



CENTRO UNIVERSITÁRIO CHRISTUS – UNICHRISTUS
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

ANTONIO ANDERSON PONTE BENTO

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS EM
CONCRETO ARMADO E LAJES *STEEL DECK* PARA RESIDÊNCIA
UNIFAMILIAR**

FORTALEZA

2021

ANTONIO ANDERSON PONTE BENTO

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS EM
CONCRETO ARMADO E LAJES MISTAS EM AÇO E CONCRETO PARA RESIDÊNCIA
UNIFAMILIAR

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia Civil
do Centro Universitário Christus, como
parte integrante dos requisitos para
obtenção do grau de bacharel em
Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me. Francisco Rosendo
Sobrinho

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Centro Universitário Christus - Unichristus
Gerada automaticamente pelo Sistema de Elaboração de Ficha Catalográfica do
Centro Universitário Christus - Unichristus, com dados fornecidos pelo(a) autor(a)

B478e Bento, Antonio Anderson Ponte.
Estudo comparativo entre lajes nervuradas unidirecionais em
concreto armado e lajes steel deck para residência unifamiliar /
Antonio Anderson Ponte Bento. - 2021.
194 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Centro
Universitário Christus - Unichristus, Curso de Engenharia Civil,
Fortaleza, 2021.

Orientação: Prof. Me. Francisco Rosendo Sobrinho.

1. Laje nervurada. 2. Trelças. 3. Steel deck. 4. Análise estrutural.
I. Título.

CDD 624

ANTONIO ANDERSON PONTE BENTO

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS EM
CONCRETO ARMADO E LAJES MISTAS EM AÇO E CONCRETO PARA RESIDÊNCIA
UNIFAMILIAR

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia Civil
do Centro Universitário Christus, como
parte integrante dos requisitos para
obtenção do grau de bacharel em
Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me. Francisco Rosendo
Sobrinho

Aprovado em: ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. Francisco Rosendo Sobrinho (Orientador)
Centro Universitário Christus (UNICHRISTUS)

Prof.^a Me. Mariana de Araújo Leite
Centro Universitário Christus (UNICHRISTUS)

Prof. Me. Erivano Lucio Passos
Centro Universitário Christus (UNICHRISTUS)

Dedico este trabalho a minha mãe Maria Eliane Ponte, que sempre me incentivou e me apoiou incondicionalmente em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus, por estar comigo sempre.

Aos meus pais, Paulo Regis Brandão de Sousa Bento e Maria Eliane Ponte, responsáveis pela minha educação. Em especial minha mãe que é minha principal fonte de motivação e determinação, estando presente sempre no meu dia-a-dia, me aconselhando a tomar decisões corretas.

Aos meus irmãos Paulo Filho, Kelvia e Kilvia que sempre estiveram presentes nas horas em que eu mais precisei, obrigado pelo companheirismo.

A minha esposa Camila Guemes e ao meu filho Luis Henrique, que me motivaram, que me deram forças quando eu precisava, que estiveram comigo nos momentos mais difíceis, obrigado por todo amor, carinho e paciência.

A minha tia Lúcia Cabral e aos meus primos Daniel Vasconcelos, Ana Janaina e Charles Filho. Em especial minha tia Lúcia, por seus conselhos e orações.

Ao meu orientador, Prof. Me. Francisco Rosendo Sobrinho, por sua orientação, paciência, aulas e ensinamentos durante toda a pesquisa de elaboração do TCC.

A todos os professores, em especial aos professores Mariana Leite, Erivano Passos, Daniel Matos, Argébon Cesár, Pedro Almir e Eliezer Fares pelos ensinamentos ao longo do curso.

Aos meus amigos e companheiros de graduação, em especial Bertholdo Melo, Yago Prado, Matheus Paiva e Wenrique Sampaio.

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo dimensionar, analisar, orçar e traçar um comparativo entre dois modelos de lajes para um mesmo pavimento tipo. As lajes estudadas são as treliçadas unidirecionais formado por vigotas pré-moldadas em concreto armado e as lajes mistas *steel deck* em aço e concreto. O trabalho busca dimensionar e analisar as lajes segundo os Estados Limites Últimos e Estados Limites de Serviço, fazendo uma comparação entre o desempenho estrutural de cada laje, por fim, será feito uma comparação entre os custos. Para traçar o comparativo entre os custos foram utilizadas as tabelas de custo disponibilizada pela Secretaria de Infraestrutura do Estado do Ceará (SEINFRA) e a tabela disponível no Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (SINAPI). Para o dimensionamento das lajes treliçadas unidirecionais utilizou-se uma planilha eletrônica que permite ser alimentada com dados como: carregamento, vãos, altura do enchimento, resistência característica do concreto etc. Para o dimensionamento da laje *steel deck* utilizou-se as tabelas fornecidas pelo fabricante Metform S. A. que dimensiona a laje tendo como base os dados dos vãos e altura escolhida para a laje. As duas lajes foram verificadas quanto ao desempenho nos estados limites.

Palavras-chave: Laje nervurada, treliças, *steel deck*, análise estrutural.

ABSTRACT

The present study aims to dimension, analyze, budget and draw a comparison between two slab models for the same type floor. The slabs studied are unidirectional trusses formed by precast beams in reinforced concrete and composite steel deck slabs in steel and concrete. The work seeks to dimension and analyze how slabs according to the Ultimate Limit States and Service Limit States, making a comparison between the structural performance of each slab, finally, a comparison between the costs will be made. To draw the comparison between the slabs were used as price tables provided by the Secretariat of Infrastructure of the State of Ceará (SEINFRA) and the table available in the National System of Survey of Costs and Indexes of Civil Construction (SINAPI). For the dimensioning of the unidirectional lattice slabs, an electronic spreadsheet was used, which allows it to be fed with data such as: loading, spans, filling height, characteristic strength of concrete, etc. Metform SA that sizes the slab based on the data of the spans and height chosen for the slab. The two slabs have been checked and are OK in terms of performance in limit states.

Keywords: Ribbed slab, trusses, steel deck, structural analysis.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1. Objetivos.....	12
1.1.1. <i>Objetivo geral</i>	12
1.1.2 <i>Objetivos específicos</i>	13
1.2 Justificativa	13
2. REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1. Lajes.....	14
2.2 Classificação.....	15
2.3 Lajes Nervuradas.....	24
2.4 Lajes Nervuradas Treliçadas Unidirecionais.....	26
2.4.1 <i>Aspectos Históricos</i>	26
2.4.2 <i>Definição</i>	30
2.4.3 <i>Vantagens e Desvantagens</i>	31
2.4.4 <i>Materiais e Elementos</i>	33
2.4.4.1 Vigota Treliçada	33
2.4.4.2 Treliças	34
2.4.4.3 Aço.....	37
2.4.4.4 Armadura Complementar	37
2.4.4.5 Material de Enchimento.....	39
2.5 Partes de Um Projeto	42
2.5.1 <i>Concepção Estrutural</i>	42
2.5.2 <i>Pré-dimensionamento</i>	43
2.5.2.1 Vão Efetivo.....	44
2.5.2.2 Altura da Laje	45
2.5.2.3 Classe de Agressividade e Cobrimento	46
2.5.3 <i>Ações Atuantes</i>	47
2.5.3.1 Ações Permanentes (G)	48
2.5.3.2 Ações Variáveis (Q)	50
2.5.3.3 Estados Limites.....	51
2.5.3.3.1 Estados Limites Últimos – ELU.....	51
2.5.3.3.2 Estados Limites de Serviço – ELS	52
2.5.3.4 Combinação de Ações	52

2.5.3.4.1	Combinações Últimas - ELU.....	53
2.5.3.4.2	Combinações de Serviço - ELS	53
2.5.4	<i>Análise Estrutural</i>	54
2.5.5	<i>Dimensionamento no ELU</i>	56
2.5.5.1	Dimensionamento a Flexão no ELU	56
2.5.5.2	Dimensionamento a Cisalhamento no ELU	61
2.5.6	<i>Verificação no ELS</i>	62
2.5.6.1	Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS-DEF)	62
2.5.6.2	Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W).....	68
2.5.7	<i>Detalhamento</i>	70
2.5.7.1	Armadura Principal.....	70
2.5.7.1.1	Armadura Mínima	70
2.5.7.1.3	Espaçamento Máximo e Mínimo.....	72
2.5.7.2	Armadura Secundária	72
2.6	Lajes Mistas <i>Steel Deck</i>	73
2.6.1	<i>Aspectos Históricos</i>	73
2.6.2	<i>Definição</i>	74
2.6.3	<i>Vantagens e desvantagens</i>	75
2.6.4	<i>Materiais e Elementos</i>	76
2.6.4.1	Concreto.....	76
2.6.4.2	Fôrma de Aço Colaborante – <i>Steel Deck</i>	76
2.6.4.3	Conectores de Cisalhamento	77
2.6.4.4	Armadura complementar	78
2.6.5	<i>Partes de um Projeto</i>	78
2.6.5.1	Concepção Estrutural.....	78
2.6.5.2	Ações Atuantes	79
2.6.5.2.1	Ações Atuantes na Fase Inicial.....	79
2.6.5.2.2	Ações Atuantes na Fase Final	81
2.6.6	<i>Verificações</i>	81
2.6.6.1	Verificação da forma de aço na fase inicial.....	81
2.6.6.2	Verificação da laje de aço na fase final	81
2.6.6.3	Estado Limite Último – ELU.....	81
2.6.6.3.1	Momento Fletor	81

2.6.6.3.2 Cisalhamento Longitudinal.....	85
2.6.6.3.3 Cisalhamento Vertical	86
2.6.6.4 Estado Limite de Serviço - ELS	87
2.6.6.4.1 Fissuração do Concreto	87
2.6.6.4.2 Verificação do Deslocamento Vertical.....	89
2.5.7 Dimensionamento da Laje Steel Deck Pelo Método das Tabelas Metform	89
3. METODOLOGIA.....	92
3.1 Classificação da Pesquisa	92
3.2 Etapas do dimensionamento das Lajes Treliçadas.....	92
3.3 Etapas do dimensionamento das Lajes Mistas Steel Deck.....	95
3.4 Auxílio de Ferramentas Computacionais	96
4. CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO E DIMENSIONAMENTO	97
4.1 Dimensionamento da Laje Steel Deck	97
4.1.1 Verificação do Momento Fletor – Laje 05	102
4.1.2 Verificação do cisalhamento longitudinal	103
4.1.3 Verificação do cisalhamento vertical	105
4.1.4 Deslocamento vertical máximo	106
4.1.5 Armadura de combate a fissuração.....	107
4.1.6 Resultados das verificações do <i>steel deck</i>	108
4.2 Dimensionamento da Laje Treliçada	108
4.3 Estudo comparativo das verificações.....	117
4.4 Estudo Comparativo de Custos	119
4.4.1 Indicadores da laje treliçada unidirecional.	119
4.4.2 Indicadores da laje <i>steel deck</i>	119
4.4.3 Estudo comparativo de custos	120
5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS.....	122
REFERÊNCIAS.....	124
ANEXO A - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L1.....	130
ANEXO B - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L2.....	137
ANEXO C - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L3.....	144
ANEXO D - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L4.....	151
ANEXO E - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L5.....	158
ANEXO F - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L6	165

ANEXO G - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L7	172
ANEXO H - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L8	179
ANEXO I - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L9	186

1 INTRODUÇÃO

As lajes são elementos estruturais de extrema importância para os mais variados tipos de obras, sendo comum em edifícios de concreto armado. Sua principal função é receber e transferir as cargas geradas por esforços aplicados no pavimento para as vigas ou diretamente para os pilares. Vale ressaltar que as lajes muitas vezes são lembradas por funcionar como teto e piso das edificações. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), as lajes são elementos planos e sujeitos as ações normais a seu plano. As cargas atuantes nas lajes são divididas em dois grupos, o primeiro: cargas distribuídas na área (peso próprio) e as cargas distribuídas linearmente (paredes).

Hoje o mercado oferece diversos tipos e soluções para lajes, a escolha é feita com base nas particularidades de cada obra, com isso, é de extrema importância conhecer os tipos e as características de cada opção disponível. As lajes mais utilizadas para construções de residências unifamiliares em concreto armado são as nervuradas treliçadas e as maciças. Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2004) a laje nervurada é um avanço da laje maciça.

O dimensionamento estrutural de uma edificação deve, obrigatoriamente, atender as verificações mínimas de desempenho para que a obra garanta a durabilidade, segurança e funcionabilidade. Assim, deve-se adotar métodos construtivos adequados e consolidados.

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), as lajes nervuradas podem ser moldadas in loco ou pré-moldadas, do qual para momentos positivos sua zona de tração se encontra nas nervuras e entre estas usa-se um material inerte (lajota, EPS).

As lajes nervuradas unidirecionais treliçadas são formadas por vigotas (treliças ou trilhos em concreto protendido e em concreto armado), por material de enchimento, armadura e por uma capa de concreto. Essas lajes são formadas por nervuras na parte tracionada, o que torna possível reduzir a quantidade de concreto abaixo da linha neutra.

As nervuras, por sua vez, podem ser unidirecionais (armadas em uma direção) ou bidirecionais (armadas em duas direções).

De acordo com Queiroz, Pimenta e Martins (2012, p. 10), os sistemas mistos aço e concreto são aqueles no qual um perfil laminado, soldado ou formado a frio trabalham em conjunto com o concreto. No caso das lajes *steel deck*, os materiais são aço e concreto (armado ou não), e o principal objetivo dessa junção é o aproveitamento das melhores vantagens que cada material oferece.

Um dos modelos mais utilizados de lajes mistas é o Steel Deck, que é composto por uma

chapa de aço galvanizado e uma camada de concreto, o aço possui um formato de telha trapezoidal que serve como forma e na grande maioria das vezes dispensa o escoramento. Nesse método, o aço possui duas funções principais; atua como fôrma e como armadura positiva. O perfil metálico tem em sua superfície ranhuras que facilitam a aderência entre concreto e aço.

No processo executivo de uma laje steel deck, dentre as inúmeras vantagens, destaca-se: rapidez construtiva, facilidade de execução, alta qualidade no acabamento final, diminui ou dispensa o escoramento e dispensa fôrmas (GOMES, 2001).

Desse modo, este trabalho consiste em fazer uma análise comparativa entre as lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado utilizando vigotas treliçadas, executadas com lajotas ou isopor (EPS), como material inerte, e laje mistas em aço e concreto (Steel Deck). Serão analisados o comportamento da estrutura no Estado Limite Último (ELU) e desempenho da estrutura no Estado Limite de Serviço (ELS). Outros pontos importantes que serão analisados são os consumos de concreto, fôrmas e armaduras, fazendo um comparativo entre os dois métodos de lajes adotados.

Primeiramente, é importante esclarecer que todos os edifícios de concreto armado são dimensionados no Estado Limite Último (ELU) e depois passam por uma verificação no Estado Limite de Serviço. O ELU é definido como o estado em que a estrutura atinge a ruína ou perda total de resistência, claro que é uma circunstância que nunca deve ocorrer e para evitar usa-se vários coeficientes de segurança. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), todas as estruturas de concreto devem ser verificadas no ELU.

O Estado Limite de Serviço (ELS) busca analisar o desempenho da estrutura em seu funcionamento comum no dia-a-dia. São os estados que estão ligados ao conforto, durabilidade, aparência e boa utilização da estrutura. Assim, através de várias verificações do ELU busca-se garantir que a estrutura trabalhe dentro dos limites aceitos. Sabe-se que o ELS não compromete uma estrutura a ruína, mas pode inutilizá-la.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é verificar o desempenho estrutural, para um mesmo pavimento tipo, de lajes mistas e nervuradas quando analisadas no Estado Limite Último e no Estado Limite de Serviço e realizar a comparação entre o comportamento estrutural dos dois sistemas.

1.1.2 Objetivos específicos

- Fazer uma revisão bibliográfica sobre as soluções em lajes mistas e nervuradas.
- Modelar e detalhar uma estrutura com laje mista “*Steel Deck*”.
- Modelar e detalhar uma estrutura com laje nervurada unidirecional treliçada.
- Comparar os resultados das análises nos ELU (verificação quanto a flexão e cisalhamento) e ELS (verificação das deformações excessivas, fissuração e flechas) dos dois tipos de laje para um mesmo pavimento tipo.
- Apresentar os quantitativos de volume de concreto, taxa de armadura e área de fôrma, fazendo uma análise comparativa de custos entre os dois tipos de lajes (*steel deck* e nervurada treliçada).

1.2 Justificativa

O mercado da construção civil está em constante crescimento, onde os principais objetivos são os cumprimentos dos prazos e minimização dos custos, aliados a segurança, qualidade e durabilidade. É fato que o primeiro é meta dos construtores e o segundo é uma exigência dos clientes, contudo, é na fase de projeto que ocorre a escolha da melhor solução estrutural para a cada tipo de obra. É de extrema importância o conhecimento de dados que possam contribuir para ajudar a escolher uma solução que melhor se adequa as particularidades de cada obra.

Assim, este trabalho irá analisar, segundo a NBR 6118:2014 o desempenho das lajes mistas e nervuradas nas verificações no ELU e ELS. Os quesitos conforto, segurança, qualidade e durabilidade estão cada vez exigindo mais dos profissionais que projetam e que executam qualquer tipo de obra. Os engenheiros projetistas devem modelar, dimensionar e analisar de tal forma que consigam colocar caminhando juntos os custos e os requisitos mínimos exigidos para o bom funcionamento de uma estrutura.

O intuito dessa verificação é gerar dados que possam colaborar na tomada de decisão dos construtores e projetistas quanto ao desempenho de cada estrutura. Esses dados serão mostrados através de uma análise comparativa dos métodos construtivos adotados.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Lajes

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2017), estruturalmente falando, as lajes são elementos de superfície plana, muitas vezes sendo definidas como uma placa de concreto em que sua espessura (dimensão perpendicular à superfície) é muito pequena em relação às demais dimensões, e que está sujeita a ações normais a seu plano.

Ainda conforme Araújo (2014), as lajes são elemento bidimensionais que recebem parte das ações que ocorrem em uma edificação e que essas cargas podem ocorrer de forma distribuída na área, de forma concentrada em um ponto ou linearmente distribuída.

Silva (2005), define que a função principal das lajes é receber as cargas diretamente aplicadas ao seu plano e transmiti-las para as vigas, que após, transmitem para os pilares, que por sua vez, transmitem para as fundações e solos.

Além de receber e transmitir as cargas que ocorrem diretamente ao seu plano, as lajes muitas vezes apresentam o comportamento de um diafragma rígido, devido a sua elevada rigidez no plano, transmitindo os esforços de ações horizontais de forma igual para a estrutura de contraventamento (pórticos formados por pilares e vigas), o que permite que as deformações sejam mitigadas e contribua para a estabilidade global do edifício (FRANÇA; FUSCO, 1997). Assim, o sistema estrutural adotado deve suprir necessidades básicas e importantes como segurança contra a ruína, bom desempenho em serviço, possuir exequibilidade e possibilitar adequações conforme exigências do projeto arquitetônico.

As ações atuantes em estruturas podem ocorrer de três formas: permanentes, variáveis e excepcionais (NBR 8681:2003). Para o correto dimensionamento de um pavimento é necessário que sejam seguidos conceitos normativos da NBR 6118:2014, que aponta como necessário levar em consideração, na fase de análise estrutural, todas as ações que podem comprometer a segurança da estrutura, segundo os ELU e ELS. Assim, as ações mais importantes são as permanentes e as acidentais, previstas pela NBR 6120. Essas cargas são geradas pelos mais diversos motivos, como: circulação de pessoas, peso próprio da estrutura, paredes, móveis, etc.

Dentre os elementos estruturais, de modo geral, a laje é o elemento que consome a maior quantidade de material (CARVALHO; PINHEIRO, 2013). Em edifícios de múltiplos pavimento, as lajes maciças representam a maior parcela no consumo de material, sendo

responsáveis pelo consumo de dois terços do concreto utilizado para executar uma estrutura por completo (FRANÇA; FUSCO, 1997). O elevado consumo de concreto por parte das lajes está atrelado ao fato de que para vencer grandes vãos é necessário alturas (espessura) maiores para as placas, afim de evitar deformações excessivas.

Dessa forma, existe no mercado da indústria da construção civil uma busca incessante por métodos construtivos alternativos que, além de aumentar o número de possibilidades, permita uma escolha de forma racional e que melhor se adeque a realidade de cada edificação. Com a grande demanda de materiais para execução das lajes, qualquer item que gere economia terá um reflexo significativo no custo total da obra.

Dentre os vários métodos construtivos, é possível executar diversas soluções para lajes, e a escolha do modelo depende das particularidades que envolvem cada obra em si. Vale ressaltar que o processo de definição do tipo de laje passa por uma criteriosa análise do projetista, pois além de resistir aos esforços normais ao seu plano, o modelo de laje deve ser exequível para cada situação.

