1,50                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 5,15  | 1,33 | 1,87 | 3,16 |
| 2,00                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 4,94  | 1,29 | 1,84 | 3,11 |
| 2,50                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 4,72  | 1,27 | 1,81 | 3,06 |
| 3,00                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 4,51  | 1,24 | 1,79 | 3,01 |
| 3,50                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 4,33  | 1,21 | 1,76 | 2,97 |
| 4,00                                     | 1,72  | 0,00 | 0,60 | 0,00 | 4,15  | 1,19 | 1,73 | 2,92 |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

Tabela 13 – Momento fletores nas paredes do reservatório cheio com a variação da tensão admissível

| Tensão admissível (kgf/cm <sup>2</sup> ) | Parede 1 e 3 |      |      |      | Parede 2 e 4 |      |      |      |
|--|--------------|------|------|------|--------------|------|------|------|
|  | mx           | m'x  | my   | m'y  | mx           | m'x  | my   | m'y  |
| 0,50                                     | 3,48         | 0,00 | 1,64 | 3,67 | 3,25         | 0,00 | 1,22 | 3,66 |
| 1,00                                     | 3,43         | 0,00 | 1,61 | 3,64 | 3,20         | 0,00 | 1,21 | 3,63 |
| 1,50                                     | 3,37         | 0,00 | 1,59 | 3,61 | 3,16         | 0,00 | 1,21 | 3,61 |
| 2,00                                     | 3,32         | 0,00 | 1,57 | 3,59 | 3,11         | 0,00 | 1,20 | 3,58 |
| 2,50                                     | 3,27         | 0,00 | 1,54 | 3,56 | 3,06         | 0,00 | 1,19 | 3,55 |
| 3,00                                     | 3,22         | 0,00 | 1,52 | 3,53 | 3,01         | 0,00 | 1,19 | 3,53 |
| 3,50                                     | 3,19         | 0,00 | 1,50 | 3,51 | 2,96         | 0,00 | 1,18 | 3,50 |
| 4,00                                     | 3,16         | 0,00 | 1,48 | 3,49 | 2,92         | 0,00 | 1,17 | 3,48 |

Fonte: Desenvolvida pela autora (2020).

## 5 CONCLUSÃO

Tendo em vista os aspectos analisados, é possível inferir que para a geometria estudada, os momentos negativos obtidos pelo método dos elementos finitos apresentaram resultados mais conservadores. Já os momentos positivos apresentaram em sua maioria, valores favoráveis a segurança pelo método das placas isoladas. Os momentos fletores positivos também apresentaram maiores diferenças percentuais entre os resultados do que os negativos.

Ao comparar os momentos fletores dos elementos obtidos pelos dois métodos, pode-se perceber que os resultados diferem pois o método clássico considera a estrutura como placas isoladas, já o método dos elementos finitos considera a estrutura como um conjunto, onde os carregamentos influenciam em cada elemento, apresentando um comportamento mais real.

Válido se faz lembrar que há ainda dois agravantes para as diferenças nos resultados, o primeiro deles é que o método das placas isoladas considera o engastamento perfeito entre as placas do reservatório. Já o método dos elementos finitos, sendo mais fiel a realidade, não faz essa consideração pois a rigidez das placas é diretamente proporcional ao engastamento. O segundo ponto é que a Tabela de Bares só fornece coeficientes correspondentes à relação entre os vãos até 2,00, acima disso deve-se utilizar os mesmos coeficientes da tabela, independente do grau de variação dessa relação. Como no trabalho algumas placas tiveram a relação entre os vãos maior que 2,00, pode-se afirmar que as soluções não foram tão aproximadas para esse método.

No que se refere a variação das constantes de mola, a maioria dos resultados apresentou maior similaridade com o método simplificado ao aumentar a rigidez do solo, isso se deve ao fato desse método não considerar a interação solo-estrutura, ou seja, trata o solo como uma placa rígida. De maneira oposta, o método dos elementos finitos permite considerar a influência da reação do solo através da base elástica.