Segundo CUNHA (1998) e SOUZA (2016), as lajes podem ser classificadas em quatro grupos distintos: quanto a seção transversal, quanto a execução, quanto ao tipo de apoio e quanto a direção da armação.

2.2 Classificação

Existem várias formas de classificar as lajes, para cada método adotado existem muitas soluções, como por exemplo: quanto a forma da seção transversal, quanto a natureza, quanto aos tipos de apoios e quanto ao tipo de armação, conforme os estudos feitos por Bastos (2015), Araújo (2014), Souza e Cunha (1988) e Leonhardt e Mönning (1977). A determinação do melhor tipo de laje para uma estrutura depende de muitas variáveis, pois a laje deve se adequar ao tipo de obra e resistir a todos os esforços aplicados ao seu plano.

De modo geral, a classificação das lajes quanto ao material empregado não se restringe ao concreto armado, hoje o mercado oferece lajes com fôrma de aço incorporada, chamadas de lajes mistas. Segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008), as lajes mistas são aquelas que o concreto e o aço trabalham em conjunto, formando um único elemento. Ainda conforme a NBR 8800, o perfil metálico apresenta o papel fundamento de armadura positiva, combatendo os esforços de tração na flexão.

O formato (geometria) da laje é definido na fase de projeto, geralmente, pelo arquiteto

e pelo cliente, admitindo-se as seguintes variações: quadradas, retangulares, triangulares, circulares, em L, T, Z, ente outras.

A classificação quanto a natureza, De acordo com Oliveira (2015), as lajes podem ser classificadas pelo método executivo adotado e pelos tipos de materiais utilizados na execução, sendo as mais comuns: maciças, nervuradas, mistas, em grelha, duplas e pré-fabricadas.

a) Lajes nervuradas.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), as lajes nervuradas são lajes moldadas in loco ou pré-moldadas, onde sua zona de tração para momentos positivos fica localizada na nervura e o espaço entre as nervuras é preenchido com material inerte (lajota ou EPS). As lajes nervudas são compostas por um sistema de nervuras, cruzados ou não, e a armação se encontra dentro das nervuras, conforme a Figura 1, que são unidas pela capa de concreto.

Figura 1 – Laje nervurada em vigota treliça



Fonte: Vizotto (2010)

O desenvolvimento das lajes nervuradas foi motivado pelo fato que, no estado limite último, as lajes maciças apresentam excesso de concreto abaixo da linha neutra trabalhando a tração, não contribuindo para a resistência da estrutura a flexão (CARVALHO e PINHEIRO, 2009). Por isso, o concreto existente abaixo da linha neutra foi substituído por material inerte.

A seguir são apontadas algumas vantagens deste método:

- Possibilita vencer grandes vãos;
- Diminuição na área de fôrma.
- Obra mais limpa.

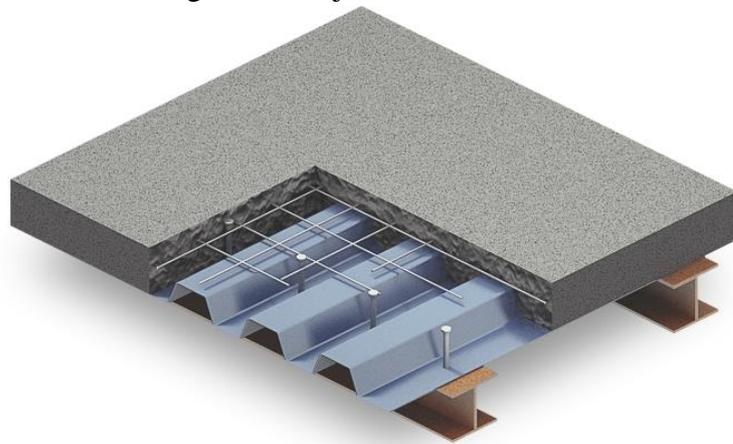
- Agilidade no processo construtivo;
- Reduz o tempo de obra, resultando em economia.
- Redução de fôrmas e escoramento.

b) **Lajes mistas.**

As lajes mistas surgem da combinação de aço e concreto, na tentativa de obter as melhores qualidade das propriedades de cada material e assim formar um elemento estrutural com todas as qualidades necessárias para um bom desempenho (BELTRÃO, 2003).

Assunção (2018), define o *Steel Deck* como um sistema de formas colaborantes (Figura 2), e diz ainda que esse sistema surgiu em 1950 nos Estados Unidos, sendo comumente utilizada em edifícios de múltiplos pavimentos. Já no Brasil este método de lajes mistas só veio a ser utilizado no ano de 1970 e devido às suas vantagens teve grande aceitação dentro do mercado nacional. A Figura 2 traz um modelo de laje mista.

Figura 2 – Laje mista Steel Deck



Fonte: Lajes *Steel Deck*

As lajes Steel Deck são formadas por uma chapa de aço galvanizado formada por a perfis metálicos, que são incorporados à laje de concreto que é moldada *in loco*, os perfis além de atuar como fôrma, fazem o papel de armadura positiva.

A seguir são enumeradas algumas vantagens em caso da adoção do método de lajes mistas:

- Qualidade das chapas pois são fabricadas em escala industrial.
- Após montadas, servem como uma excelente plataforma de apoio.
- Na grande maioria dos casos, dispensa fôrmas.

- Maior velocidade de execução quando comparado com outros modelos.

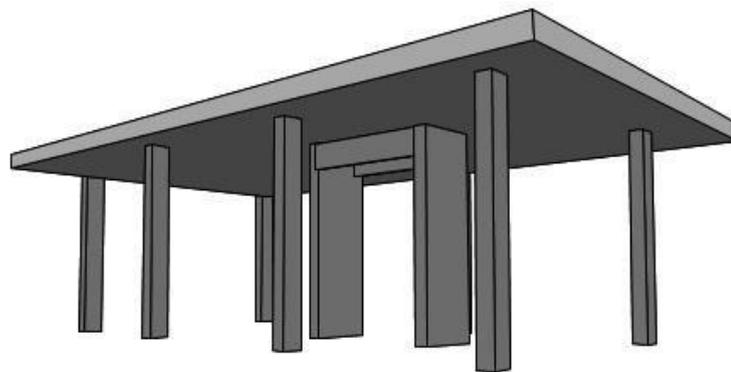
c) **Lajes lisas.**

Segundo Damasceno (2007), as lajes lisas são placas de concreto moldadas *in loco* apoiadas diretamente nos pilares, não sendo utilizado vigas. Com a retirada das vigas, a laje transfere sua carga diretamente para os pilares. Também são chamadas de lajes planas, definidas como estruturas laminares horizontais em concreto armado ou protendido.

Conforme Rios (2009), a principal desvantagem deste modelo de laje é o risco de ruptura por punção, visto que a punção ocorre sem ou quase nenhum aviso prévio, e assim levar toda a estrutura ao colapso progressivo. Contudo, é possível diminuir as ações cisalhantes que ocorrem na ligação laje-pilar aumentando a seção transversal dos pilares, aumentando a espessura da laje ou com a utilização de armadura especial de combate a punção.

A NBR 6118 (ABNT, 2014), com a relação a espessura das lajes lisas, estabelece o limite mínimo de 16 cm. A Figura 3 retrata uma laje lisa, ou seja, sem presença de vigas.

Figura 3 – Laje lisa



Fonte: Soares (2018).

Rabello (2016) define as seguintes vantagens apresentadas por lajes mistas: economia de fôrmas em função da ausência de vigas, rapidez na execução, flexibilidade no arranjo da alvenaria, racionalização das armaduras, facilidade na execução da concretagem, redução da altura total do edifício e melhor condição de moradia pela ausência de vigas.

As desvantagens apresentadas nesse sistema de laje são possíveis apontar, conforme Rabello (2016): maior deslocamento quando comparado ao mesmo pavimento tipo dimensionado com vigas e o risco de ruptura por punção. Muitos edifícios que utilizam esse

método devem ter um núcleo rígido para solucionar problemas de estabilidade global, pois modelo de lajes lisas inexistem pórticos por conta da ausência do vigamento e o risco de punção.

A punção existente em lajes lisas ocorre por cisalhamento em elementos com pequena espessura quando submetidos a elevadas cargas pontuais aplicadas transversalmente, gerando elevadas tensões de cisalhamento ao redor dos encontros laje-pilar.

d) **Lajes maciças**

Bastos (2021), define as lajes maciças como elementos que possuem toda as camadas da sua espessura composta por concreto (com seção homogênea), executada sob formas escoradas até que a laje chegue a sua resistência própria, com armaduras longitudinais para combater a flexão e armaduras transversais.

De modo geral, não são indicadas para atuar em grandes vãos, pois sua espessura é diretamente proporcional ao vão existente entre apoios, ou seja, o vão é quem determina a espessura e o peso próprio, nesse caso, há no mercado soluções mais atrativas do ponto de vista econômico, como por exemplo as lajes nervuradas.

“As lajes maciças ainda podem ser classificadas segundo alguns critérios, como a forma geométrica, os tipos de vínculos e quanto a sua direção” (BASTOS, 2021). A Figura 4 representa um modelo de laje maciça.

Figura 4 – Laje maciça



Fonte: Campos (2020)

Seguindo a NBR 6118:2014, é necessário respeitar os limites mínimos para a espessura das lajes maciças.

- a) 7 cm para lajes de cobertura não em balanço;

- b) 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- c) 10 cm para lajes em balanço;
- d) 10 cm para lajes que suportem veículos com peso total menor ou igual a 30 KN;
- e) 12 cm para lajes que suportem veículos com peso total superior a 30 KN.

Giongo (2007), diz que as lajes maciças são as mais utilizadas em pavimentos de edifícios e o seu dimensionamento, com base na teoria das placas e na teoria da elasticidade, torna possível que engenheiros possam calcular e dimensionar de forma rápida e manual, sem que exista o auxílio de uma ferramenta computacional.

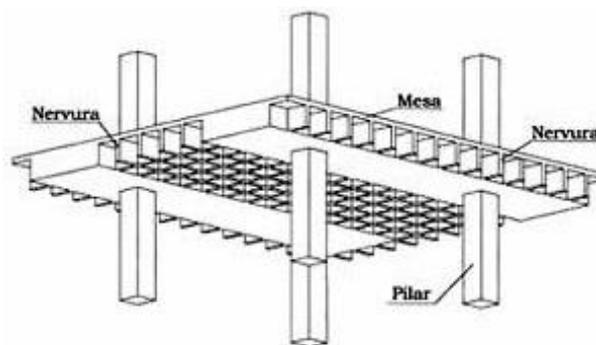
Vantagens:

- São estruturas mais rígidas, com muitas vigas, que acabam gerando pórticos que ajudam no contraventamento da estrutura (ALBUQUERQUE, 1999).
- Mão de obra ampla no mercado brasileiro (SPOHR, 2008).
- Excelente capacidade para resistir a esforços (VIZOTTO; SARTORTI, 2010)
- Permite, com maior facilidade e segurança, a execução de balanços (CARVALHO, 2012).

e) Lajes em Grelha

As lajes tipo grelha, conforme a Figura 5, são semelhantes as lajes nervuradas, também são dotadas de nervuras que combatem a esforços de tração e um conjunto mesa-alma que combate esforços de compressão. A grande diferença está na distância entre as nervuras.

Figura 5 – Laje em Grelha



Fonte: Oliveira (2015)

f) Lajes pré-fabricadas

São lajes que possuem partes fabricadas em escala industrial, mesmo *in loco*, podendo ser em concreto armado ou protendido. São utilizadas em todos os tipos de obras, mas são construções de pequeno porte que essas lajes tem um espaço dominante. As lajes nervuradas com vigotas treliçada, por exemplo, são consideradas de lajes pré-fabricadas. A Figura 06 traz um laje alveolar pré-fabricada.

Figura 6 – Laje pré-fabricada



Fonte: Ferreira (2021)

As lajes pré-fabricadas mais utilizadas na indústria da construção civil são: em vigotas de concreto armado, em vigotas treliçadas ou painéis. A norma brasileira que trata dos parâmetros para laje pré-fabricadas é a NBR 14859 (ABNT, 2016) parte 1 e 2. Contudo, essas normas não apresentam procedimento de cálculo a respeito das flechas imediatas ou diferidas, com isso, é necessário recorrer a NBR 6118 (ABNT, 2018).

Lajes pré-fabricadas possuem vantagens aproximadas às vantagens presentes em lajes nervuradas, visto que muitas lajes nervuradas são pré-fabricadas, a seguir alguns exemplos:

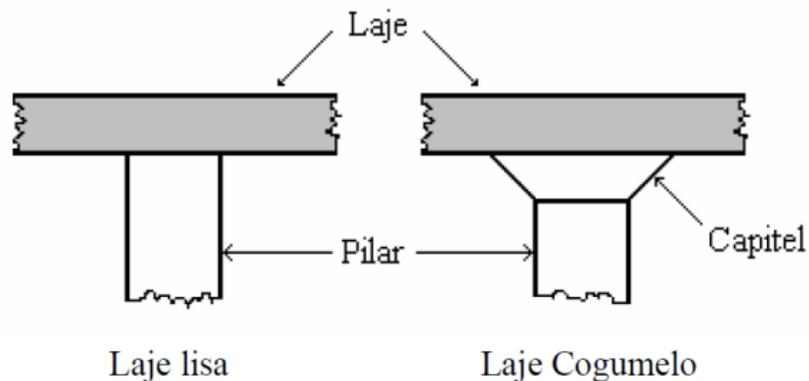
- Facilidade na execução.
- Mão de obra disponível.
- Redução no uso de fôrmas.

g) Lajes cogumelos

A NBR 6118 (ABNT 2014) define como lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis, já as lajes lisas são apoiadas em pilares sem capitéis, analisando a Figura 7 é possível diferenciar as lajes cogumelos das lisas.

“As lajes cogumelos podem ser de concreto armado ou protendido. As lajes em Concreto Armado podem vencer vãos de até 8,0 m, com espessuras de 12 a 20 cm, dependendo da intensidade das ações verticais de utilização da laje, da resistência do concreto e principalmente do vão” (BARBOZA, 2008).

Figura 7 – Laje Cogumelo



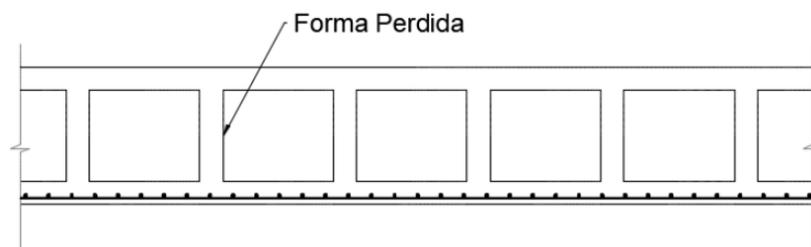
Fonte: Peixoto (2015).

A maior vantagem apresentada pelas lajes cogumelos é não possuir vigas, o que permite uma maior liberdade para trabalhar a arquitetura do pavimento, além de proporcionar economia na área de fôrmas e diminuição do tempo de execução. Contudo, na contra mão das vantagens, segundo Barboza (2008) lajes sem vigas necessitam de uma maior espessura.

h) Lajes duplas

As lajes duplas é um método que está desuso devido as dificuldades de execução, neste método as nervuras ficam entre uma mesa de concreto inferior e outra superior, conforme a Figura 8, preenchida com material inerte ou sem material, Silva (2005).

Figura 8 – Laje Dupla.



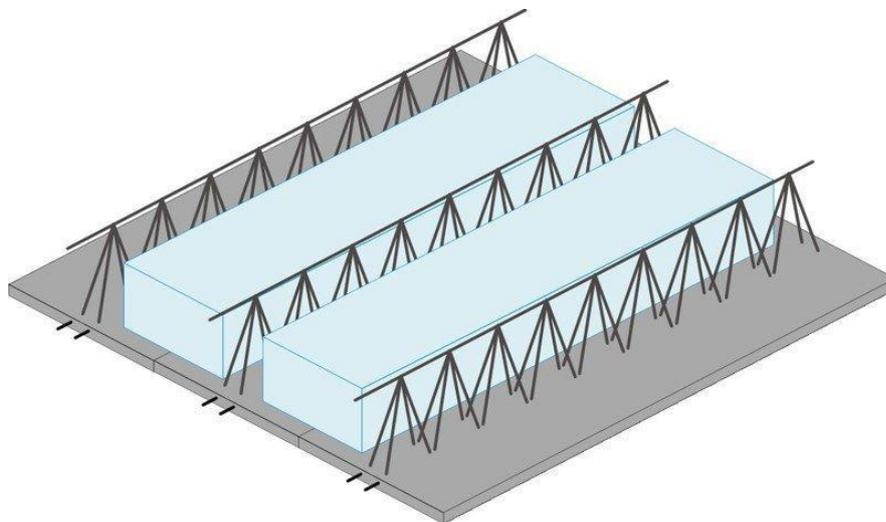
Fonte: Antunes (2017)

A classificação das lajes quanto ao tipo de armação só ocorre quando o elemento estrutural possui forma retangular, pois quando as lajes são concebidas em outro formato geométrico a armação responderá a direção de seus apoios e a particularidades intrínsecas aquela laje.

Assim as lajes podem ser chamadas de unidirecionais quando são armadas em uma direção e bidimensionais quando são armadas em cruz.

As lajes unidirecionais, de acordo com Oliveira (2015), possuem armação em direção única, de acordo com a Figura 9, essa armadura é aplicada para combater os momentos fletores e forças cortantes em uma única direção que ocorre devido as diferenças entre as dimensões dos vãos da laje.

Figura 9 – Laje Nervurada Unidirecional



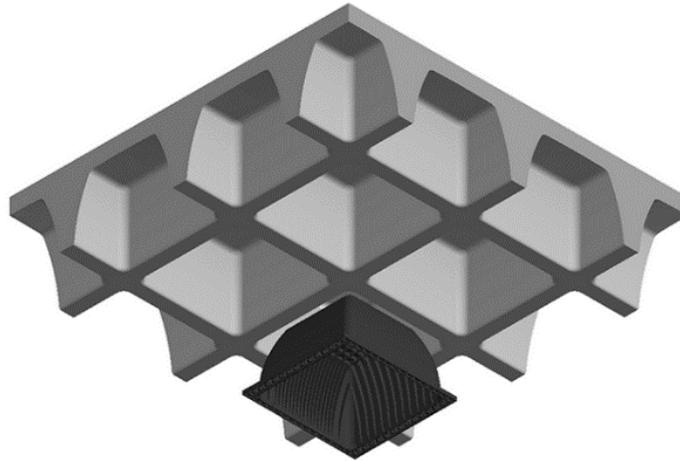
Fonte: Moura (2020)

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), as lajes unidirecionais devem ser calculadas na direção das nervuras, desprezando totalmente a rigidez à torção e a rigidez transversal.

Carvalho e Figueiredo Filho (2017), se a razão entre os vãos da laje for maior que dois, arma-se a laje em uma única direção, caso contrário a laje deve ser armada em duas direções. As lajes bidirecionais são armadas em duas direções, conforme a Figura 10, normalmente, apresentam dimensões próxima a um quadrado e a distribuição das cargas ocorre nas duas direções. Estruturas bidirecionais são indicadas para vencer grandes vãos em edifícios de

múltiplo pavimentos, como essas lajes possuem peso próprio menor quando comparada às lajes maciças, elas diminuem a exigência quanto a robustez dos pilares.

Figura 10 – Laje Nervurada Bidirecional



Fonte: Alves (2018)

Lajes armadas em duas direções estão sujeitas a momentos fletores e forças cortantes nas duas direções, ocorrendo devido a relação entre o maior e o menor vão.

Com relação aos apoios, Donin (2007) diz que a depender do caminho que as cargas percorrem até determinados pontos da estrutura, essas lajes podem ser classificadas como:

- a) Apoio contínuo: ocorre quando as bordas da laje estão apoiadas sobre uma linha contínua, como por exemplo: em uma viga de concreto, vigas metálicas, paredes de concreto. Esses apoios podem ocorrer de forma total ou parcial.
- b) Apoio discreto: ocorre quando a lajes estão diretamente apoiadas nos pilares, com a presença de capitel. Exemplo: lajes cogumelo.

2.3 Lajes Nervuradas

Conforme a tipologia, as lajes nervuradas podem ser definidas como lajes moldas *in loco* ou ainda, com nervuras pré-moldadas, onde sua zona de tração está localizada nas nervuras e isso permite que seja colocado material inerte entre as vigas. Antunes (2017), aponta que as lajes nervuradas podem ser divididas em unidirecionais quando suas nervuras principais estão armadas em uma única direção e bidirecionais quando as nervuras principais estão armadas em cruz.

Conforme Silva (2019) define, as lajes nervuradas surgiram a partir da evolução da laje maciça, com o objetivo de sanar algumas necessidades, como por exemplo: economia de recursos e materiais, fatores ambientais e arquitetônicos, vencer vãos maiores e diminuir as cargas provenientes do peso próprio do elemento.

Com base na definição feita por Carvalho e Pinheiro (2009), o estudo que levou ao surgimento das lajes nervuradas tem como base a premissa de que para vencer grandes vãos, no estado limite último, as lajes maciças demonstravam que uma pequena parte do concreto trabalhava a compressão, ficando claro que a maior parte do concreto se encontrava abaixo da linha neutra, trabalhando a tração, sem contribuir para a resistência a flexão. Assim, o concreto abaixo da linha neutra foi substituído por material inerte. A NBR 6118 (ABNT, 2014) esclarece que o material de enchimento não tem função estrutural e não é apontado em cálculo, pois a resistência da laje se dá pela união entre as nervuras e a mesa, fazendo com que a laje trabalhe como um único elemento solidarizado.

De acordo com Albuquerque (1999, apud OLIVEIRA 2015), por definição, as lajes nervuradas são um conjunto de vigas (nervuras) solidarizadas por uma capa de concreto. Como são as nervuras que combatem os esforços de tração, é possível ter espaços vazados entre as vigas ou preencher esse entorno com material inerte, gerando uma diminuição significativa do peso próprio do elemento.

O material inerte deve atender algumas características para garantir a diminuição do peso próprio, como por exemplo, ser leve o suficiente para diminuir o peso do elemento sem comprometer o processo executivo da laje. Entre os materiais aplicados na zona neutra de lajes nervuradas tem-se: EPS (isopor), bloco cerâmico, blocos de concreto, cubetas de polipropileno etc. Outro ponto importante, no que se refere a lajes nervuradas é que as nervuras podem ficar aparente ou podem ser preenchidas por material leve.

Seguindo a NBR 6118 (ABNT, 2014), podemos subdividir as lajes nervuradas segundo o método de execução, o formato e a direção das armaduras. Estas podem ser pré-fabricadas ou moldadas *in loco*, possuir armadura passiva ou ativa. As lajes pré-fabricadas ainda possuem uma subdivisão de acordo com os elementos, como por exemplo: vigota treliçada, viga tipo trilho, pré-laje (ou painel), painel alveolar e painel duplo T.

2.4 Lajes Nervuradas Trelaçadas Unidirecionais

2.4.1 Aspectos Históricos

O homem, impulsionado por uma necessidade de evolução contínua, começou a explorar novos meios de moradias e a consequência foi o abandono de abrigos que eram em cavernas e árvores. É nesse contexto que surge uma busca crescente por materiais que atendessem as necessidades básicas construtivas, como madeira e pedra (SALES E MEDEIROS, 2019).

Ainda segundo Sales e Medeiros (2019), mesmo sem ter uma formação teórica, o homem primitivo através do empirismo fez a união de dois materiais com características importantíssimas para o desempenho estrutural das edificações, a rocha apresentava excelente desempenho aos esforços solicitantes de compressão, todavia quando trabalhava a tração não tinha um desempenho satisfatório, e a madeira apresentava propriedades inversas as das pedras, entregando uma maior resistência a tração e um satisfatório desempenho a compressão.

Na antiguidade, a pedra foi um material largamente utilizado em edificações de moradias, templos para os deuses e fortificações dos mais variados tipos. Naquela época ficou claro que a pedra era ótimo material, pois além da resistência aos esforços de compressão, ela resistia muito bem ao tempo, contudo, quando a pedra era usada para vencer médios vãos e submetida a esforços de tração, ela cisalhava na sua região inferior. Assim, os vão vencidos pelas pedras eram limitados (BOTELHO E MARCHETTI, 2011).

Nos dias atuais a engenharia civil tem feito conquistas que eram inimagináveis até poucas décadas atrás. Com a utilização de diversos recursos e tecnologias se tornou possível modelar os recursos naturais das mais variadas formas e tamanhos, contribuindo para o surgimento de construções cada vez mais complexas e inovadoras. Contudo, o processo que possibilitou esse avanço arrojado da construção civil surgiu a cerca de 4500 anos, quando o homem superou o uso da pedra e argila, passando a usar produtos cimentícios.

Um dos marcos no desenvolvimento de materiais cimentícios ocorreu em 27 a. C. quando os romanos misturaram cinzas vulcânicas, cal, água do mar e um agregado de rocha vulcânica, produzindo uma reação química que resultou em um concreto super resistente. Em 2014 uma pesquisa desenvolvida na Universidade da Califórnia, em Berkeley comprovou que esses eram os ingredientes usados pelo povo romano para construir estruturas milenares.

Mesmo com a descoberta do concreto pelos romanos, por séculos, as construções em madeira e pedra prosperaram, onde os assoalhos recebiam as cagas e transmitiam para as vigas

transversais, que em seguida passavam para as vigas mestras e pilares (BOROWSKI, 2005). As edificações em sua grande maioria estavam limitadas as dimensões naturais dos materiais existentes (CARVALHO e PINHEIRO, 2009).

O surgimento do concreto encontra-se dentro do século XIX, na Europa, sendo desenvolvido e patenteado por um grande número de indivíduos.

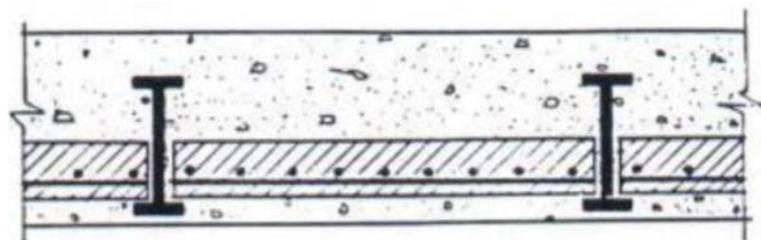
Kaefer (1998), cita que uma das primeiras publicações utilizando o termo cimento armado (primeira definição para concreto armado) foi feita pelo francês Joseph Louis Lambot. Por volta de 1849, ele construiu um barco de cimento armado que flutuou e navegou, e no ano de 1855, Lambot apresentou seu barco na Exposição Universal de Paris.

No ano de 1867 o jardineiro Joseph Monier registra sua patente do concreto armado, após fazer a união entre arames e argamassa para fabricação de vasos (BOROWSKI, 2005). Um fato importante sobre sua patente é que ela não tinha nenhum embasamento teórico, mas Monier passou a ser considerado um dos grandes disseminadores do método de construção utilizando concreto armado (AVILLA, 2009).

O surgimento das lajes tem sua origem em um passado distante, com o emprego de materiais totalmente diferentes dos utilizados na atualidade, mas a forma, a finalidade e o comportamento estrutural eram semelhantes as lajes atuais. As primeiras obras conhecidas que trazem a aplicação de modelos de lajes são as pirâmides do Egito, na pirâmide de Quéfren (2.570 a.C.), salas eram formadas por paredes e teto de pedra, onde o teto ficava, literalmente, apoiado sobre as paredes (DORNELES, 2014).

Monier, considerado um dos precursores do concreto armado, foi uma das primeiras pessoas a estudar estruturas pré-moldadas. Em 1849, Monier fabricava um sistema de lajes utilizando um perfil I em aço, onde posicionava entre os perfis placas de concreto armado também pré-moldadas que em seguida eram cobertos por uma capa de argamassa, a Figura 11 traz o desenho do sistema desenvolvido por Monier (SOARES, 2018).

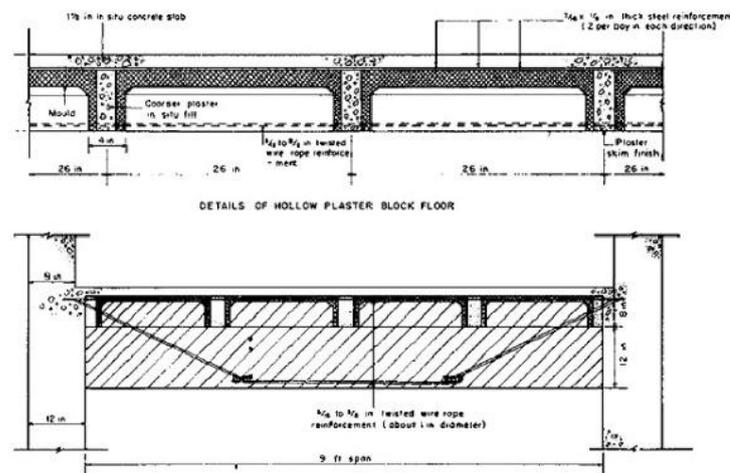
Figura 11 - Sistema pré-moldado Monier



Fonte: Segurado (1967), citado por Soares (2018)

Segundo Vasconcelos (2004), em 1854, William Boutland Wilkinson (1819-1902), fabricante de gesso e argamassa, foi a primeira pessoa a patentear, na Inglaterra, um sistema de lajes nervuradas, mostrado na Figura 11, que era composto por caixas de gesso trabalhando como fôrmas (vazios), nervuras regularmente espaçadas, armaduras dentro das nervuras, e por fim, eram preenchidas com concreto até formar uma capa ou plano de piso. As armaduras das vigas de sustentação seguiam a direção das trações.

Figura 12 - Patente de Wilkinson classificada como “melhorias na construção à prova de fogo em moradias, armazéns e outros edifícios”

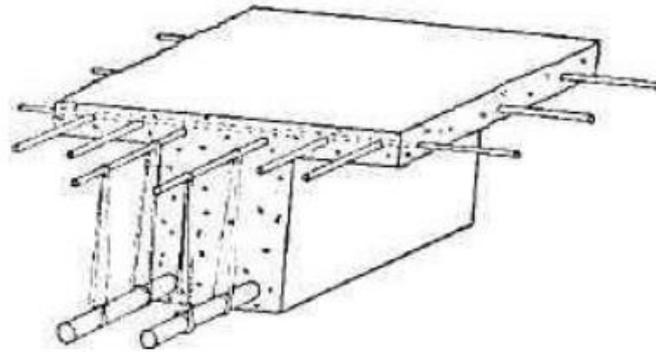


Fonte: Droppa (1999)

Segundo Avilla (2009), ao posicionar as armaduras nas nervuras das vigas de sustentação na região tracionada, Wilkinson demonstrava ter domínio dos princípios básicos do comportamento estrutural.

Na segunda metade do século XIX, na França, François Coignet (1812 -1895) fez um trabalho sobre cimento armado que teve como destaque a utilização de nervuras armadas com aço de seção circular, mostrado na Figura 13. Os alemães, com base nesse estudo francês, começaram a desenvolver o sistema de lajes formado por vigotas pré-moldadas, utilizando blocos como elementos de enchimento e uma capa de argamassa (DROPPAJR, 1999).

Figura 13 - Sistema de Laje Nervurada Coignet

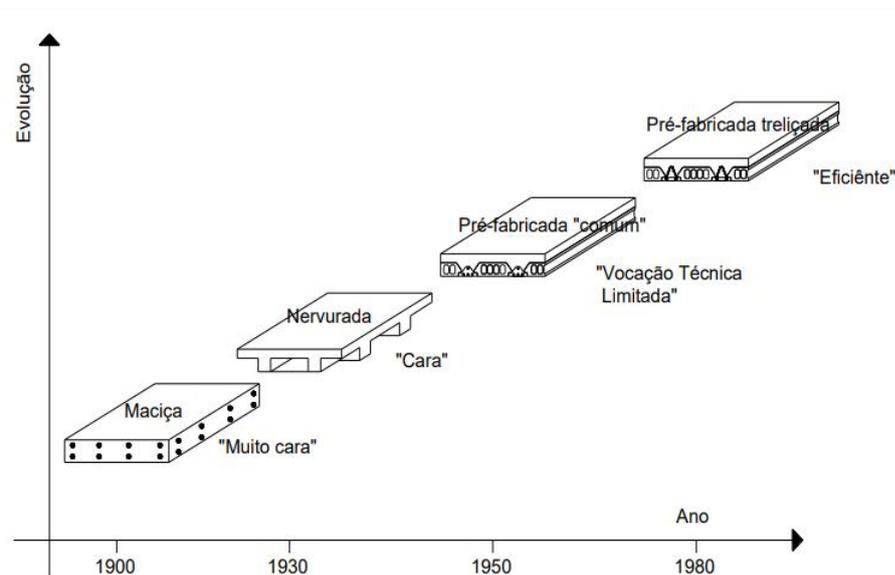


Fonte: Segurado (1967), citado por Droppa (1999)

As lajes nervuradas pré-fabricadas surgiram na Europa, após a Segunda Guerra Mundial, quando foram largamente utilizadas para a reconstrução das edificações abaladas durante o período de conflito (MADSEN e PORTO, 2018). Esse sistema surge com o objetivo de eliminar algumas deficiências das lajes pré-moldadas, que já eram utilizadas na época. A seção que se popularizou tinha um formato de “T” invertido onde o material inerte fica apoiado nas vigotas, e por fim, é coberto com concreto.

O que impulsionou o desenvolvimento dos modelos de lajes foram as necessidades que surgiram, como arquitetura mais complexa e custos de construção, ou seja, as lajes foram sofrendo modificações conforme apareciam problemas a serem solucionados. A Figura 14, mostra a cronologia do surgimento dos tipos de lajes: Maciça, nervuradas, pré-fabricadas e treliçadas.

Figura 14 - Evolução dos modelos construtivos de lajes



Fonte: Caixeta (1998)

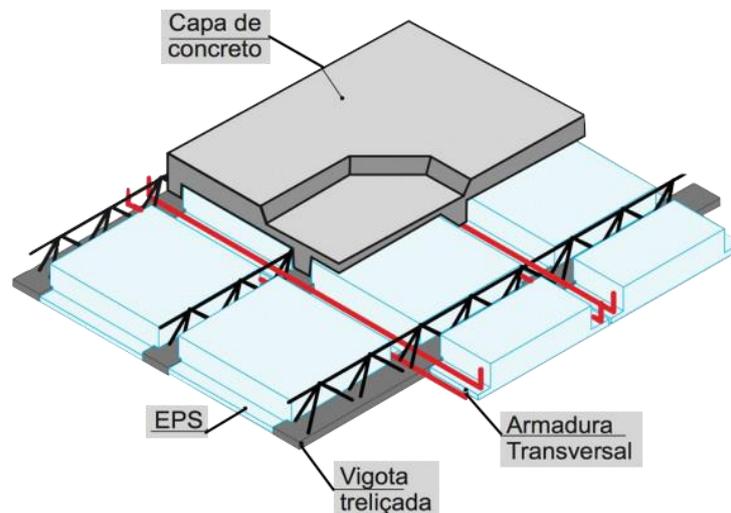
Na Europa, no início da década de 80, foi desenvolvido o sistema de lajes treliçadas, que veio para o Brasil entre os anos 80 e 90, para tentar superar limitações técnicas e econômicas dos modelos de lajes que eram utilizados por aqui. As lajes passaram por modificações e melhorias de desempenho e são amplamente utilizadas em todo território brasileiro (CAIXETA, 1998).

2.4.2 Definição

Conforme os projetos arquitetônicos avançavam, eram exigidos modelos construtivos que vencessem maiores vãos, além da necessidade da economia de materiais. Assim surgem as lajes nervuradas, como uma evolução das lajes maciças, onde uma grande parte do concreto, que se encontra abaixo da linha neutra, seria eliminado, resultando em uma estrutura que, além de aproveitar melhor os materiais aço e concreto, diminuía de forma significativa o peso próprio da estrutura (PINHEIRO E RAZENTE, 2003).

Laje treliçada é um modelo de laje nervurada e pré-moldada, executada com material pré-fabricado, com armadura de aço do tipo treliça, onde sua armação principal fica presa a uma base de concreto e quando necessário é possível aplicar uma armadura adicional. As nervuras das lajes treliçadas são regularmente espaçadas e entre as mesmas é aplicado um material de enchimento, sendo os mais comuns: lajotas, blocos de concreto e EPS. Por fim, após a montagem de todo o sistema é aplicado, in loco, uma capa de concreto que une solidamente toda a estrutura, como na Figura 15.

Figura 15 - Laje treliçada bidirecional com EPS



Fonte: Dorneles (2014)

O resultado da concretagem é uma estrutura perfeitamente rígida, que ocorre devido a união entre a estrutura tridimensional da treliça com a capa de concreto, podendo ser considerada uma estrutura monolítica (CAIXETA, 1998).

As lajes nervuradas treliçadas podem ser divididas de acordo com a direção da sua armadura principal, podendo ser unidirecionais quando sua armadura principal está armada em uma única direção e bidirecionais quando sua armadura principal está trabalhando em duas direções (OLIVEIRA, 2010).

Quando as lajes são armadas em uma única direção, as vigotas devem ser posicionadas na direção do vão principal. A estrutura não deixa de ser unidirecional quando recebe armadura complementar transversal de travamento.

No caso de lajes bidirecionais, como é o caso da figura 14, a estrutura possui armações importantes em direções ortogonais entre si. Assim, as vigotas treliçadas são posicionadas na direção do menor vão, e perpendicular as vigotas são aplicadas as armaduras transversais.

Segundo Magalhães (2001), as lajes bidirecionais apresentam melhor desempenho quando são executadas com vigotas treliçadas, pois permitem que a armadura transversal passe pela armação da treliça proporcionando um elemento final mais sólido.

Segundo a NBR 14859:2002, no item 3.1 é aceitável o emprego de armadura transversal quando for solicitado pelo projetista.

2.4.3 Vantagens e Desvantagens

As vantagens apresentadas por cada modelo de laje estão ligadas a fatores como exequibilidade, disponibilidade de mão de obra qualificada, quantidade de fornecedores, possibilidade de atender exigências arquitetônicas, segurança, qualidade e custo.

De acordo com Alves (2018), Ferreira (2016), Ferreira (2015), Oliveira (2010) Spohr (2008) e Droppa (1999), quando comparado aos sistemas tradicionais, as lajes treliçadas apresentam as seguintes vantagens:

- Redução do peso próprio e conseqüente alívios de cargas nas vigas, pilares e fundações. Com a diminuição do peso próprio é possível obter peças com menores áreas de seção transversal, que tem por conseqüência uma redução do custo final da obra;
- Redução e, em alguns casos, eliminação das fôrmas, gerando economia e diminuindo o desperdício de madeira;
- Leve redução no escoramento, pois as vigotas apresentam resistência que as permitem

vencer vãos da ordem de 1 a 2 metros;

- Disponibilidade de mão de obra, por ser um modelo largamente utilizado em todo o território nacional, além de não exigir alta qualificação profissional;
- Maior rapidez na execução, pois o mercado oferece as vigotas treliças para entrega imediata;
- Diminuição do custo da estrutura através da economia de concreto gerado pela utilização de elementos de enchimento;
- Permite embutir tubulações de forma geral, evitando o uso de forros falsos.
- Excelente condição de monoliticidade da estrutura.
- Quando o material de enchimento é o EPS, melhora as propriedades térmicas e acústicas do ambiente.
- Como as VTs são pré-fabricadas a partir de rolos de aço CA-60, não ocorre perda de vergalhões, pois não haverá dobra de aço no canteiro.
- Possibilidade de continuidade estrutural pela adição de armadura negativa sobre os apoios.
- Redução do aparecimento de fissuras ocasionado pela aderência entre a capa de concreto e o concreto da base da VT.
- Excelente resistência ao cisalhamento, resultado da armação na diagonal.

Ainda de acordo com Alves (2018), Ferreira (2016), Ferreira (2015) Oliveira (2010)

Spohr (2008) e Droppa (1999), as lajes treliçadas apresentam as seguintes desvantagens:

- Apresentam maiores valores de deslocamentos quando comparados a lajes maciças.
- As vigotas treliçadas, dependendo do tamanho do vão, podem se tornar elementos pesados dificultando seu manuseio e em alguns casos necessitando de equipamentos para o içamento;
- Caso o elemento de enchimento seja o EPS, por ser um material derivado do petróleo, seu custo sofre constantes mudanças;
- Exige maior cuidado com a segurança devido ao procedimento de montagem.
- Maiores valores encontrados para as flechas.

Mesmo apresentando inúmeras vantagens, deve-se tomar alguns cuidados para garantir o desempenho estrutural ao Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS).

Magalhães (2001) destaca os seguintes cuidados:

- A armação treliçada só combaterá o cisalhamento se estiver fixada de forma eficiente

na região comprimida do concreto, com isso, é de extrema importância utilizar vigotas com garantia de qualidade (MAGALHÃES, 2001).