Pelo exposto, pode-se concluir que diante dos objetivos propostos, o trabalho obteve êxito, proporcionando relevância acadêmica pelo desenvolvimento da pesquisa em análises clássicas e numéricas na área de estruturas.

Para dar continuidade neste trabalho, é possível fazer algumas sugestões relevantes que podem ser abordadas em estudos futuros: realizar o comparativo dos resultados do método dos elementos finitos com outro método simplificado, como por exemplo, modelo de pórticos planos. Propõe-se também fazer o estudo utilizando um protótipo com placas onde as relações entre os vãos sejam menores que 2,00.

## REFERÊNCIAS

- ANTONIAZZI, J. P. **Interação solo-estrutura com edifícios de fundações superficiais**. Dissertação (mestrado). Universidade Federal de Santa Maria, 2011.
- AMED, P. C. **Associação do cálculo elástico com a teoria das charneiras plásticas para lajes retangulares com uma borda livre**. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, 1995.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. v. 1, 4.ed, Rio Grande: Dunas, 2014
- ASSIS, G. C. O.; BEZERRA, E. M. F. Sistema multiplataforma para análise de pórticos planos utilizando ambiente web. **38° Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**. Florianópolis, CILAMCE, 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014-Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro, 2014.
- \_\_\_\_\_. **NBR 6123:1988. Forças devidas ao vento em edificações: Procedimento**. Rio de Janeiro, 1988.
- \_\_\_\_\_. **NBR 6120:2019. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2019
- BASTOS, P. S. S. **Fundamentos do Concreto Armado**. Faculdade de Engenharia. Universidade Estadual Paulista, 2015.
- BEZERRA, E. M. F. **Análise estrutural dos pórticos das arquibancadas do estádio Manoel Leonardo Nogueira**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2014.
- BRAJA, M. D., SOBHAN, K. **Fundamentos da Engenharia Geotécnica**. 3ª ed. Cengage, 2015.
- CAMPOS, J.C. **Elementos de Fundações em Concreto**. São Paulo: Oficina de Textos, 2015.
- CARVALHO, R. C., FIGUEIREDO FILHO, J. R. de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR-6118:2014**. 4ª. ed. EdUFSCar: São Carlos, 2014.
- COLARES, G. M. **Programa para análise de interação solo-estrutura no projeto de edifícios**. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, 2006.
- FERREIRA, A. J. M. **MATLAB Codes for Finite Element Analysis**. 1st ed. Porto: Springer, 2008.
- FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **Um primeiro curso em elementos finitos**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

GIONGO, J. S. **Projeto estrutural de edifícios**. Universidade de São Paulo: São Carlos, 2002.

GUSMÃO FILHO, J. A. **Fundações do conhecimento geológico à prática da engenharia**. Editora Universitária-UFPE. Recife, PE, 1998.

HANAI, J. B. **Reservatórios com parede ondulada**. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1981.

HUTTON, D. V. **Fundamentals of finite elemento analysis**. 1st ed. New York: McGraw-Hill, 2004.

KUEHN, A. **Comparação entre métodos de análise estrutural para reservatórios retangulares de concreto armado**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

KIMURA, A. **Informática Aplicada em Estruturas de Concreto Armado: cálculo de edifícios com o uso de sistemas computacionais**. 2ª ed. São Paulo: Pini, 2018.

LINS, F. F. V. **Comparativos entre modelos estruturais integrados de análise, formados por pórtico espacial e grelha, aplicados em estruturas de concreto armado de edifícios de múltiplos pavimentos**. Monografia. Universidade Federal do Ceará, 2010.

LOGAN, D.L. **A First Course in the Finite Element Method**. 4ª ed. Platteville: Thomson, 2007.

MARTHA, L. F. **Análise de Estruturas: conceitos e métodos básicos**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Campus, 2017.