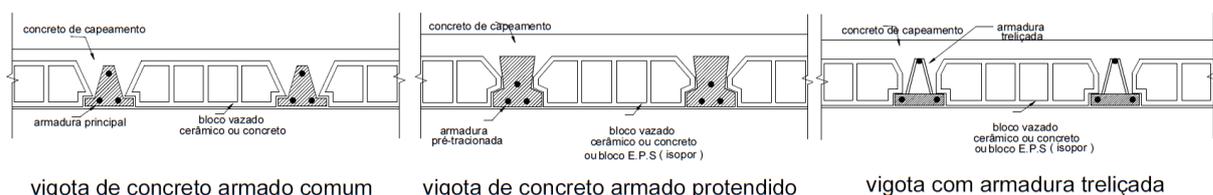
- Para garantir a continuidade das lajes, se faz necessário ter uma atenção especial no posicionamento da armadura negativa, na concretagem e no adensamento, afim de garantir a altura útil (d) em conformidade com o projeto (MAGALHÃES, 2001).
- As vigotas treliçadas são elementos esbeltos, com isso, para assegurar o comportamento efetivo de um diafragma rígido, em edifício de múltiplos pavimento, deve-se analisar a resistência da placa na transferência de ações horizontais (MAGALHÃES, 2001).
- Ainda sobre a esbeltez das peças que formam as lajes treliçadas, é necessário a verificação das deformações excessivas (MAGALHÃES, 2001).

2.4.4 Materiais e Elementos

2.4.4.1 Vigota Treliçada

De acordo com a NBR 14859 (ABNT, 2002), as vigotas pré-fabricadas são definidas como peças executadas em nível industrial fora do local definitivo da estrutura, ou mesmo dentro do canteiro, através de um rigoroso controle de qualidade. Podendo englobar total ou parcialmente a armadura de tração, integrando parcialmente a seção de concreto da nervura longitudinal. As vigotas pré-fabricadas são divididas em três grupos: vigotas de concreto armado (VC), vigotas de concreto protendido (VP) e vigotas treliçadas (VT), conforme a Figura 16. É importante citar que as VPs e VCs são, comumente, chamadas de vigotas tipo trilho.

Figura 16 - Vigotas pré-fabricadas citadas pela NBR 14859:2002



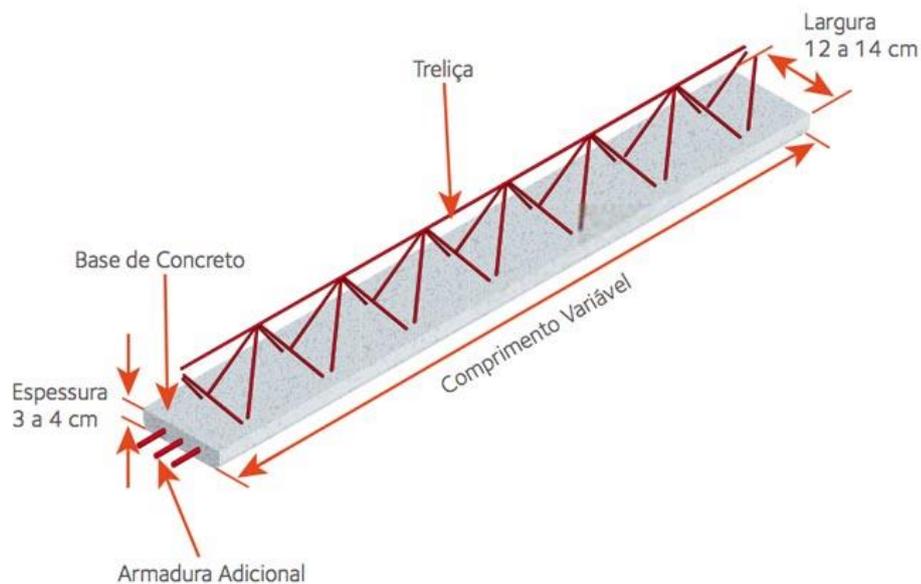
Fonte: Droppa (1999)

As vigotas treliçadas possuem uma seção de concreto no formato de uma placa, com uma armadura em forma de treliça, parcialmente envolvida pelo concreto. Sua armadura é constituída por um fio superior, dois inferiores e uma armação na diagonal. De acordo com o responsável pelo projeto estrutural, se necessário, poderá receber uma armadura complementar

para atuar no combate aos esforços de tração, vale ressaltar que no final da execução toda a armadura deverá estar coberta pela capa de concreto. Este componente é responsável por formar as lajes treliçadas (ABNT NBR 14859:2002).

As treliças, sem sapata inferior de concreto, são consideradas apenas armaduras utilizadas essencialmente em lajes. O termo vigota treliçada é usado para definir uma peça com armação em treliça solidarizada a uma base inferior de concreto, conforme a Figura 17. Ou seja, a vigota treliçada é o conjunto formado pela união do concreto com o aço, que em casos especiais pode ser adicionado uma armadura complementar.

Figura 17 - Vigota treliçada



Fonte: Manual Técnico de Lajes Treliçadas, ArcelorMittal (2018)

Segundo a NBR 14859 (ABNT, 20021), o concreto utilizado na base das vigotas treliçadas deve respeitar os critérios e especificações presentes nas normas NBR 6118, NBR 8953, NBR 12654 e 12655. O concreto deve apresentar resistência característica (F_{ck}) em conformidade com o projeto estrutural, sendo a resistência mínima exigida pela norma: 20 MPa.

2.4.4.2 Treliças

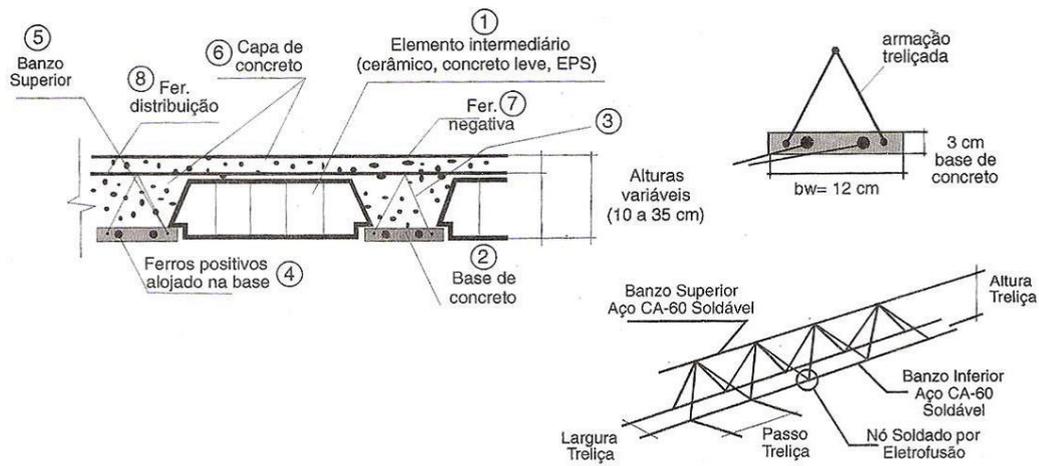
Segundo o Manual Técnico de Lajes Treliçadas (2018), da ArcelorMittal, as armaduras treliçadas são formadas por fios de aço (CA-60), ligadas pelo processo de soldadura por eletrofusão ou caldeamento, que tem como resultado final uma estrutura metálica espacial prismática com a função principal de armar o concreto.

A armadura em forma de treliça é constituída por um fio de aço no banzo superior,

interligados por dois fios nas diagonais em formato sinusoidal, que são fixados a dois fios no banzo inferior, como mostra a Figura 18 (SILVA, 2019).

A armação do banzo superior atua como armadura de compressão durante a montagem e concretagem da laje, podendo também apresentar resistência ao momento fletor negativo em regiões de apoios central. Outra importante característica do banzo superior, que é composto por um fio de aço CA-60, é a determinação entre as distâncias máximas entre os escoramentos. Podem apresentar diâmetros entre as bitolas 6 mm a 12,5 mm (Caixeta, 1998).

Figura 18 - Detalhe de uma vigota treliçada

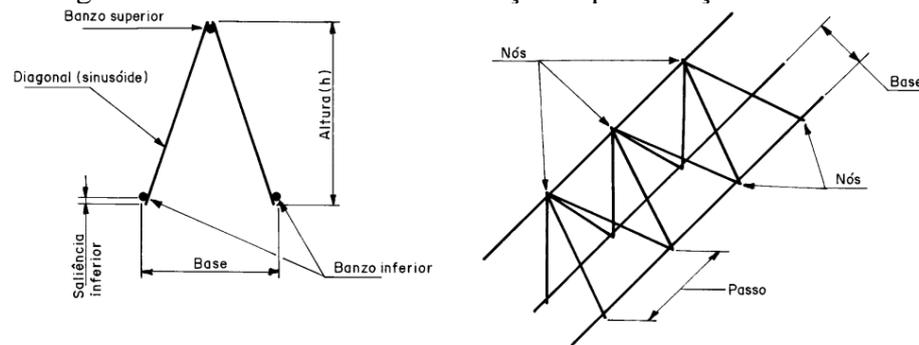


Fonte: RM PRÉ-MOLDADOS (2020)

O banzo inferior, armadura positiva, responsável por combater os esforços de tração ocasionados pela flexão, é composto por dois fios de aço paralelos com os diâmetros variando entre 4,2 mm e 16 mm. Os fios das diagonais formam a estrutura tridimensional da treliça, são constituídas de fios de aço e possuem como função principal combater o cisalhamento, além de ser responsável pela ligação entre banzo inferior e superior. O fio das armaduras sinusoidais pode apresentar diâmetros entre 3,4 mm e 6,0 mm (CAIXETA, 1998).

Em acordo com o Manual Técnico de Lajes treliçadas (2018), fornecido pela AercelorMittal, as dimensões das treliças são definidas como altura, passo, base, saliência inferior, nós e diâmetro dos fios, conforme é mostrado na Figura 19.

Figura 19 - Vista frontal e uma treliça e representação isométrica



Fonte: NBR 14862:2002 (está norma foi substituída pela NBR 14859:2016)

- Altura (h): é a altura entre a superfície limite do banzo superior e a superfície limite do banzo inferior, seguindo os seguintes padrões: 80 mm, 120 mm, 160mm, 200mm, 250 mm e 300 mm;
- Base (b): é a distância entre as faces externas dos fios do banzo inferior, podendo medir entre 80 mm e 120 mm;
- Passo (p): é a distância entre os eixos dos nós e sempre apresenta 200 mm.
- Saliência inferior: é a distância entre a face inferior do banzo inferior e a superfície limite inferior da armadura treliçada;
- Nós: Ligação eletrosoldada entre os fios que compõem a treliça.

O modelo de treliça utilizado em cada obra é definido pelo projetista, sendo possível usar modelos diferentes dos padronizados, desde que previamente encomendado e que o fabricante ofereça esse serviço. Para facilitar o processo de escolha e execução, os fabricantes fornecem tabelas padronizadas, desenvolvidas em função do vão e do carregamento, conforme a Tabela 01.

Tabela 01 - Quadro com as treliças padronizadas

Modelo	Designação	Altura (h) (mm)	Composição/Fios			Peso Linear (kg/m)
			Superior (ø S)	Diagonal (ø D)	Inferior (ø I)	
TB 8L	TR 8644	80	6,0	4,2	4,2	0,735
TB 8M	TR 8645	80	6,0	4,2	5,0	0,825
TB 12M	TR 12645	120	6,0	4,2	5,0	0,886
TB 12R	TR 12646	120	6,0	4,2	6,0	1,016
TB 16L	TR 16745	160	7,0	4,2	5,0	1,032
TB 16R	TR 16746	160	7,0	4,2	6,0	1,168
TB 20 L	TR 20745	200	7,0	4,2	5,0	1,111
TB 20R	TR 20756	200	7,0	5,0	6,0	1,446
TB 25M	TR 25856	250	8,0	5,0	6,0	1,686
TB 25R	TR 25858	250	8,0	5,0	8,0	2,024
TB 30M	TR 30856	300	8,0	5,0	6,0	1,823
TR 30R	TR 30858	300	8,0	5,0	8,0	2,168

Comprimento: 8,10 e 12 m. Outras dimensões sob consulta.

Fonte: Manual de Lajes Treliçadas Arcelor Mittal (2019)

A primeira coluna da tabela acima diferencia as treliças pela altura e por suas linhas em leve (L), média (M), reforçada (R) e pesada (P). A segunda coluna traz uma nomenclatura que remete a algumas características das treliças, como por exemplo a treliça TR 30856: possui altura de 30 cm, diâmetro do banzo superior de 8 mm, diâmetro da armação na diagonal de 5 mm e diâmetro dos fios que forma o banzo inferior de 6 mm.

2.4.4.3 Aço

A fabricação das treliças é feita com aço CA-50 e Ca-60 com nervuras transversais oblíquas, as ranhuras são responsáveis por melhorar a aderência entre aço e concreto. As barras e fios de aço devem apresentar homogeneidade quanto as suas características geométricas (NBR 7480:2007).

Quando as treliças ou as vigotas treliçadas chegam ao canteiro devem passar por uma inspeção visual, afim de verificar as características dimensionais. Deve ser feito uma verificação também nas armaduras, pois não devem apresentar defeitos como: corrosão, escamação, seção reduzida, manchas de óleo ou mesmo fissuras.

De acordo com a NBR 7480 (ABNT, 2007), quando houver dúvida quanto a integridade dos elementos de aço, deve-se submeter as peças a ensaios para a comprovação das suas propriedades.

A mesma norma, que foi citada acima, admite oxidação nos fios e barras quando for, somente, superficial e não compromete sua geometria, bitola ou integridade dos nós eletrossoldados. Fica claro que não são tolerados defeitos ocasionados por choques mecânicos ou falhas no processo de fabricação.

Outro ponto importante citado na NBR 7480 (ABNT, 2007, Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado), trata do fornecimento e das responsabilidades do fornecedor. Ficando o fornecedor com a obrigação de entregar, quando solicitado, tabelas que forneçam informações básicas como: categoria do aço, nome do fabricante, área de todas as seções, diâmetros, altura, espaçamento e massa específica.

2.4.4.4 Armadura Complementar

A depender dos critérios adotados pelo projetista é muito comum a adoção de armaduras complementares, devendo o mesmo especificar e detalhar no projeto estrutural. Essa armadura é prevista pela NBR 14859 e é indicada pelo autor do projeto estrutural.

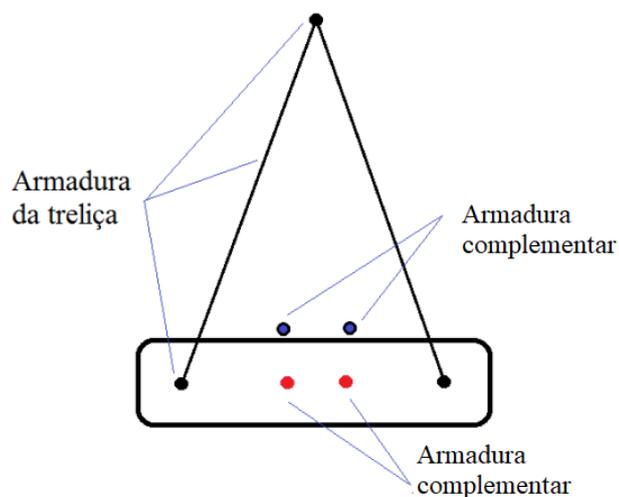
As armaduras complementares podem ser classificadas em: longitudinais, transversais, de distribuição, superior de tração ou outras (quando solicitada particularmente).

Oliveira (2010), em sua dissertação, define que armadura complementar é adicionada na obra e segue parâmetros do projeto da laje, podendo ser:

- a) Longitudinal: é indicada quando existe a impossibilidade de integrar na vigota toda a armadura inferior de tração;
- b) Transversal: É aplicada quando há necessidade, essas armaduras anexadas nas nervuras transversais;
- c) De distribuição: É a armadura que fica posicionada na capa de concreto, sempre armada em duas direções, tem como objetivo combater esforços de cargas pontuais e fazer o controle de fissuração da laje;
- d) Superior de tração: Essa armadura fica apoiada nas extremidades das vigotas, ocorrem no mesmo alinhamento das nervuras transversais e encontram-se na capa. Tem como objetivo proporcionar continuidade das nervuras longitudinais com o restante da estrutura, combater o momento fletor negativo e a fissuração;
- e) Outras: São armaduras especiais, usadas para atender necessidades particulares a cada projeto.

A Figura 20 apresenta um esquema de uma vigota treliçada com armadura complementar, tanto na base da vigota como adicionada para posterior concretagem. Essas armaduras são adicionadas para reforçar regiões solicitadas.

Figura 20 - Esquema de armadura complementar da VT



Fonte: Adaptado de Ferreira (2016)

Seguindo o que prescreve a NBR 14859 (ABNT, 2016), é necessário que a armadura de distribuição tenha área de seção transversal de $0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ quando for executada com aço CA-25, e de $0,6 \text{ cm}^2/\text{m}$ quando for utilizado aço CA-50 e CA-60. A norma ainda indica ser necessário ter no mínimo três barras por metro, conforme a imagem abaixo. A Figura 21 traz as áreas mínimas de armadura de distribuição.

Figura 21 - Área mínima e quantidade de armadura de distribuição.

Aço	Área mínima	Número de barras/m	
		Ø 5,0 mm	Ø 6,3 mm
CA-25	$0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$	5	3
CA-50, CA-60 e tela soldada	$0,6 \text{ cm}^2/\text{m}$	3	3

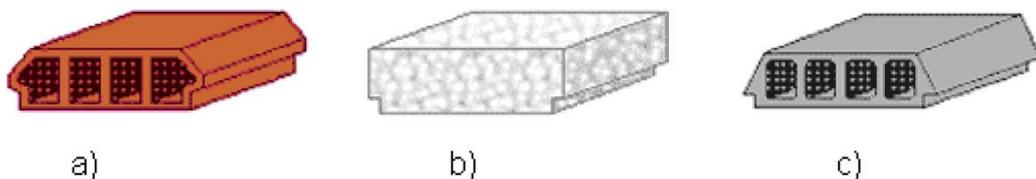
Fonte: NBR 14859 (ABNT, 2016)

A NBR 6118:2014, indica que deve ser prevista uma armadura positiva de distribuição para combater a fissuração. Essas armaduras devem ser distribuídas de maneira uniforme e nas duas direções do plano para no máximo de 20 % dos esforços totais, afim de completar a armadura principal.

2.4.4.5 Material de Enchimento

São elementos inertes que tem como função substituir o concreto que fica abaixo da linha neutra, podendo ser maciços ou vazados, diminuindo o peso próprio da estrutura. Os materiais mais comuns utilizados no mercado da construção civil são: lajotas de cerâmica, poliestireno expansível (EPS) e blocos de concreto, conforme a Figura 22.

Figura 22 - Elementos de enchimento: a) lajota cerâmica, b) EPS e c) bloco de concreto



Fonte: Fronteira (2009)

A NBR 14859 (ABNT, 2016) define os elementos de enchimento como elementos pré-fabricados feitos com materiais inertes diversos, não sendo considerados no cálculo de resistência da laje.

Mesmo não apresentando função estrutural, os blocos de enchimento devem apresentar qualidade a ponto de suportar o peso dos trabalhadores e dar suporte ao concreto no estado

fresco. Assim, o material inerte deve possuir uma resistência mínima estrutural, para que seja possível executar todos os procedimentos necessários a laje.

Caio (2014), fez uma pesquisa, através de diversos catálogos de fabricantes, para encontrar as dimensões mais comuns dos elementos de enchimento cerâmicos. A Figura 23 apresenta os resultados.

Figura 23 - Características dos blocos cerâmicos encontrados no mercado

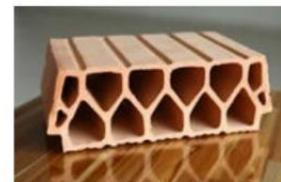
Altura (H) x largura (L) x Comprimento(C) (cm)	Peso (kg)	Peças/m ²	Resistência (flexão) (KN)
7x30x20	2,75	13	≥0,7
8x30x20	3	13	≥0,7
9,5x30x20	3,4	13	≥1,0
11,5x30x20	4	13	≥1,0
16x30x20	4,9	13	≥1,0



a) H7



b) H8



c) H10



d) H12



e) H16



f) H16

Fonte: Cerâmica Tupy, citado por Caio (2014)

Mesmo existindo inúmeras variações para as dimensões dos elementos de enchimento, a NBR 14859 (ABNT, 2016) traz em seu texto uma tabela padronizando as alturas dos elementos e as alturas totais das lajes, como pode ser observado na Figura 24.

Figura 24 - Dimensões padronizadas dos elementos de enchimento.