MARTHA, L. F. **F TOOL-Interactive-Graphics Program for Structural Analysis**. Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: <https://webserver2.tecgraf.puc-rio.br/ftool/>. Acesso em: 20 nov. 2019.

MARTINS, H. Y. **Interação solo-estrutura para um edifício sobre radier em argila mole**. XVIII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica. Belo Horizonte-MG, 2016.

MEZAINI, N. Effects of soil-structure interaction on the analysis of cylindrical tanks. **Practice Periodical on Structural Design and Construction**, v. 11, n. 1, fev. 2006.

MOURA, A. R. L. U. **Análise tridimensional de interação solo-estrutura em edifícios**. Solos e Rochas, 1999.

NOGUEIRA, L. G. O.; BEZERRA, E. M. F. Ferramenta em ambiente Excel para análise estrutural de treliças espaciais pelo método dos elementos finitos. **38º Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**. Florianópolis, CILAMCE, 2017.

PINHEIRO, L.M. **Fundamentos do Concreto e Projetos de Edifícios**. São Carlos, EESC-USP, 2007.

PINHEIRO, L. M. **Concreto armado: tabelas e ábacos**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, Departamento de Engenharia de Engenharia de Estruturas, 1994.

RESMIN, T. **Análise do dimensionamento estrutural de reservatórios retangulares em concreto armado**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade de Santa Cruz do Sul, 2017.

SELKE, C. A C. **Introdução ao Método dos Elementos Finitos**. Departamento de Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1994.

SOUZA, R. M. **O Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Problema de Condução de Calor**. Belém, 2003.

SOUZA, V. C. M.; CUNHA, A. J. P. **Lajes em Concreto Armado e Protendido**. 2<sup>a</sup> ed. Niterói: EDUFF, 1994.

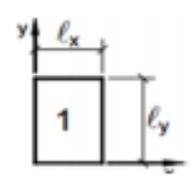
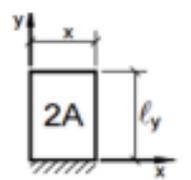
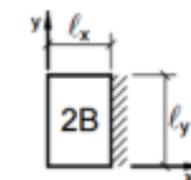
SOUZA, R. A.; REIS, J. H. C. **Interação solo-estrutura para edifícios sobre fundações rasas**. Departamento de Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Estadual de Maringá-PR, 2008.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de Análise Estrutural**. 6<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: Globo, 1981.

SZILARD, R. **Theories and Applications of Plate Analysis: Classical, Numerical and Engineering Methods**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2004.

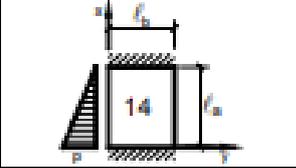
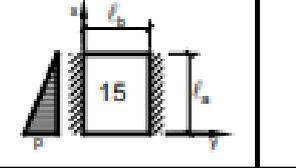
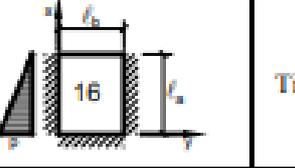
VASCONCELOS, Z. L. **Critério para o projeto de reservatórios paralelepípedicos elevados de concreto armado**. Dissertação (Mestrado)-Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1998.