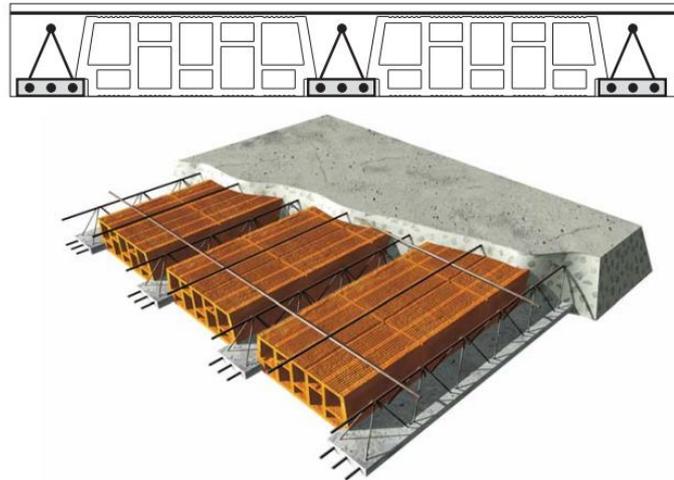
Altura do elemento de enchimento (h _e)*	7,0	8,0	10,0	12,0	16,0	20,0	24,0	29,0
	10,0	11,0	14,0	16,0	20,0	24,0	29,0	34,0
Altura total da laje (h)	11,0	12,0	15,0	17,00	21,0	25,0	30,0	35,0
	12,0	13,0						

Fonte: Arcelor Mittal

Os blocos de EPS apresentam inúmeras vantagens quando comparadas com a cerâmicas, como: excelente isolamento térmico e acústico, peso específico de 15 kg/m³, excelente acabamento.

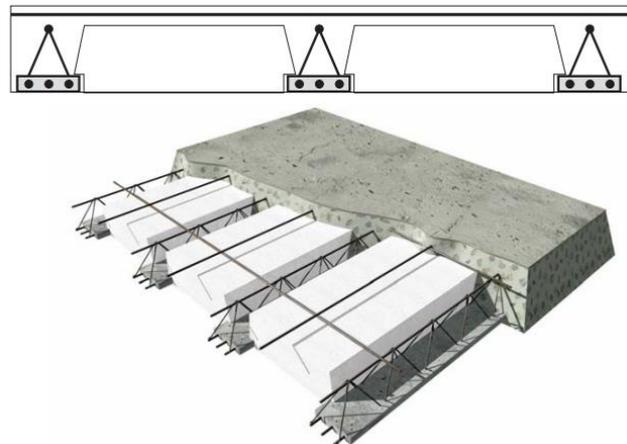
Apesar das inúmeras vantagens apresentadas pelo EPS, as lajotas cerâmicas são as mais utilizadas no mercado, isso acontece devido ao seu baixo custo.

Figura 25 - Lajes treliçada com cerâmica como material de enchimento



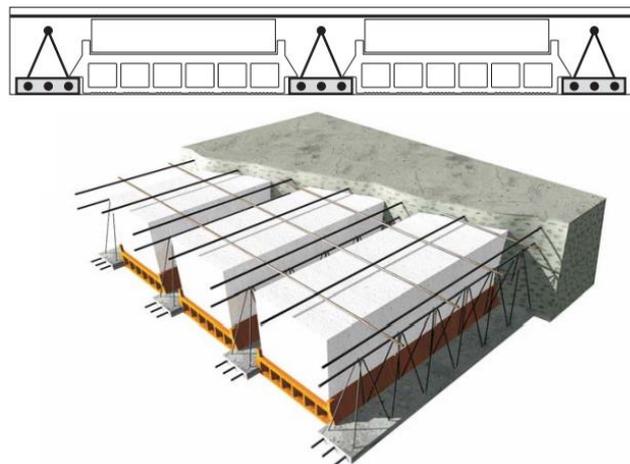
Fonte: RM pré-moldados (2020)

Figura 26 - Lajes treliçada com EPS como material de enchimento



Fonte: RM pré-moldados (2020)

Figura 27 - Laje treliçada com cerâmica e EPS como material de enchimento



Fonte: RM pré-moldados (2020)

2.5 Partes de Um Projeto

O projeto estrutural consiste no dimensionamento e detalhamento de uma determinada estrutura capaz de garantir sustentação a edificação. Muitas vezes é chamado de “cálculo estrutural” e está diretamente ligado a segurança, qualidade e custos da obra. Resumidamente, é um conjunto de informações geradas através de um criterioso dimensionamento, respeitando as normas e tem como resultado final um projeto executivo de estrutura.

O dimensionamento de uma estrutura em concreto armado deve, obrigatoriamente, ser executado obedecendo todos os critérios das normas de dimensionamento e desempenho. Os componentes estruturais básicos de uma edificação são: lajes, vigas, pilares e fundações.

2.5.1 Concepção Estrutural

Segundo Barboza (2008), a estrutura pode ser definida como sendo o conjunto de elementos que a compõem e possuem a missão de dar estabilidade ao edifício durante seu uso. Também acumula a função de possibilitar os mais variados tipos de arquitetura.

A concepção estrutural, também chamada de estruturação ou lançamento da estrutura, consiste em determinar um modelo ou sistema estrutural que seja a parte resistente do edifício. É considerada uma das etapas mais importantes, pois serão definidos os elementos e a combinação adequada, capaz de suportar as ações recebidas e transferi-las para as fundações e solo. (MUZARDO, PINHEIRO E SANTOS, 2003).

A fase de concepção tem início no recebimento do projeto de arquitetura, pois é este projeto que servirá como base e guia na elaboração do esquema estrutural. Segundo Rebello (2001), não é possível imaginar uma forma que não necessite de uma estrutura, e nem uma estrutura que não necessite de forma. Ou seja, a estrutura e a arquitetura são concebidas juntas, quem cria uma cria a outra.

O projeto estrutural, mesmo tendo como base a arquitetura, deve levar em consideração as características do solo no qual vai se apoiar (PINHEIRO, 2003).

Ainda segundo Pinheiro (2003), o projeto de estruturas deve apresentar perfeita harmonia com os demais projetos, ou seja, isso quer dizer que deve ser feita uma compatibilização, afim de possibilitar a coexistência dos projetos, sem perder qualidade.

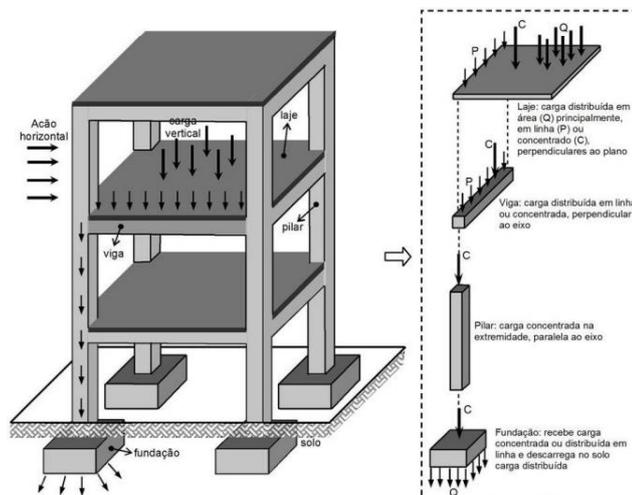
O processo de lançamento da estrutura consiste, basicamente, em determinar um posicionamento adequado para os elementos estruturais, como: vigas, pilares e lajes. Essa etapa também busca escolher as melhores dimensões (iniciais). O processo mais utilizado para o

lançamento segue a seguinte ordem: primeiro são lançados os pilares, em seguida as vigas e lajes. Durante o lançamento da estrutura se faz necessário verificar possíveis interferências.

Após finalizada a concepção, o engenheiro de estruturas deverá possuir um sistema estrutural, definido como uma reunião de elementos em aço, concreto, madeira, misto ou outros, trabalhando em conjunto afim de resistir aos esforços que a estrutura será submetida.

O conjunto estrutural, chamado de sistema, quando dimensionado, deverá resistir tanto as ações verticais como horizontais, assim é de extrema importância conhecer o caminho das ações. As ações verticais tem seu início no plano da laje e em seguida segue o caminho passando por vigas, pilares e fundações, como pode ser visto na Figura 28. Já as cargas horizontais começam nas paredes externas e o que resiste a essas ações são os elementos verticais de alta rigidez, como pórticos e núcleos rígidos (MUZARDO, PINHEIRO E SANTOS, 2003).

Figura 28 - Fluxo de ações



Fonte: Freitas (2016)

2.5.2 Pré-dimensionamento

Segundo Melo (2013), o pré-dimensionamento está envolvido com inúmeros outros significados de estruturas, como por exemplo: determinação dos aspectos que influenciam o comportamento da estrutura, criação do modelo estrutural, identificação dos elementos, aspectos normativos, iteração com o projeto arquitetônico, entre outros.

O principal objetivo do cálculo é concretizar o que foi projetado, de maneira que os projetos de arquitetura e estrutura caminhem juntos, para que seja possível obter uma edificação que tenha todos os requisitos de desempenho estrutural e satisfaça todas as exigências arquitetônicas (REBELLO, 2000).

Se faz necessário, o pré-dimensionamento estrutural, por conta da necessidade de calcular o peso próprio da estrutura, que consiste como a parcela primeira nos cálculos das ações (PINHEIRO, 2003).

Ainda segundo Rebello (2000), o pré-dimensionamento ocorre antes do dimensionamento, e o objetivo é determinar as dimensões das peças, podendo ser feito usando fórmulas e ábacos. Durante o processo, já é possível seguir muitos parâmetros das normas, como por exemplo as alturas mínimas para lajes e as dimensões mínimas para pilares.

Na fase de pré-dimensionamento, são determinadas as dimensões iniciais das peças, que mesmo não sendo previsto em lei, devem ser seguidos os parâmetros mínimos indicados em norma (MELO, 2013).

Falando especificamente de lajes, são usados como parâmetros para o pré-dimensionamento, o vão efetivo e as condições de apoio para a determinação da altura da laje.

2.5.2.1 Vão Efetivo

De acordo com NBR 6118 (ABNT, 2014) quando os apoios apresentarem excelente resistência quanto a translação vertical, deve-se calcular o vão efetivo pela seguinte fórmula:

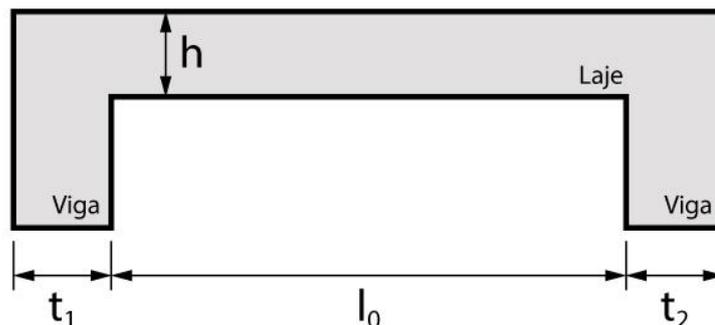
$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (1)$$

Onde:

$$a_1 \leq \begin{cases} t_1/2 \\ 0,3 h \end{cases} \quad e \quad a_2 \leq \begin{cases} t_2/2 \\ 0,3 h \end{cases} \quad (2)$$

Para facilitar o cálculo do vão efetivo deve ser observado as dimensões de l_0 , t_1 , t_2 e h na Figura 29.

Figura 29 - Dimensões consideradas nos cálculos do vão efetivo



Fonte: Moura (2020)

Onde:

h : altura da laje;

l_{ef} : vão efetivo da laje;

l_0 : vão inicial da laje;

t_1 : espessura do primeiro apoio;

t_2 : espessura do segundo apoio.

2.5.2.2 Altura da Laje

De acordo com Carvalho e Figueredo Filho (2014), a NBR 6118 de 2014 não traz nenhuma altura inicial a ser adotada na fase de pré-dimensionamento. Como esses dados são importantes para o cálculo do peso próprio, foi decidido adotar as recomendações da NBR 6118 de 1980.

Assim, definiu-se a altura inicial através da altura útil (d), do diâmetro das barras (\emptyset) e do cobrimento mínimo (c), em acordo com a equação 3 (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2014).

$$d \geq \frac{l}{\Psi_1 \cdot \Psi_2} \quad (3)$$

Onde:

Ψ_2 : Coeficiente que depende das condições de vinculação e dimensões da laje;

Ψ_3 : Coeficiente que depende do tipo de aço;

l : É o menor vão da laje;

d : Altura útil da laje (diâmetro arbitrado pelo calculista).

De acordo com Oliveira (2020), para o cálculo da altura útil da laje, partindo de um valor arbitrado para o diâmetro das barras de aço, é possível utilizar também a formulação abaixo.

$$d = \frac{(2,5 - 0,1 \cdot n) \cdot l}{100} \quad (4)$$

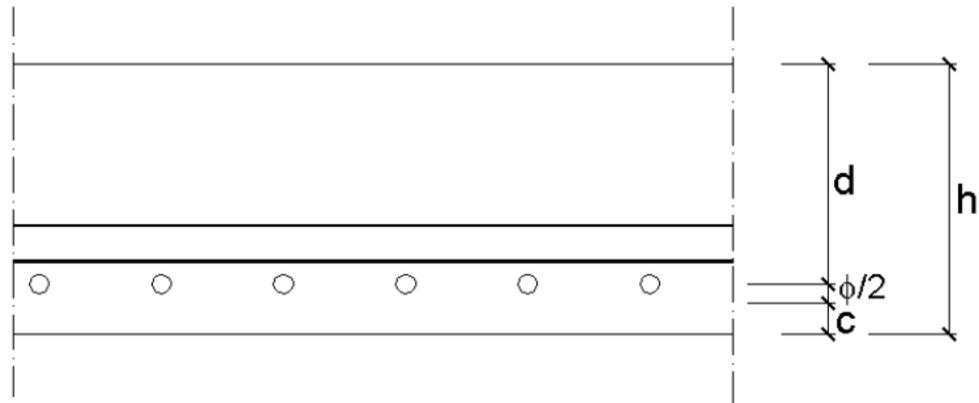
Onde:

$$l \leq \begin{cases} l_x(\text{menor vão da laje}) \\ 0,7l_y(\text{maior vão da laje}) \end{cases}$$

n : número de bordas engastadas.

Com base na Figura 30, para chegar à altura da laje será preciso utilizar a equação 5.

Figura 30 - Seção transversal da laje



Fonte: Pinheiro (2007)

Assim, a altura da laje será:

$$h = d + c + \frac{\phi}{2} \quad (5)$$

Onde:

h: altura da laje;

d: altura útil da laje;

c: cobrimento nominal;

ϕ : diâmetro das barras.

2.5.2.3 Classe de Agressividade e Cobrimento

É necessário determinar o grau de agressividade ambiental para que seja possível determinar o cobrimento mínimo e agregar fatores como durabilidade e qualidade as estruturas (CARVALHO, 2015).

Segundo Pinheiro (2007), o cobrimento nominal da armadura (*c*) corresponde ao somatório do cobrimento mínimo (c_{min}) mais uma tolerância de execução (Δ_c):

$$c = c_{min} + \Delta_c \quad (6)$$

Ainda segundo Pinheiro (2007), a tolerância deve ser $\Delta_c \geq 10mm$, aceitando exceções quando houver rigoroso controle executivo, aceitando uma tolerância de 5mm.

Para chegar ao cobrimento é necessário determinar a classe de agressividade ambiental, essa definição depende da região em que a estrutura será edificada. Essa classificação busca, através da relação de parâmetros químicos e físicos, determinar o grau de agressividade, que pode variar de I a IV, conforme a Tabela 02.

Tabela 02 - Classe de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade e Agressividade e	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	RURAL	Insignificante
		SUBMERSA	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito forte	Industrial	Elevado
		Respingos de Maré	

Fonte: ABNT NBR 6118:2014 (adaptado)

Com o grau de agressividade em mãos é possível determinar o cobrimento mínimo para as peças estruturais, conforme análise da Tabela 03.

Tabela 03 - Correspondência entre CAA e o cobrimento mínimo

Tipos de Estutura	Componente Estrutural	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50
Concreto Protendido	Laje	25	30	40	50
	Viga/Pilar	30	35	45	55

Fonte: Fonte: ABNT NBR 6118:2014 (adaptado)

2.5.3 Ações Atuantes

Ações são consideradas todo e qualquer esforço, sozinho ou em conjunto, que provoquem estados de tensões ou causem deformações na estrutura. Sendo classificadas em ações permanentes e variáveis (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

2.5.3.1 Ações Permanentes (G)

Ainda segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), as ações permanentes são fixas e ocorrem sempre com os mesmos valores até o fim da vida da estrutura, são divididas em diretas e indiretas.

As Ações diretas são ocasionadas pelo peso próprio dos elementos que constituem a edificação, como o peso das instalações, peso próprio da estrutura e outros.

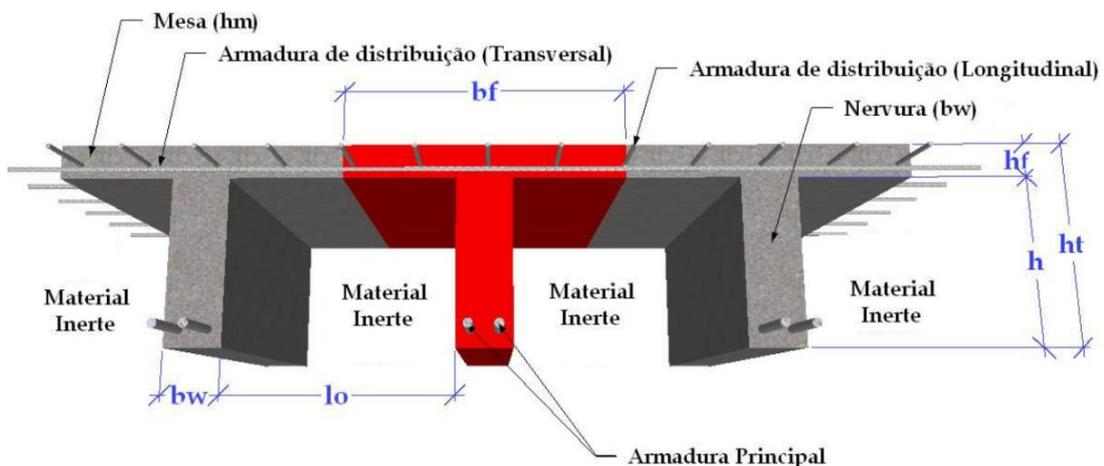
Já as ações indiretas resultam da fluência do concreto, retração dos materiais, imperfeições geométricas, deslocamento de apoios e protensão.

No dimensionamento das lajes, as ações permanentes são: peso próprio da estrutura, contrapiso, piso, revestimento do teto e paredes. Devendo ser observado, de acordo com o item 11.6.1.1 da NBR 6118, os valores das cargas são definidos pela NBR 6120.

a) Peso próprio (g_1)

De acordo com Oliveira (2020), o cálculo do peso próprio das lajes nervuradas pré-moldadas se faz através das fórmulas 8 e 9 (representadas abaixo). A equação 8 se destina a calcular a soma da parte de concreto da laje e a equação 9 busca o peso do material de enchimento. A equação 7 representa a soma dos valores obtidos pelas eq. 8 e eq. 9. A Figura 31 traz o detalhadamente a localização das regiões necessárias para o cálculo do peso próprio.

Figura 31 - Seção transversal de uma laje nervurada



Fonte: Rosendo Sobrinho (2018)

$$g_1 = g_{pp} + g_{enc} \quad (7)$$

Onde:

$$g_{pp} = \frac{(h_f \cdot b_f + h \cdot b_w) \cdot \gamma_{ca}}{b_f} \quad (8)$$

$$g_{enc} = h \cdot l_0 \cdot \gamma_{enc} \quad (9)$$

Onde:

g_1 : peso próprio;

g_{pp} : peso próprio da lje $\left(\frac{kn}{m^2}\right)$;

g_{enc} : peso do enchimento;

h_f : espessura da capa de concreto (m);

h : altura do enchimento (m);

b_w : largura colaborante da nervura (m);

b_f : largura colaborante da laje (m);

l_0 : largura do enchimento (m);

γ_{ca} : peso específico do enchimento $\left(\frac{kn}{m^3}\right)$;

γ_{enc} : peso específico do enchimento $\left(\frac{kn}{m^3}\right)$.

b) Paredes

Para calcular o peso das paredes que estão sobre a laje é necessário ter o conhecimento dos blocos que serão aplicados e as dimensões mínimas.

Segundo Gonçalves (2017), a carga gerada pela parede é linearmente distribuída na direção da parede sobre a laje ou sobre a viga, cujo peso é calculado pela expressão:

$$p = \gamma_{alv} \cdot e \cdot h \quad (10)$$

Onde:

p : força concentrada representativa de parede $\left(\frac{kn}{m}\right)$;

γ_{alv} : peso específico da parede $\left(\frac{kn}{m^3}\right)$;

e : espessura da parede (m);

h : altura da parede (m).

c) Contrapiso

O contrapiso é uma camada de argamassa adicionada na laje após a completa cura do concreto, tendo como objetivo nivelar a laje par ao revestimento final.