## ANEXO A – Momentos Fletores em lajes com carga uniforme

| Tipos  |  |         |  |         |          |  |          |         |
|--------|---|---------|---|---------|----------|---|----------|---------|
|        | $\mu_x$   | $\mu_y$ | $\mu_x$   | $\mu_y$ | $\mu'_y$ | $\mu_x$   | $\mu'_x$ | $\mu_y$ |
| 1,00   | 4,23  | 4,23    | 2,91  | 3,54    | 8,40     | 3,54  | 8,40     | 2,91    |
| 1,05   | 4,62  | 4,25    | 3,26  | 3,64    | 8,79     | 3,77  | 8,79     | 2,84    |
| 1,10   | 5,00  | 4,27    | 3,61  | 3,74    | 9,18     | 3,99  | 9,17     | 2,76    |
| 1,15   | 5,38  | 4,25    | 3,98  | 3,80    | 9,53     | 4,19  | 9,49     | 2,68    |
| 1,20   | 5,75  | 4,22    | 4,35  | 3,86    | 9,88     | 4,38  | 9,80     | 2,59    |
| 1,25   | 6,10  | 4,17    | 4,72  | 3,89    | 10,16    | 4,55  | 10,06    | 2,51    |
| 1,30   | 6,44  | 4,12    | 5,09  | 3,92    | 10,41    | 4,71  | 10,32    | 2,42    |
| 1,35   | 6,77  | 4,06    | 5,44  | 3,93    | 10,64    | 4,86  | 10,54    | 2,34    |
| 1,40   | 7,10  | 4,00    | 5,79  | 3,94    | 10,86    | 5,00  | 10,75    | 2,25    |
| 1,45   | 7,41  | 3,95    | 6,12  | 3,91    | 11,05    | 5,12  | 10,92    | 2,19    |
| 1,50   | 7,72  | 3,89    | 6,45  | 3,88    | 11,23    | 5,24  | 11,09    | 2,12    |
| 1,55   | 7,99  | 3,82    | 6,76  | 3,85    | 11,39    | 5,34  | 11,23    | 2,04    |
| 1,60   | 8,26  | 3,74    | 7,07  | 3,81    | 11,55    | 5,44  | 11,36    | 1,95    |
| 1,65   | 8,50  | 3,66    | 7,28  | 3,78    | 11,67    | 5,53  | 11,48    | 1,87    |
| 1,70   | 8,74  | 3,58    | 7,49  | 3,74    | 11,79    | 5,61  | 11,6     | 1,79    |
| 1,75   | 8,95  | 3,53    | 7,53  | 3,69    | 11,88    | 5,68  | 11,72    | 1,74    |
| 1,80   | 9,16  | 3,47    | 7,56  | 3,63    | 11,96    | 5,75  | 11,84    | 1,68    |
| 1,85   | 9,35  | 3,38    | 8,10  | 3,58    | 12,05    | 5,81  | 11,94    | 1,67    |
| 1,90   | 9,54  | 3,29    | 8,63  | 3,53    | 12,14    | 5,86  | 12,03    | 1,59    |
| 1,95   | 9,73  | 3,23    | 8,86  | 3,45    | 12,17    | 5,90  | 12,08    | 1,54    |
| 2,00   | 9,91  | 3,16    | 9,08  | 3,36    | 12,20    | 5,94  | 12,13    | 1,48    |
| > 2,00 | 12,50   | 3,16    | 12,50   | 3,36    | 12,20    | 7,03  | 12,50    | 1,48    |

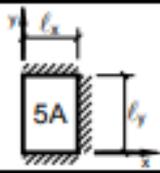
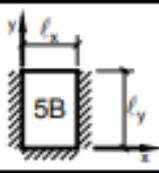
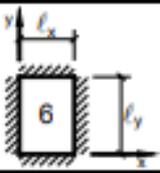
Fonte: Bares adaptadas por Pinheiro (1994).