Para calcular a carga do contrapiso é necessário ter conhecimento da espessura e do peso específico (que pode variar conforme o traço adotado).

O contrapiso tem sua carga calculada pela expressão:

$$g_{cont} = \gamma_{cont} \cdot e \quad (11)$$

Onde:

g_{cont} : carga permanente do contrapiso $\left(\frac{kn}{m^2}\right)$;

γ_{cont} : peso específico da camada de contrapiso $\left(\frac{kn}{m^2}\right)$;

e : espessura da camada (m).

d) Revestimento do teto

O revestimento do teto é uma fina camada de cobrimento executada sobreposta a uma camada de chapisco, com argamassa. Segue a expressão para o cálculo das ações geradas pelo revestimento do teto:

$$g_{rev\ tet} = \gamma_{rev} \cdot e \quad (12)$$

Onde:

$g_{rev\ tet}$: carga de revestimento do teto $\left(\frac{kn}{m^2}\right)$;

γ_{rev} : peso específico da argamassa $\left(\frac{kn}{m^2}\right)$;

e : espessura da camada (m).

e) Piso

O piso representa o último revestimento e para determinar sua carga é necessário que se conheça os parâmetros do tipo de revestimento que será utilizado. A definição do tipo de piso é parte do projeto arquitetônico.

É possível ter acesso a várias cargas já determinadas na NBR 6120, contudo, devem ser observados os manuais e tabelas fornecidos pelos fabricantes.

2.5.3.2 Ações Variáveis (Q)

Também é chamada de carregamento acidental, que segundo a NBR 6120 (ABNT, 1980), são todas as ações que ocorrem na estrutura devido ao seu uso, como por exemplo: pessoas, eletrodomésticos, animais, veículos, materiais diversos, vento, entre outros.

As cargas acidentais, ao contrário das permanentes, vão sofrer variações ao longo de toda vida útil da estrutura. Essas variações podem ser fixas ou móveis, estáticas ou dinâmicas, pouco ou muito variáveis (PINHEIRO, 2007).

As cargas variáveis são determinadas conforme a NBR 6120, levando em consideração a finalidade de cada obra.

2.5.3.3 Estados Limites

O estado limite representa o estado que define a inexistência para o uso de uma determinada estrutura, por motivos de segurança, estética, funcionalidade, desempenho fora do normal ou ruína. Ou seja, é o momento em que a estrutura deixa de atender os requisitos mínimos para o bom funcionamento.

São previstos NBR 6118:2014 os estados limites últimos (ELU) e os estados limites de serviço (ELS).

2.5.3.3.1 Estados Limites Últimos – ELU

O ELU está relacionado ao esgotamento da capacidade resistente da edificação, isso quer dizer que a edificação não pode ser usada. O ELU está ligado ao colapso e ruína da estrutura, que a depender da situação pode impedir parcial ou por completo o uso de uma edificação.

A NBR 6118 de 2014 traz em seu item 10.3 que as estruturas devem ser verificadas nos seguintes estados:

- a) Estado-limite último da perda de equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- b) Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, devido às solicitações normais e tangenciais, admitindo a redistribuição de esforços internos, desde que seja respeitada a capacidade de adaptação plástica (1);
- c) Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura no seu todo ou em partes, considerando os efeitos de segunda ordem (2);
- d) Estado-limite último provocado por solicitações dinâmicas;
- e) Estado-limite último de colapso progressivo;
- f) Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura no seu todo ou em partes, considerando exposição ao fogo;

- g) Estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, considerando ações sísmicas;
- h) Outros estados-limites últimos devido a casos especiais não especificado

As verificações acima são citadas e reconhecidas por inúmeros autores, como: Carvalho e Figueiredo Filho (2014), Freitas (2016), Gonçalves (2017), Marques (2017), Araújo (2010) e Dapper (2016).

2.5.3.3.2 Estados Limites de Serviço – ELS

Diferente do ELU, os estados limites de serviço estão intimamente ligados ao desempenho da estrutura no seu uso no dia-a-dia, como conforto do usuário, estética, durabilidade e boa utilização.

Quando a estrutura atinge o estado limite de serviço, serão sentidas vibrações excessivas e ocorrerá o surgimento de fissuras, além do risco de comprometer a segurança e a durabilidade da edificação.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) traz em seu item 3.2 a necessidade das verificações nos seguintes ELS:

- a) Estado limite de formação de fissuras (ELS-F);
- b) Estado limite de abertura das fissuras (ELS-W);
- c) Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF);
- d) Estado limite de descompressão (ELS-D);
- e) Estado limite de descompressão parcial (ELS-DP);
- f) Estado limite de compressão excessiva (ELS-CE);
- g) Estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE).

2.5.3.4 Combinação de Ações

Para efeito de cálculo, são feitas combinações entre ações que apresentam probabilidade de acorrem juntas por um determinado período de tempo. No processo para determinar as combinações, leva-se em consideração as situações mais desfavoráveis para a estrutura (TORRES, 2018).

As combinações últimas ELU são feitas para determinar os esforços solicitantes a serem empregados durante a fase de dimensionamento da estrutura, essas combinações possuem como objetivo atender a resistência da estrutura. As combinações últimas são classificadas em: normal, especial e excepcionais

Combinações de serviço ELS, buscam atender o funcionamento da estrutura através das verificações de flechas, vibrações fissuração e tudo o que a estrutura recebe no seu uso. As combinações de serviço são classificadas em: quase permanentes, frequentes e raras.

2.5.3.4.1 Combinações Últimas - ELU

a) Combinações últimas normais: em cada combinação deve ser incluída as ações permanentes mais a ação variável principal, com seus valores característicos e as demais ações variáveis, consideradas como secundárias, com seus valores reduzidos de combinação, conforme NBR 8681/03 (ABNT NBR 6118:2014, item 11.8.2.1).

b) Combinações últimas especiais ou de construção: aponta que em cada combinação devem estar presentes as ações permanentes e a ação variável especial, quando existir, com seus valores característicos e as demais ações variáveis com probabilidade não desprezível de ocorrência simultânea, com seus valores reduzidos de combinação, conforme NBR 8681/03 (ABNT NBR 6118:2014, item 11.8.2.1).

c) Combinações últimas excepcionais: prescreve que em cada combinação devem figurar as ações permanentes e a ação variável excepcional, quando existir, com seus valores representativos e as demais ações variáveis com probabilidade não desprezível de ocorrência simultânea, com seus valores reduzidos de combinação, conforme NBR 8681/03. Nesse caso se enquadram, entre outras, sismo, incêndio e colapso progressivo (ABNT NBR 6118:2014, item 11.8.2.1).

2.5.3.4.2 Combinações de Serviço - ELS

Gonçalves (2017), descreve à classificação das combinações de serviço como:

a) quase permanentes: podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de deformações excessivas (GONÇALVES, 2017);

b) frequentes: se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação dos estados limites de formação de fissuras, de abertura de fissuras e de vibrações excessivas. Podem também ser consideradas para verificações de estados limites de deformações excessivas decorrentes de vento ou temperatura que podem comprometer as vedações (GONÇALVES, 2017);

c) raras: ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura e sua

consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de formação de fissuras (GONÇALVES, 2017).

2.5.4 Análise Estrutural

As lajes em vigotas treliçadas podem ter armaduras em uma direção (unidirecionais) ou em duas direções (bidirecionais). O que determina a classificação da laje quanto a direção é a relação entre o l_x (*menor vão*) e l_y (*maior vão*). As lajes são armadas em uma ou duas direções quando:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \leq 2 \text{ (armada em duas direções)} \quad (13)$$

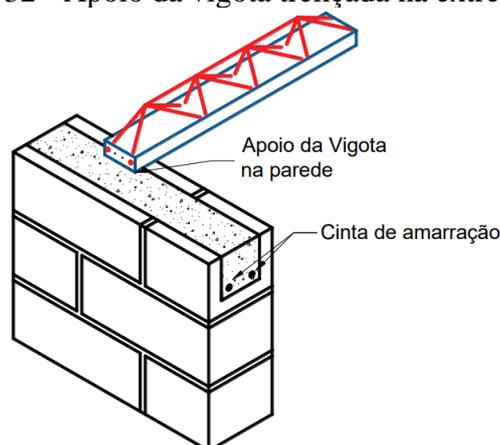
$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} > 2 \text{ (armada em uma direção)} \quad (14)$$

A fase de análise estrutural consiste em simular a aplicação de todos os esforços em que a estrutura receberia em seu uso comum e estudar todas as respostas da estrutura perante as solicitações. Os principais objetivos da análise de uma estrutura é calcular reações deslocamentos, estabilidade, entre outros.

Para que seja possível executar a análise estrutural, a estrutura é idealizada através de um modelo estrutural. A análise é feita mediante um método já determinado e reconhecido, podendo ser de forma manual ou computacional, estática ou dinâmica, linear ou não-linear, tudo depende dos parâmetros idealizados para a estrutura (BENINCÁ, 2016).

As lajes nervuradas treliçadas unidirecionais, para efeito de cálculo, possuem sua resistência a tração concentrada nas nervuras. Por ocorrerem dispostas em uma única direção e por se encontrarem apoiadas nas extremidades, conforme a Figura 32, as vigas receberão a maior parte das cargas geradas pelas ações (FERREIRA, 2016).

Figura 32 - Apoio da vigota treliçada na extremidade



Fonte: Ferreira (2016)

Carvalho e Figueiredo Filho (2014), no livro Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), produziram um estudo para analisar o momento máximo no vão central, o estudo fez a análise de três modelos: elementos isolados, lajes pré-moldadas capeada com concreto e laje maciça. O resultado pode ser visto na figura 33, onde todos os valores apresentados dos momentos fletores são próximo, o que torna viável o estudo das lajes nervuradas treliçadas unidirecionais como elementos independentes.

Segundo os autores citados acima (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2014) para o dimensionamento a favor da segurança, é recomendado para o cálculo do momento máximo de uma nervura de lajes pré-moldadas simplesmente apoiada, adotar a hipótese de um elemento isolado, expressa pela equação 15. Assim, o modelo adotado se comporta como um conjunto de vigas paralelas que atuam de forma isoladas uma das outras com seção transversal T.

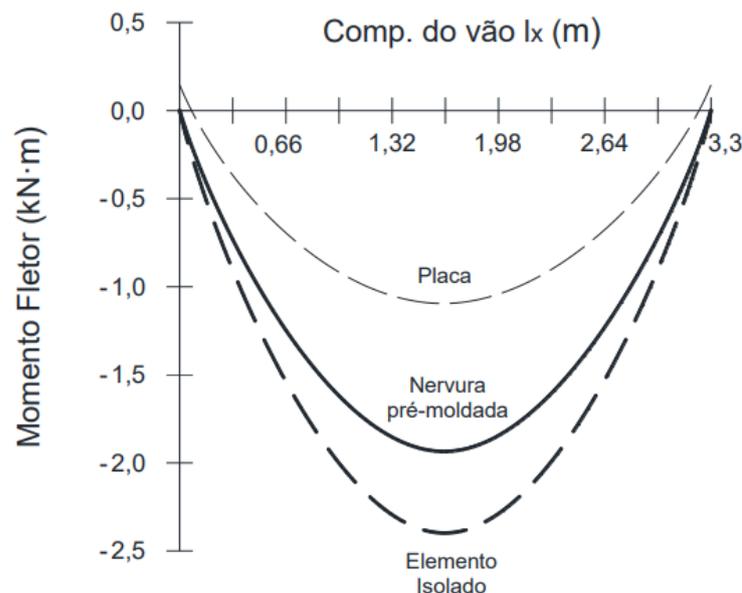
$$M_{m\acute{a}x} = \frac{p \cdot l^2}{8} \quad (15)$$

Onde:

p : é o carregamento aplicado na estrutura;

l : comprimento do vão.

Figura 33 - Diagrama de momento fletor na região central da laje



Fonte: Ferreira (2016), adaptado de Carvalho e Figueiredo Filho (2009)

Com isso, mediante o diagrama apresentado acima, na Figura 33, é aceitável tratar as lajes nervuradas unidirecionais com vigotas treliçadas atuando como elementos independentes.

2.5.5 Dimensionamento no ELU

Para lajes, quando analisadas no estado limite último, são feitas duas verificações: verificação quanto a flexão e quanto ao cisalhamento.

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), o dimensionamento estrutural é feito no estado limite último (Estádio III), com a finalidade de buscar o limite das deformações, isso quer dizer que uma peça pode atingir o ELU tanto pela ruptura como pela deformação excessiva da armadura tracionada. Os objetivos principais para que o dimensionamento ocorra no ELU são: projetar estruturas resistentes aos esforços aplicados aproveitando, a favor da economia e segurança, os materiais aplicados.

2.5.5.1 Dimensionamento a Flexão no ELU

Para o dimensionamento a flexão em lajes treliçadas, o primeiro passo é calcular o momento fletor máximo atuante nas nervuras. Para lajes bidirecionais o modelo de grelha é o mais aconselhado. Em caso de placas unidirecionais é possível utilizar vários modelos para calcular o momento fletor, como por exemplo modelo de vigas independentes e modelo de grelha.

Carvalho e Figueiredo Filho (20014), afirmam que trabalhar com fórmulas adimensionais são mais convenientes, pois facilitam na utilização de vários sistemas de unidade e permitem a utilização de gráficos e quadros de forma mais racional. Desse modo, para concretos até a classe C50, segue abaixo as fórmulas para o momento, braço de alavanca e equação da linha neutra, todas adimensionais.

a) Momento solicitante de cálculo.

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (16)$$

b) Equação do braço de alavanca.

$$k_z = 1 - 0,4 \cdot k_x \quad (17)$$

c) Linha neutra adimensional.

$$k_x = 1,25 - 1,9174 \sqrt{0,425 - k_{MD}} \quad (18)$$

d) Área de aço.

$$A_s = \frac{M_d}{k_z \cdot d \cdot f_s} \quad (19)$$

Onde:

M_d : Momento Solicitante de Cálculo, em kN.m/nervura;

b_w : Largura da nervura, em metros;

d : Altura útil da laje, em metros;

f_{cd} : Resistência de cálculo à compressão do concreto, em kN/m²;

A_s : Área de aço calculada, em cm²/m;

f_s : Resistência de cálculo do aço, em kN/cm²;

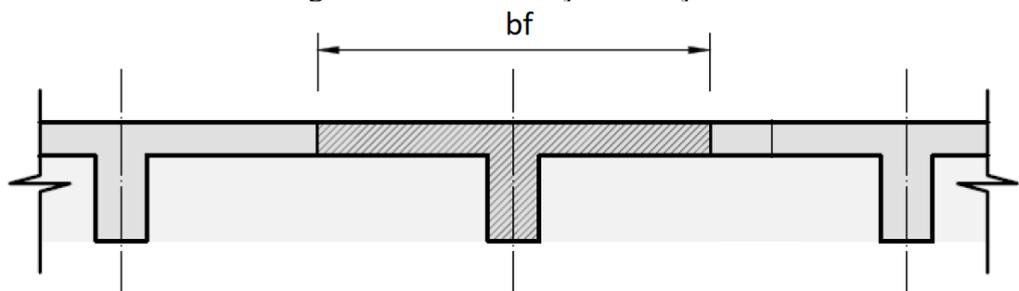
KMD : Momento Solicitante Adimensional;

k_x : Posição da linha neutra Adimensional;

k_z : Braço de Alavanca Adimensional

Para analisar as vigotas, levando em consideração uma seção transversal em formato de T, Carvalho e Figueiredo (2014), descrevem que quando uma laje é concretada junto com as vigas, as duas peças contribuem para a resistência uma da outra. O ato da concretagem confere as peças certo grau de monoliticidade, passando a existir trabalho conjunto entre os elementos. Isso quer dizer que quando uma viga se deforma, uma pequena parte da laje também é deformada, demonstrando um comportamento monolítico e a existência de colaboração por parte da laje para a resistência da viga. É dessa forma que a viga incorpora parte da laje, deixando de ter seção transversal retangular para uma seção em formato de T, conforme a Figura 34.

Figura 34 - Classificação da seção T

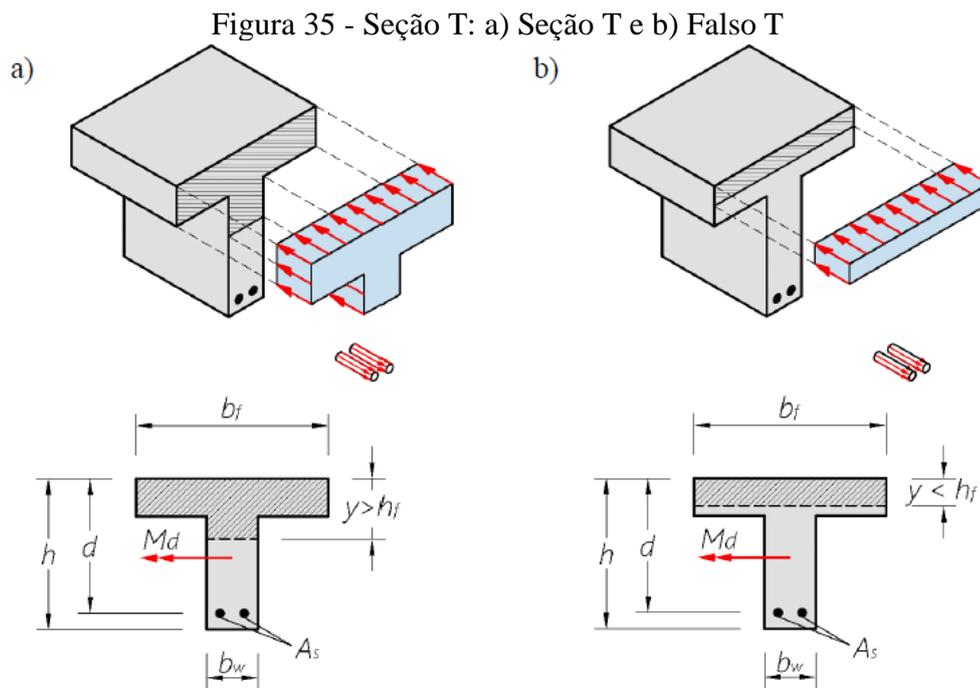


Fonte: Bezerra (2017)

Ainda segundo Carvalho e Figueiredo (2014), para a viga formada de uma nervura e duas abas ser considerada como seção “T”, é necessário que a mesa e parte da alma estejam comprimidas, caso contrário o momento fletor estará atuando apenas na parte superior da mesa ou na parte inferior da alma. Além dessas seções possuírem formato retangular, as regiões tracionadas do concreto não contribuem para a resistência, assim a viga será considerada, para efeito de cálculo, com seção retangular.

O cálculo da área de aço necessária para garantir a segurança da estrutura no ELU deve ser feito para cada nervura, partindo do equilíbrio das resultantes das tensões de tração e compressão de uma seção T sujeita a flexão simples (BEZERRA, 2017).

Outro ponto a ser observado em relação as peças com seções transversais em T é a posição da linha neutra ($y = 0,8x$), pois a viga só será considerada como seção T se a linha neutra estiver passando pela alma, caso contrário a região do concreto ao qual a linha estará passando será retangular, não existindo colaboração da alma e de parte da mesa para a resistência. Com a linha neutra passando pela somente pela mesa, configura-se como falso T, conforme a Figura 35.



Fonte: Bezerra (2017)

Bezerra (2017), diz que para determinar se o cálculo será feito com a seção em T ou falso T (considerar seção retangular), se faz necessário comparar a altura útil (d) com a altura

útil de comparação (d_0). A altura útil de comparação é um valor teórico da altura útil, expressão pela equação 20.

$$d_0 = \frac{M_d}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot h_f} + \frac{h_f}{2} \quad (20)$$

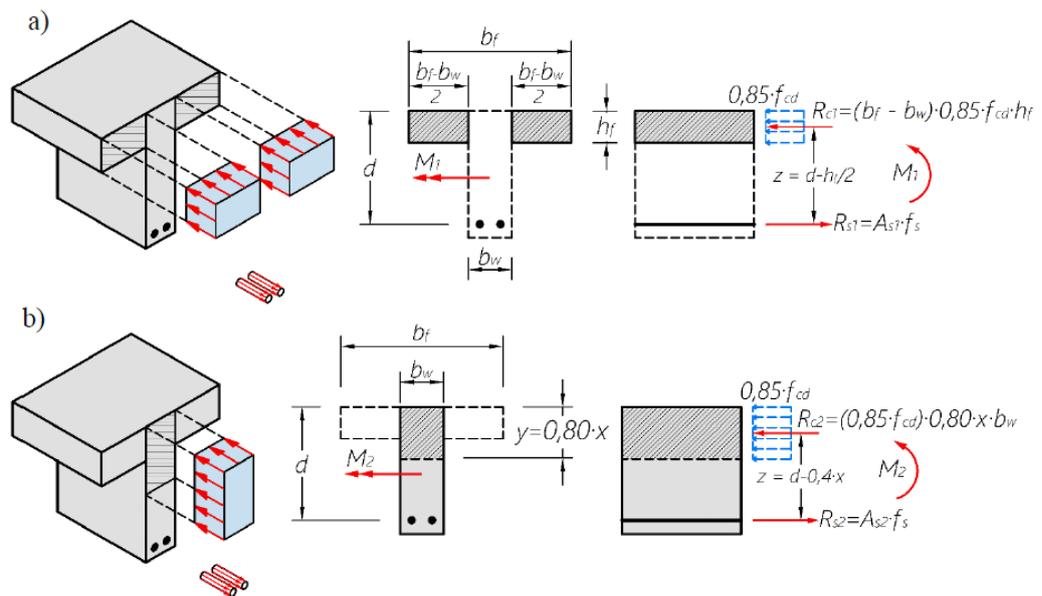
Resultados da comparação entre d e d_0 :

$d > d_0$: significa que a linha neutra está passando por dentro da mesa, será considerado para os cálculos como uma seção retangular. Assim, os cálculos serão baseados no momento fletor adimensional (K_{MD}), com as equações já citadas: 16, 17, 18 e 19.