## ANEXO B – Momentos Fletores em lajes com carga triangular

| Tipo   |  |         |             |             |  |         |         |  |         |          |         | Tipo   |
|--------|---|---------|-------------|-------------|--|---------|---------|---|---------|----------|---------|--------|
|        | $\gamma = \frac{l_x}{l_y}$  | $\mu_x$ | $\mu'_{xi}$ | $\mu'_{xj}$ | $\mu_y$  | $\mu_x$ | $\mu_y$ | $\mu'_y$  | $\mu_x$ | $\mu'_x$ | $\mu_y$ |        |
| < 0,50 | 2,15  | 5,00    | 3,33        | 0,68        | 6,41   | 1,80    | 6,12    | 2,98  | 6,67    | 0,96     | 3,60    | < 0,50 |
| 0,50   | 2,13  | 5,12    | 3,36        | 0,68        | 4,42   | 1,80    | 6,12    | 2,59  | 6,14    | 0,96     | 3,60    | 0,50   |
| 0,55   | 2,11  | 5,09    | 3,35        | 0,73        | 3,97   | 1,87    | 5,87    | 2,43  | 5,90    | 0,93     | 3,59    | 0,55   |
| 0,60   | 2,08  | 5,06    | 3,33        | 0,78        | 3,52   | 1,94    | 5,61    | 2,27  | 5,65    | 0,89     | 3,58    | 0,60   |
| 0,65   | 2,04  | 5,00    | 3,29        | 0,83        | 3,15   | 1,96    | 5,42    | 2,10  | 5,35    | 1,03     | 3,53    | 0,65   |
| 0,70   | 1,99  | 4,93    | 3,24        | 0,88        | 2,78   | 1,98    | 5,22    | 1,92  | 5,05    | 1,16     | 3,47    | 0,70   |
| 0,75   | 1,93  | 4,83    | 3,17        | 0,92        | 2,52   | 1,94    | 4,99    | 1,75  | 4,75    | 1,21     | 3,38    | 0,75   |
| 0,80   | 1,87  | 4,72    | 3,09        | 0,95        | 2,26   | 1,89    | 4,75    | 1,57  | 4,45    | 1,25     | 3,28    | 0,80   |
| 0,85   | 1,81  | 4,64    | 3,00        | 0,97        | 2,08   | 1,83    | 4,49    | 1,45  | 4,47    | 1,24     | 3,17    | 0,85   |
| 0,90   | 1,74  | 4,56    | 2,90        | 0,99        | 1,86   | 1,77    | 4,23    | 1,33  | 3,89    | 1,23     | 3,06    | 0,90   |
| 0,95   | 1,67  | 4,44    | 2,79        | 1,00        | 1,69   | 1,69    | 3,99    | 1,22  | 3,65    | 1,21     | 2,96    | 0,95   |
| 1,00   | 1,60  | 4,32    | 2,67        | 1,01        | 1,51   | 1,62    | 3,75    | 1,11  | 3,40    | 1,19     | 2,85    | 1,00   |
| 1,05   | 1,70  | 4,64    | 2,81        | 1,18        | 1,52   | 1,72    | 3,89    | 1,13  | 3,50    | 1,29     | 3,03    | 1,05   |
| 1,10   | 1,79  | 4,96    | 2,94        | 1,34        | 1,54   | 1,81    | 4,02    | 1,15  | 3,60    | 1,38     | 3,20    | 1,10   |
| 1,15   | 1,87  | 5,23    | 3,03        | 1,51        | 1,55   | 1,89    | 4,14    | 1,15  | 3,69    | 1,47     | 3,36    | 1,15   |
| 1,20   | 1,94  | 5,50    | 3,15        | 1,67        | 1,56   | 1,97    | 4,26    | 1,16  | 3,78    | 1,54     | 3,51    | 1,20   |
| 1,25   | 2,02  | 5,75    | 3,23        | 1,84        | 1,53   | 2,04    | 4,38    | 1,16  | 3,84    | 1,61     | 3,66    | 1,25   |
| 1,30   | 2,06  | 6,05    | 3,31        | 2,02        | 1,52   | 2,10    | 4,46    | 1,17  | 3,94    | 1,67     | 3,78    | 1,30   |
| 1,35   | 2,11  | 6,33    | 3,35        | 2,21        | 1,50   | 2,17    | 4,57    | 1,18  | 3,99    | 1,73     | 3,92    | 1,35   |
| 1,40   | 2,15  | 6,61    | 3,39        | 2,39        | 1,47   | 2,23    | 4,67    | 1,19  | 4,05    | 1,79     | 4,05    | 1,40   |
| 1,45   | 2,18  | 6,82    | 3,45        | 2,56        | 1,46   | 2,28    | 4,75    | 1,20  | 4,11    | 1,84     | 4,16    | 1,45   |
| 1,50   | 2,21  | 7,04    | 3,51        | 2,72        | 1,44   | 2,32    | 4,82    | 1,21  | 4,18    | 1,90     | 4,27    | 1,50   |
| 1,55   | 2,22  | 7,21    | 3,56        | 2,88        | 1,42   | 2,36    | 4,94    | 1,22  | 4,22    | 1,96     | 4,36    | 1,55   |
| 1,60   | 2,23  | 7,37    | 3,61        | 3,03        | 1,41   | 2,40    | 5,06    | 1,23  | 4,27    | 2,02     | 4,46    | 1,60   |
| 1,65   | 2,22  | 7,49    | 3,63        | 3,20        | 1,37   | 2,44    | 5,15    | 1,23  | 4,30    | 2,08     | 4,55    | 1,65   |
| 1,70   | 2,22  | 7,60    | 3,64        | 3,37        | 1,33   | 2,47    | 5,23    | 1,23  | 4,33    | 2,13     | 4,63    | 1,70   |
| 1,75   | 2,24  | 7,77    | 3,68        | 3,51        | 1,31   | 2,49    | 5,32    | 1,25  | 4,38    | 2,18     | 4,69    | 1,75   |
| 1,80   | 2,27  | 7,94    | 3,73        | 3,66        | 1,30   | 2,51    | 5,41    | 1,26  | 4,44    | 2,23     | 4,75    | 1,80   |
| 1,85   | 2,29  | 8,08    | 3,74        | 3,81        | 1,26   | 2,53    | 5,49    | 1,26  | 4,48    | 2,28     | 4,81    | 1,85   |
| 1,90   | 2,31  | 8,23    | 3,75        | 3,95        | 1,23   | 2,54    | 5,57    | 1,26  | 4,51    | 2,33     | 4,86    | 1,90   |
| 1,95   | 2,30  | 8,32    | 3,74        | 4,10        | 1,17   | 2,56    | 5,65    | 1,25  | 4,50    | 2,38     | 4,92    | 1,95   |
| 2,00   | 2,28  | 8,40    | 3,72        | 4,24        | 1,12   | 2,58    | 5,72    | 1,24  | 4,48    | 2,43     | 4,98    | 2,00   |