$d < d_0$: significa que a linha neutra está passando pela alma, para efeitos de cálculo, será considerado como seção T. Nesse caso, segundo Bezerra (2017) e Carvalho e Figueiredo (2014), o cálculo será dividido em duas etapas, primeiro será calculado o momento absorvido pelas abas da mesa (M_1) e após, será calculado o momento absorvido pela alma (M_2).

Na Figura 36, de autoria de Bezerra (2017), é possível observar a separação entre as regiões que estarão sujeitas aos momentos, em a) resistidos pelas abas e em b) resistido pela alma.

Figura 36 - a) Momento resistido pelas abas. b) Momento resistido pela alma



Fonte: Bezerra (2017)

O momento absorvido (M_1) pelas abas será:

$$M_1 = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) \cdot \left(d - \frac{h_f}{2}\right) \quad (21)$$

O momento restante (M_2) é absorvido pela nervura:

$$M_2 = M_d - M_1 \quad (22)$$

Onde a equação adimensional para o momento fletor absorvido pela alma é dada por:

$$KMD = \frac{M_2}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (23)$$

Com o valor de KMD é possível, através da equação 15, calcular o k_x .

Por fim, com todos os valores em mãos, é possível calcular a área de aço necessária para combater os momentos:

$$A_{s,req} = \frac{M_1}{(D-0,5 h_f) f_{yd}} + \frac{M_2}{(1-0,4K_x) d \cdot f_{yd}} \quad (24)$$

Bezerra (2017), diz que é necessário conter uma área mínima de aço afim de combater um momento mínimo que causaria a ruína da seção de concreto simples, assim se faz necessário agregar condições de ductibilidade para a peça. O cálculo da área mínima de armadura é expresso pela equação 25, discriminada abaixo.

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b_w (h + h_f) \quad (25)$$

O ρ_{min} (armadura mínima) é dado pela expressão a seguir:

$$\rho_{min} = \frac{0,078 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{f_{yd}} \geq 0,15\% \quad (26)$$

A armadura mínima tem como objetivo combater rupturas frágeis e absorver pequenos esforços solicitantes que não foram considerados no procedimento de cálculo. Mas a armadura máxima é considerada em cálculo e tem como meta assegurar condições de ductibilidade. A soma das armaduras que trabalham a compressão e tração não pode ser superior a 4% da área da seção transversal bruta de concreto, ou seja, é a área máxima.

Uma última observação sobre as considerações, não é toda a dimensão da laje que contribui com a resistência das vigas analisadas como seção T, a contribuição depende das distâncias entre as vigas paralelas. Se a distância entre as vigotas for muito grande, por exemplo, uma parte da mesa estaria trabalhando apenas como elemento para transferir carga as vigas, sem colaborar na resistência.

Outro ponto importante para considerar está na distribuição de tensões de compressão, que ocorre de forma concentrada no centro (alma) das vigas.

2.5.5.2 Dimensionamento a Cisalhamento no ELU

No processo de verificação do cisalhamento faz-se a análise simultânea momento fletor e força cortante. O esforço cortante, para o melhor entendimento, é uma força que tende a cisalhar a peça ao qual está sendo aplicada e ocorre quando é aplicado um esforço em uma viga e sua tendência é de “partir” sem rotacionar ou encurvar.

De acordo com Fusco (1995), quando a tensão principal de tração supera a resistência do concreto à tração em um ponto produz o surgimento de fissuras. Essas fissuras aumentam conforme o carregamento aumenta, fazendo surgir no concreto uma tendência de perder a capacidade resistente a tração, podendo levar a estrutura ao colapso.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos das nervuras menor ou igual a 65 cm, podem prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos da força cortante. É necessário que os requisitos de ancoragem sejam satisfeitos. Assim, para a renúncia da armadura transversal, segundo Bezerra (2017), a força cortante de cálculo (V_{sd}) deverá ser menor ou igual a força cortante resistente de cálculo (V_{Rd1}), expresso na equação 27.

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} = \tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) \cdot b_w \cdot d \quad (27)$$

Onde:

$$\tau_{Rd} = 0,0375 \cdot f_{ck}^{2/3} \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa.} \quad (28)$$

$$k = |1,6 - d| \leq 1, \text{ com } d \text{ em metros.} \quad (29)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (30)$$

Onde:

b_w : largura da nervura (cm);

d : altura útil (cm);

A_{s1} : área da armadura de tração (cm²);

f_{ck} : resistência característica do concreto a compressão $\left(\frac{\text{kn}}{\text{m}^2}\right)$;

V_{sd} : esforço cortante de cálculo $\left(\frac{kn}{m}\right)$;

V_{Rd1} : força cortante resistente de cálculo.

Por fim, faz-se necessário a verificação do esmagamento das bielas comprimidas, onde $V_d < V_{Rd2}$ (Bezerra, 2017).

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot \alpha_{v1} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d \quad (31)$$

Em que:

$$\alpha_{v1} = (0,7 - f_{ck}/200) \leq 0,5, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa.} \quad (32)$$

2.5.6 Verificação no ELS

Estados Limite de Serviço (ELS) são critério de segurança relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos suportados pelas estruturas. Entre as situações mais comuns em que estruturas atingem o ELS: fissuração excessiva, vibrações exageradas, flechas em lajes, recalques, entre outros.

2.5.6.1 Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS-DEF)

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), no processo de verificação do ELS-DEF devem ser levados em consideração as combinações de ações, as características geométricas das seções transversais, a fluência do concreto, os efeitos da fissuração e as flechas limites.

As flechas limites ou deslocamentos limites são valores práticos definidos pela NBR 6118:2014, em seu item 13.3 utilizados para as verificações dos ELS-DEF. Os deslocamentos excessivos são classificados em quatro grupos:

a) aceitabilidade sensorial: o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável (ABNT NBR 6118:2014);

b) efeitos específicos: os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção (ABNT NBR 6118:2014);

c) efeitos em elementos não estruturais: deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados (ABNT NBR 6118:2014);

d) efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas (ABNT NBR 6118:2014).

A tabela 13.3 da NBR 6118:2014, traz os valores limites para os deslocamentos. Carvalho e Figueiredo Filho (2014) fazem algumas observações sobre os deslocamentos:

- Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão l suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem; quando se trata de balanços, dever ser considerado como vão equivalente o dobro do comprimento do balanço;
- Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram l como sendo o menor vão, excerto em caso quando a carga vem de paredes e divisórias, pois para análise interessa a direção em que o elemento se desenvolve, limitando o valor a duas vezes o menor vão;
- Para se obter os deslocamentos totais é necessário utilizar as combinações de ações levando em consideração todas as ponderações necessárias de acordo com a norma 6118;
- As contraflechas pode compensar, parcialmente, os deslocamentos excessivos.

Os limites de deslocamentos são apresentados na Figura 37.

Figura 37 - Limites para deslocamentos – Aceitabilidade sensorial

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$l/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Por causa de cargas acidentais	$l/350$

Fonte: ABNT NBR 6118:2014 (adaptado)

Figura 38 - Limites para deslocamentos – Efeitos estruturais em serviços

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$l/250$ ¹⁾
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$l/350 +$ contraflecha ²⁾
			Ocorrido após a construção do piso	$l/600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	

¹⁾ As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.

²⁾ Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $l/350$.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014 (adaptado)

De acordo com Oliveira (2020), a verificação do ELS-DEF pode ser executada encontrando a flecha diferida causada pelo carregamento quase permanente para fazer uma comparação com o limite de aceitabilidade sensorial ($l/250$).

Na verificação das deformações excessivas de uma estrutura, devem ser consideradas combinações quase permanentes de serviço, ou seja, são combinações que ocorre em quase toda a vida da estrutura, expressa pela equação 33.

$$F_d = \sum F_g + \sum \psi_2 \cdot F_q \quad (33)$$

Segundo a NBR 6118:2014 as estruturas trabalham dentro dos estádios I e II, sendo parcialmente em cada estádio. E são separadas pelo momento de fissuração, que para o estádio I o momento atuante é menor que o momento de fissuração ($M_r > M_d$) e para o estádio II, o momento atuante é maior que o momento de fissuração ($M_r < M_d$). O momento fletor de fissuração é dado pela equação 34:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_l}{y_t} \quad (34)$$

Sendo:

α : 1,2 para seções em T ou duplo T;

α : 1,3 para seções I ou T invertido;

α : 1,5 para seções retangulares.

I_l : momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} : resistência a tração do concreto, em MPa, dado pela equação 29.

y_t : distância do centro de gravidade a fibra mais tracionada

Para a determinação do momento de fissuração no ELU-DEF deve ser o usado o $f_{ct,m}$, dado pela equação 35:

$$f_{ct,m} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (35)$$

Para calcular o momento de inércia à flexão (I_l), em seções T homogeneizadas, utiliza-se a equação 36:

$$I_l = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_h - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_h - \frac{h}{2}\right)^2 + A_s \cdot (\alpha - 1) \cdot (y_h - d)^2 \quad (36)$$

O centro de gravidade (y_h) é dado por:

$$y_h = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2} + A_s(\alpha - 1) \cdot d}{A_h} \quad (37)$$

Onde a área da seção homogeneizada (A_h) é dada por:

$$A_h = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h + A_s \cdot (\alpha - 1) \quad (38)$$

Se faz interessante ressaltar que a seção homogeneizada está levando em consideração as áreas de aço e concreto, e não somente com a seção bruta quando se trata apenas da área da seção como sendo 100 % de concreto.

Quando o momento fletor atuante em uma determinada seção aumenta, as tensões de tração que ocorrem abaixo da linha neutra apresentarão valores maiores ao da resistência característica do concreto a tração (f_{ck}), assim, estará trabalhando dentro do estágio II.

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), para calcular o momento de inercia no estágio II, se faz necessário o conhecimento da posição da linha neutra (x_{II}), que é dada pela seguinte equação:

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} \quad (39)$$

Onde a_1 , a_2 e a_3 são coeficientes dados pelas equações 40, 41 e 42:

$$a_1 = \frac{b_w}{2} \quad (40)$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + \eta \cdot A_s \quad (41)$$

$$a_3 = -d\eta A_s - \frac{h_f^2}{2} (b_f - b_w) \quad (42)$$

Onde: η é coeficiente de homogeneização da seção, obtido através da razão entre o módulo de elasticidade do aço (E_s) pelo módulo de elasticidade do concreto (E_c), expresso na equação 43:

$$\eta = \frac{E_s}{E_c} \quad (43)$$

Tomando como base a posição da linha neutra (x_{II}), é possível calcular o momento de inércia (I_{II}) no estágio II puro, ressaltando que existem duas possibilidades: a primeira ocorre quando a posição da linha neutra é inferior a altura da laje e a segundo quando a linha neutra é superior à altura da laje (Bezerra, 2017).

Quando $x_{II} < hf$ a linha neutra encontra-se passando pela mesa, utiliza-se a equação 44 para calcular o momento de inercia:

$$I_{II} = \frac{b_f x_{II}^3}{3} + \eta \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 \quad (44)$$

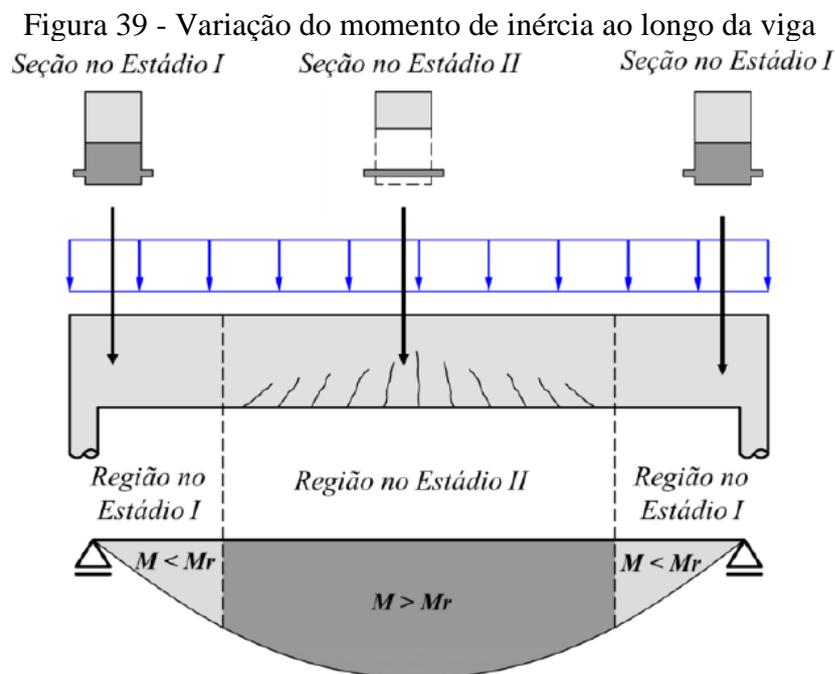
Quando $x_{II} > h_f$ a linha neutra está passando em uma região inferior a mesa, utiliza-se a equação 45 para calcular o momento de inércia:

$$I_{II} = \frac{b_f - b_w \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + A_s \cdot \alpha \cdot (x_{II} - d)^2 \quad (45)$$

Os estudos que tiveram como efeitos as expressões anteriores estão intimamente ligados aos estádios I e II, mas na prática, sabe-se que uma estrutura de concreto tem seções trabalhando nos dois estádios. Assim, faz-se necessário calcular sua inércia com base em uma expressão média que compreenda os estádios I e II (Carvalho e Figueiredo Filho, 2014).

Branson, no ano de 1968, realizou uma pesquisa em viga com seção retangular e T, onde aplicou um carregamento uniformemente distribuído e de curta duração. A partir dessa pesquisa, ele propôs um modelo onde se admite uma única inércia para todos os elementos de concreto, onde eram representados também os trechos fissurados e não fissurados, conforme a figura 39, de autoria de Bezerra (2017) (Carvalho e Figueiredo Filho, 2014).

Analisando a Figura 39, fica claro que retrata o modelo em que Branson propôs em seu trabalho em 1968, representando trechos fissurados e não fissurados, ou seja, seções trabalhando no estágio I encontram-se nas extremidades e no meio (local onde ocorre o principal momento) encontra-se a região atuando dentro do estágio II.



Fonte: Bezerra (2017)

A equação para o cálculo do momento da inércia média (I_m), para cálculo das flechas imediatas, proposta por Branson é dada por:

$$I_m = I_1 \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 + I_{II} \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \quad (46)$$

Onde:

I_m : Momento de inércia médio;

I_I : Momento de inércia da peça no estágio I (da seção bruta ou homogeneizada);

I_{II} : Momento de inércia do estágio II puro;

M_r : Momento de fissuração do concreto;

M_a : Momento atuante, de serviço, na seção mais solicitada.

A formulação proposta por Branson sofreu adaptações ao longo do tempo, e hoje a NBR 6118:2014 indica em seu item 17.3.2.1.2 uma equação para o cálculo da rigidez equivalente e assim, é possível chegar a uma expressão chamada inércia equivalente, conforme a expressão abaixo:

$$I_{eq} = \left\{ I_1 \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 + I_{II} \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \right\} \leq I_i \quad (47)$$

Onde:

I_i : Momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{eq} : Momento de inércia equivalente.

Com os resultados fornecidos pela equação do momento de inércia equivalente, é possível calcular a flecha imediata (Eq. 48) para lajes unidirecionais bi apoiadas, que será usada mais na frente para o cálculo da flecha diferida (OLIVEIRA, 2020).

$$\delta_i = \frac{5}{384} \cdot \left(\frac{p \cdot l^4}{E_c \cdot I_{eq}} \right) \quad (48)$$

Onde:

p : Carga definida pela combinação quase permanente;

l : Menor vão da laje;

I_{eq} : Momento de inércia equivalente;

E_c : Módulo de deformação do concreto.

A fluência é um fenômeno que surge pela aplicação constante de cargas, é parcialmente reversível, ou seja, quando se retirada a carga solicitante, a estrutura tende a recuperar parte da sua forma original, mas não volta a ser 100% como era antes do carregamento.

Para calcular os deslocamentos ao longo do tempo em função da fluência do concreto, é possível utilizar a equação 49, que será usada no cálculo da flecha diferida no tempo:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50\rho'} \quad (49)$$

Onde:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (50)$$

$$\rho' = \frac{A_s'}{b \cdot d} \quad (51)$$

Onde:

A'_s : Área de armadura de compressão no trecho considerado;

$\xi(t)$: Coeficiente em função do tempo;

$\xi(t) = 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32}$ para $t \leq 70$ meses;

$\xi(t) = 2$ para $t > 70$ meses;

t : tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 : idade, em meses, relativa a data de aplicação da carga de longa duração.

E por fim, é possível achar a flecha imediata através da equação abaixo:

$$\delta_{t,\infty} = \delta_i (1 + \alpha_f) \quad (52)$$

2.5.6.2 Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W)

A fissuração em estruturas de concreto armado é algo inevitável, contudo, não dever aparecer em forma de grandes aberturas no concreto. Pois essas aberturas podem comprometer a utilização e a durabilidade estrutural da peça acometida. A Figura 40 traz os limites máximos de abertura de fissuras.

Figura 40 - Abertura máxima de fissuras características

Tipos de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA)	Exigências relativas a fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não Há	-
Concreto armado	CAA I	ELS-W wk ≤ 0,4 mm	combinação frequente
	CAA II a CAA III	ELS-W wk ≤ 0,3 mm	
	CAA IV	ELS-W wk ≤ 0,2 mm	

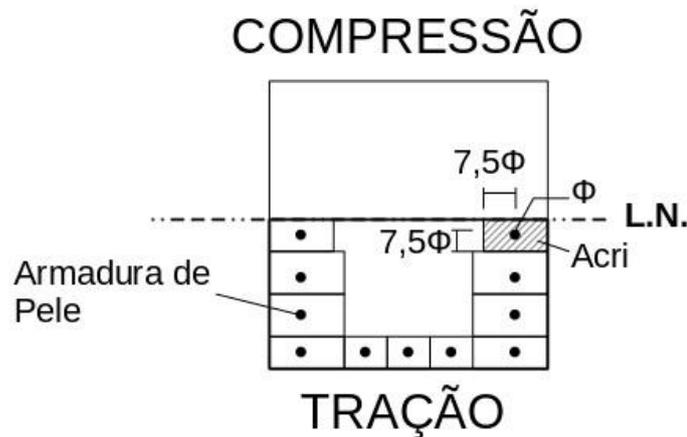
Fonte: ABNT NBR 2018:2014 (adaptado)

A combinação frequente de serviço a ser utilizada é expressa pela equação 53:

$$F_{ser} = \sum F_{gk} + \psi_1 \cdot F_{qk} \quad (53)$$

“A avaliação dos valores das aberturas de fissuras, na verificação do estado limite, é feita para cada elemento ou grupo de elementos das armaduras passivas e ativas aderente, que controlam a fissuração da peça, considerando uma área (A_c) do concreto de envolvimento, formada por um retângulo cujos lados não distam mais $7,5\phi$ do eixo da barra da armadura” (CRVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Figura 41 - Concreto de envolvimento da armadura



Fonte: Bruno (2018)

O tamanho da abertura de fissuras (w) será considerado o menor obtido a partir das duas equações abaixo:

$$w \leq \begin{cases} w_1 = \frac{\phi_i}{12,5} \frac{\sigma_{si}}{\eta_i} \frac{3 \sigma_{si}}{E_s f_{ctm}} \\ w_2 = \frac{\phi_i}{12,5} \frac{\sigma_{si}}{\eta_i} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \end{cases} \quad (54)$$

Figura 42 - Abertura máxima de fissura

Classe de agressividade ambiental			
I	II	III	IV
$w_k \leq 0,4 \text{ mm}$	$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$	$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$	$w_k \leq 0,2 \text{ mm}$

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2014)

Caso o valor obtido para $w_k > w_{k,lim}$, as providências possíveis são:

- Diminuir o diâmetro da barra (diminui ϕ);
- Aumentar o número de barras mantendo o diâmetro (diminui σ_s);
- Aumentar a seção transversal da peça (diminui ϕ).