Fonte: Bares adaptadas por Pinheiro (1994).

## ANEXO C – Momentos Fletores em lajes com carga uniforme

| Tipo   |  |         |          |         |  |         |          |         |  |         |          |         | Tipo   |
|--------|---|---------|----------|---------|---|---------|----------|---------|---|---------|----------|---------|--------|
|        | $\lambda = \frac{l_y}{l_x}$   | $\mu_x$ | $\mu'_x$ | $\mu_y$ | $\mu'_y$  | $\mu_x$ | $\mu'_x$ | $\mu_y$ | $\mu'_y$  | $\mu_x$ | $\mu'_x$ | $\mu_y$ |        |
| 1,00   | 2,02  | 5,46    | 2,52     | 6,17    | 2,52  | 6,17    | 2,02     | 5,46    | 2,02  | 5,15    | 2,02     | 5,15    | 1,00   |
| 1,05   | 2,27  | 5,98    | 2,56     | 6,46    | 2,70  | 6,47    | 1,97     | 5,56    | 2,22  | 5,50    | 2,00     | 5,29    | 1,05   |
| 1,10   | 2,52  | 6,50    | 2,60     | 6,75    | 2,87  | 6,76    | 1,91     | 5,65    | 2,42  | 5,85    | 1,98     | 5,43    | 1,10   |
| 1,15   | 2,76  | 7,11    | 2,63     | 6,97    | 3,02  | 6,99    | 1,84     | 5,70    | 2,65  | 6,14    | 1,94     | 5,51    | 1,15   |
| 1,20   | 3,00  | 7,72    | 2,65     | 7,19    | 3,16  | 7,22    | 1,77     | 5,75    | 2,87  | 6,43    | 1,89     | 5,59    | 1,20   |
| 1,25   | 3,23  | 8,31    | 2,64     | 7,36    | 3,28  | 7,40    | 1,70     | 5,75    | 2,97  | 6,67    | 1,83     | 5,64    | 1,25   |
| 1,30   | 3,45  | 8,89    | 2,61     | 7,51    | 3,40  | 7,57    | 1,62     | 5,76    | 3,06  | 6,90    | 1,77     | 5,68    | 1,30   |
| 1,35   | 3,66  | 9,44    | 2,57     | 7,63    | 3,50  | 7,70    | 1,55     | 5,75    | 3,19  | 7,09    | 1,71     | 5,69    | 1,35   |
| 1,40   | 3,86  | 9,91    | 2,53     | 7,74    | 3,59  | 7,82    | 1,47     | 5,74    | 3,32  | 7,28    | 1,65     | 5,70    | 1,40   |
| 1,45   | 4,05  | 10,36   | 2,48     | 7,83    | 3,67  | 7,91    | 1,41     | 5,73    | 3,43  | 7,43    | 1,57     | 5,71    | 1,45   |
| 1,50   | 4,23  | 10,79   | 2,43     | 7,91    | 3,74  | 8,00    | 1,35     | 5,72    | 3,53  | 7,57    | 1,49     | 5,72    | 1,50   |
| 1,55   | 4,39  | 11,20   | 2,39     | 7,98    | 3,80  | 8,07    | 1,29     | 5,69    | 3,61  | 7,68    | 1,43     | 5,72    | 1,55   |
| 1,60   | 4,55  | 11,59   | 2,34     | 8,02    | 3,86  | 8,14    | 1,23     | 5,66    | 3,69  | 7,79    | 1,36     | 5,72    | 1,60   |
| 1,65   | 4,70  | 11,96   | 2,28     | 8,03    | 3,91  | 8,20    | 1,18     | 5,62    | 3,76  | 7,88    | 1,29     | 5,72    | 1,65   |
| 1,70   | 4,84  | 12,31   | 2,22     | 8,10    | 3,95  | 8,25    | 1,13     | 5,58    | 3,83  | 7,97    | 1,21     | 5,72    | 1,70   |
| 1,75   | 4,97  | 12,63   | 2,15     | 8,13    | 3,99  | 8,30    | 1,07     | 5,56    | 3,88  | 8,05    | 1,17     | 5,72    | 1,75   |
| 1,80   | 5,10  | 12,93   | 2,08     | 8,17    | 4,02  | 8,34    | 1,00     | 5,54    | 3,92  | 8,12    | 1,13     | 5,72    | 1,80   |
| 1,85   | 5,20  | 13,21   | 2,02     | 8,16    | 4,05  | 8,38    | 0,97     | 5,55    | 3,96  | 8,18    | 1,07     | 5,72    | 1,85   |
| 1,90   | 5,30  | 13,47   | 1,96     | 8,14    | 4,08  | 8,42    | 0,94     | 5,56    | 3,99  | 8,24    | 1,01     | 5,72    | 1,90   |
| 1,95   | 5,40  | 13,71   | 1,88     | 8,13    | 4,10  | 8,45    | 0,91     | 5,60    | 4,02  | 8,29    | 0,99     | 5,72    | 1,95   |
| 2,00   | 5,50  | 13,93   | 1,80     | 8,12    | 4,12  | 8,47    | 0,88     | 5,64    | 4,05  | 8,33    | 0,96     | 5,72    | 2,00   |
| > 2,00 | 7,03  | 12,50   | 1,80     | 8,12    | 4,17  | 8,33    | 0,88     | 5,64    | 4,17  | 8,33    | 0,96     | 5,72    | > 2,00 |

Fonte: Bares adaptadas por Pinheiro (1994).