2.5.7 Detalhamento

O detalhamento do projeto estrutural consiste em uma das fases mais importantes, pois é nesta etapa que o projeto ganhará exequibilidade, devendo atender uma série de pré-requisitos das normas. É o detalhamento que impede interpretações erradas dos projetos quanto ao que deve ser executado.

O detalhamento é o fruto final do processo de dimensionamento estrutural, ou seja, após todos os cálculos e verificações, tem-se uma área de aço necessária para combater os esforços solicitante. Assim, o projetista vai definir o posicionamento da armadura visando atender a execução e os cobrimentos mínimos.

2.5.7.1 Armadura Principal

2.5.7.1.1 Armadura Mínima

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), a armadura mínima de tração em uma viga de concreto armado deve ser determinada dimensionando-se a seção para um momento fletor mínimo, conforme a expressão abaixo:

$$M_{d,mim} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup} \quad (55)$$

Onde:

W_0 : Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto relativo a fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$: Resistência característica superior do concreto a tração.

Em que a expressão para o $f_{ctk,sup}$ é dada por:

$$f_{ct} = f_{ctk,sup} = 0,39 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (56)$$

Com o momento fletor mínimo calculado, é possível calcular a área de aço mínima ($A_{s,min}$):

$$A_{s,min} = \frac{M_{d,min}}{z \cdot f_{yd}} \quad (57)$$

Em que $z = 0,83 \cdot h$.

O dimensionamento pelo momento mínimo será aceito quando atender taxas mínimas exigidas por norma, conforme a Figura 43.

Para facilitar, nem sempre se faz necessário calcular o momento mínimo, de acordo com a NBR 6118:2014 apresenta um quadro com as taxas em função da seção transversal, tipo de aço e a resistência do concreto.

Figura 43 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas e lajes

Forma da seção	Valores de $\rho_{min}^{(a)}$ (%)														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

(a) Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.

$\rho_{min} = A_{s,min}/A_c$

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

A área de aço mínima é calculada multiplicando-se a taxa mínima (ρ_{min}) de aço pela área bruta de concreto (A_c), conforme a seguir:

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot A_c \quad (58)$$

Onde:

A_c : Área bruta da seção de concreto;

ρ_{min} : Taxa mínima de armadura.

Para lajes unidirecionais, a figura 44 traz seus valores mínimos a serem atendidos.

Figura 44 - Valores mínimos para armaduras

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{min}$
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min}$
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{min}$

$\rho_s = A_s/(b_w \cdot h)$
Os valores de ρ_{min} constam da Tabela 10.

Fonte: ABNT NBR 6118 (adaptado)

Onde:

$$\rho_s = \frac{A_s}{b_f \cdot h} \quad (59)$$

2.5.7.1.2 Armadura Máxima

De acordo com a NBR 6118, a armadura máxima não deve ultrapassar 4% da área da seção transversal da peça, previstas em seu item 17.3.5.2, calculadas fora da zona de emendas e devem garantir condições de ductibilidade.

2.5.7.1.3 Espaçamento Máximo e Mínimo

O espaçamento entre as barras deve permitir que elas cumpram sua função estrutural, oferecendo condições adequadas de execução, principalmente em relação ao adensamento e lançamento. Não se deve esquecer que o espaçamento deve prever espaço para passagem de vibradores de concreto, afim de evitar segregação e vazios. Assim, se faz necessário respeitar as distâncias mínimas entre as barrar, conforme a ABNT NBR6118 de 2014 (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2014).

O espaçamento máximo em lajes nervuradas ocorre em função do posicionamento das nervuras, assim, faz-se o cálculo de quantas barras a nervura terá em sua seção.

$$\eta = \frac{A_{s\emptyset}}{A_s} \quad (60)$$

Onde:

η : Número de barras por nervura;

$A_{s\emptyset}$: Área da seção da barra escolhida;

A_s : Área total da armadura.

2.5.7.2 Armadura Secundária

Segundo a norma de Estruturas de Concreto em vigor, as lajes unidirecionais, a armadura de secundária de flexão da laje deve ter seção transversal igual ou superior a 20 % da área da armadura principal, com um mínimo de 0,9 cm²/m ou 50 % da armadura mínima, com espaçamento máximo de 33 cm.

2.6 Lajes Mistas *Steel Deck*

2.6.1 Aspectos Históricos

As primeiras discussões sobre lajes mistas ocorreram na década de 1920, nos Estados Unidos, o cenário era de uma busca constante por sistemas industrializados que gerassem economia de tempo e material, e é dentro dessa década que os engenheiros americanos perceberam muitos benefícios quando combinavam aço e concreto, fazendo surgir os primeiros modelos de lajes mistas (DIAS E ABREU, 2018). Vale ressaltar que nas primeiras concepções de lajes mistas não se considerava como uma estrutura composta para suportar as ações aplicadas a seu plano, para todos os efeitos a camada de concreto armado era dimensionada para suportar o carregamento sozinha.

No ano de 1926 é registrada a primeira patente de laje *Steel Deck*, por Loucks e Giller. O perfil utilizado no primeiro modelo dessas lajes já oferecia resistência suficiente para funcionar como plataforma de trabalho sem que existisse a necessidade de escoramento. O concreto aplicado sobre a laje tinha duas funções principais, a primeira de agregar resistência ao fogo e a segunda de tornar o passeio confortável (SALOMÃO, 2019).

De acordo com Gomes (2001), somente no ano de 1940 é que as lajes mistas foram consideradas como uma força conjunta para combater os esforços solicitantes. Assim, o perfil metálico passa a funcionar como armadura principal para combater os esforços de tração e cisalhamento.

Segundo Salomão (2019), foi na década de 1950 que surgiu o conceito de forma colaborante e lajes mistas, sendo utilizado até a atualidade. O termo se refere a telha de aço galvanizado que funcionava como fôrma e no final contribuía para resistência da laje.

Em meados dos anos de 1960, inúmeros fabricantes passam a produzir *decks* de aço, a fabricação tinha como base extensos estudos independentes, ou seja, cada fábrica desenvolvia seu produto e o submetia a testes para aprovação pelos órgãos responsáveis da época. Caso fosse necessário, eram solicitados testes adicionais para verificação da peça. A competitividade gerada pelos fabricantes trouxe consigo efeitos adversos para as lajes *Steel Deck*.

Segundo Sputo (2012), devido aos inúmeros problemas causados pelas diversas pesquisas independentes, reconheceu-se a necessidade de padronização dos modelos de lajes mistas. Em 1967, na Universidade Estadual de Iowa (EUA), o Professor Carl Ekberg começa uma pesquisa para desenvolver uma base de critério para o desenvolvimento de projetos de laje *Steel Deck*. Nos anos seguintes outras universidades começaram a se envolver na pesquisa e o

resultado final foi um conjunto de conhecimentos de domínio público em telha-fôrma (perfil). As principais universidades envolvidas nos estudos foram: Universidade Estadual de Iowa, Universidade de Waterloo, Universidade de Lehigh, Universidade de Washington, entre outras.

Ainda segundo Sposito (2012), em 1991 após uma criteriosa análise de documentos, foi publicado pelo Steel Deck Institute (SDI) o primeiro manual de lajes *Steel Deck*, que mais tarde, no ano de 1997 sofreu sua primeira revisão.

Os sistemas compostos de aço e concreto entraram no mercado brasileiro na década de 1990 e diversos estudos estão sendo feitos até a atualidade. Esses estudos tem como objetivo compreender o comportamento das lajes mistas quando submetidas as solicitações comuns do dia-a-dia.

A primeira norma que tratava dos sistemas mistos foi a ABNT NBR 8800 de 1986, contudo, abordava apenas sistemas de vigas mistas. Até pouco tempo atrás as lajes mistas não tinham norma específica, assim os projetos tinham como referência algumas normas internacionais e brasileiras, como por exemplo: NBR 8800, NBR 10735, NBR 14323, NBR 6118, entre outras. Recentemente, no ano de 2015, as lajes *steel deck* ganharam sua primeira norma específica, a ABNT NBR 16421 - Telha-fôrma de aço colaborante para laje mista de aço e concreto – Requisitos e ensaios.

2.6.2 Definição

De acordo com Araújo (2008), os sistemas de lajes mistas em aço e concreto são aqueles que um perfil de aço trabalha em conjunto com o concreto para combater os esforços solicitantes. O concreto pode ser armado ou simples, os perfis podem ser soldados, laminados ou formados a frio. O que muda das construções tradicionais é o simples fato de que a telha (perfil metálico) continua na laje mesmo após a cura do concreto e é por isso que recebe a nomenclatura de telha-fôrma.

Ainda segundo Araújo (2008), esses materiais apresentam um excelente desempenho por possuírem coeficientes de dilatação térmica parecidos, fazendo com que resultem em uma variação aproximada das dimensões quando submetidos a variações de temperatura. Outra importante qualidade ocorre pela combinação das suas principais características, o concreto fornece a resistência a compressão e o aço contribui com um excelente desempenho a tração.

As lajes mistas de aço concreto são definidas como lajes compostas por uma telha de aço galvanizado e uma capa de concreto, onde a armadura de aço é a própria telha (trabalha contra os esforços de tração). O perfil da laje *Steel Deck* serve como plataforma de trabalho na

fase de execução e atua como armadura de tração (positiva) quando finalizada (Queiroz, Pimento e Martins, 2012).

Segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008), após a execução das lajes, é o deck metálico que suporta isoladamente as cargas do concreto fresco e sobrecargas da execução, a estrutura só começa a trabalhar em conjunto após o concreto atingir 75% da resistência a compressão especificada em projeto.

2.6.3 Vantagens e desvantagens

De acordo com Souza Neto (2001), as principais vantagens apresentadas pelo sistema de lajes utilizando fôrmas colaborantes são:

- O perfil metálico serve como fôrma para receber o concreto em estado fresco, gerando economia em madeira, além de eliminar o processo de desforma;
- Rapidez e simplicidade na instalação das fôrmas metálicas;
- O perfil metálico é dimensionado para suportar as cargas de obra, funcionando como plataforma de trabalho;
- Facilidade no arranjo das instalações de forma geral;
- Eliminação total ou parcial do uso de escoras, possibilitando a realização simultânea de outros serviços no pavimento imediatamente abaixo;
- Permite a utilização de vigas mistas;
- Após ser fixada trabalha como diafragma horizontal, travando a estrutura;
- Funciona como armadura de tração no combate a momentos fletores positivos.
- Quando comparada as lajes maciças, a laje *steel deck* apresenta menor peso próprio.
- Alta qualidade no acabamento.
- Sistema trabalhando em conjunto, aproveitando as melhores qualidade estruturais de cada elemento.

Dentre as principais desvantagens, tem-se:

- Variedade reduzida de perfis no mercado brasileiro, isso ocorre devido a falta de concorrência, o que acarreta também em uma solução de alto custo quando comparada a outros sistemas.
- Devem ser tomados cuidados com a fôrma em locais com carga concentrada.
- Deve-se prever proteção contra incêndios, pois o perfil apresenta baixa resistência a elevadas temperaturas.

2.6.4 Materiais e Elementos

2.6.4.1 Concreto

O concreto Utilizado em lajes mistas é moldado no local, pode ser armado ou não, devendo apresentar espessura mínima de 50 mm sobre a fôrma. O concreto só passa a trabalhar em conjunto com a fôrma após o processo de cura, ou seja, quando o concreto atinge a resistência característica de projeto aos 28 dias.

A classe do concreto não deve ser inferior a C20, sendo a resistência característica a compressão (f_{ck}) de 25 Mpa a mais indicada como mínima, seguindo todos os requisitos da NBR 6118. O concreto utilizado em lajes mistas possui as seguintes características: peso específico de 24 KN/m³, coeficiente de Poisson de 0,2; coeficiente de dilatação térmica de $10 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Outra importante observação diz respeito ao uso de aditivos, devendo ser evitado aditivos a base de cloretos afim de proteger a camada de zinco que envolve a fôrma colaborante de aço (OLIVEIRA, 2018).

Ainda segundo Oliveira (2018), o módulo de elasticidade secante do concreto utilizado para análises elásticas deve ser determinado pela seguinte fórmula:

$$E_{CS} = 0,85 \cdot E_{ci} \quad (61)$$

Onde o E_{ci} é determinado pela expressão a seguir:

$$E_{ci} = 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (62)$$

Onde:

E_{CS} : *Módulo de elasticidade secante;*

E_{ci} : *Módulo de deformação tangente inicial;*

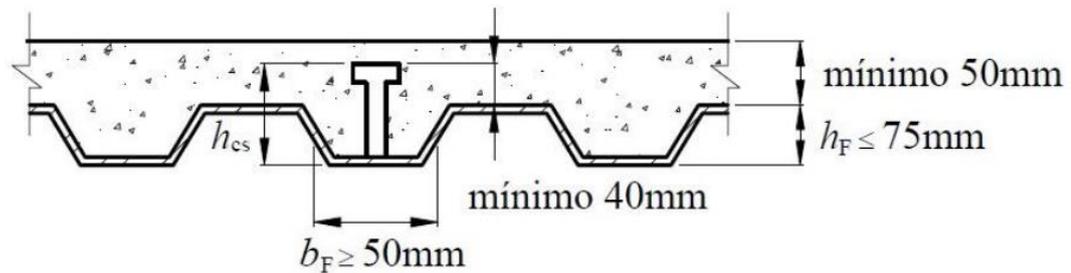
f_{ck} : *Resistência característica do concreto a compressão.*

2.6.4.2 Fôrma de Aço Colaborante – *Steel Deck*

Também chamada de telha ou fôrma colaborante, o principal componente das lajes mistas consiste em um perfil formado a frio, atuando como fôrma na fase executiva e trabalhando como armadura positiva na fase de uso da estrutura. Hoje o mercado brasileiro disponibiliza três espessuras para o *deck* de aço, são elas: 0,80 mm, 0,95 mm e 1,25 mm. O comprimento pode chegar a 12 m quando feito por encomenda, quando os vãos são da ordem de 4 m ou menos é dispensado o uso de escoramento.

A ABNT NBR 16421 (2015), determina algumas dimensões mínimas que serão apresentadas na Figura 45.

Figura 45 - Seção transversal *Steel Deck*



Fonte: ABNT NBR 16421 (2015)

Onde:

h_F : Altura das nervuras;

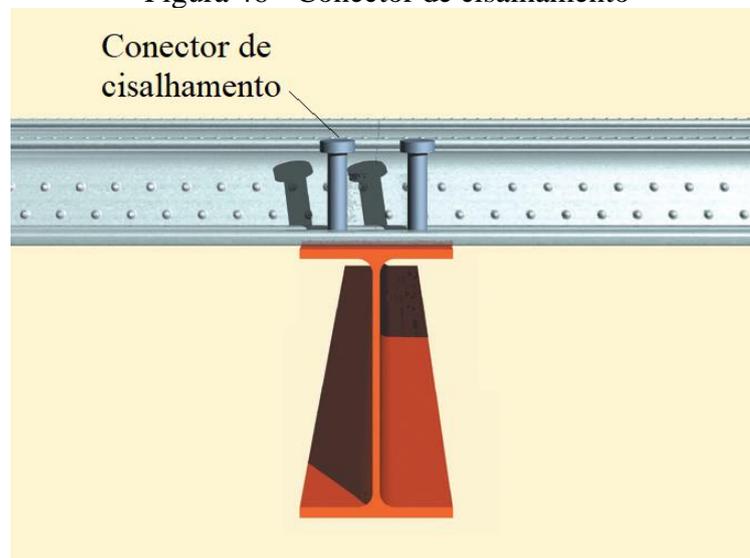
b_f : Largura média das nervuras;

h_{CS} : Altura dos conectores de cisalhamento.

2.6.4.3 Conectores de Cisalhamento

Os conectores são aplicados nas vigas suporte (figura 46) para buscar uma melhor interação entre o concreto e a folha de aço, quando são aplicados da forma correta atuam na absorção dos esforços de cisalhamento nas duas direções, além de impedir o afastamento vertical entre a viga e a laje.

Figura 46 - Conector de cisalhamento

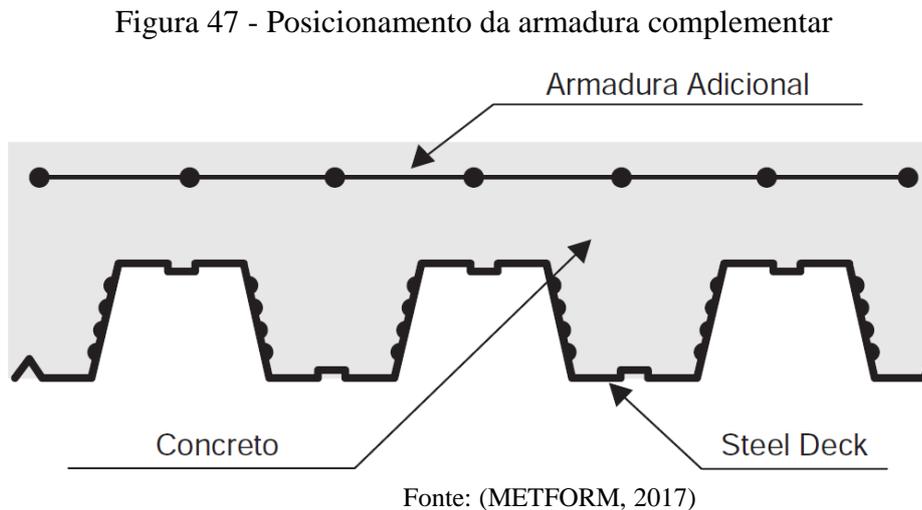


Fonte: Manual Composite Floor Decking, 2020

Segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008), o cobrimento superior mínimo dos conectores deve ser da ordem de 10 mm, devendo ficar totalmente embutido no concreto da laje.

2.6.4.4 Armadura complementar

Para sistemas em que não há ocorrência de momentos negativos, a fôrma colaborante é suficiente para combater os esforços. Contudo, afim de evitar o aparecimento de fissuras, que são provocadas pela retração e variabilidade térmica, são adicionadas armaduras complementares. Na grande maioria das vezes a armação adotada é uma tela soldada, posicionadas na região superior do concreto, conforme a figura 47.



Em situações que a fôrma não apresente capacidade para suportar os esforços solicitante, deve-se dimensionar as armaduras adicionais para reforçar o sistema afim de tornar a peça suficientemente adequada.

2.6.5 Partes de um Projeto

2.6.5.1 Concepção Estrutural

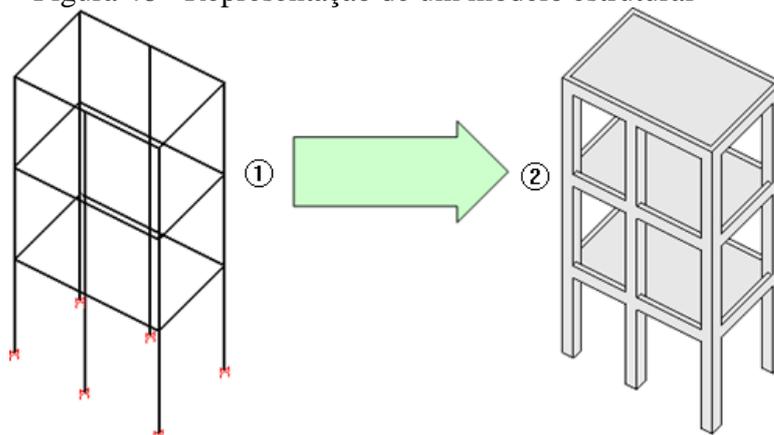
O projeto arquitetônico representa a base para o dimensionamento estrutural, e é na fase de concepção que será determinado o sistema estrutural adotado para a edificação. No caso de lajes o sistema pode ser: nervurado ou maciço, armado em uma ou duas direções, de concreto ou misto, com armadura ativa ou passiva, entre outros.

Mesmo existindo vários sistemas estruturais disponíveis no mercado, a opção escolhida deve levar em consideração todos os requisitos técnicos, como: disponibilidade de mão de obra qualificada, disponibilidade de material, equipamentos e outros.

Após a escolha do sistema estrutural, faz-se o lançamento da estrutural que tem como objetivo definir onde e como ficarão posicionados os elementos, com objetivo de formar um sistema eficiente.

Finalizada a concepção estrutural, tem-se um modelo, com todos os elementos posicionados, conforme a figura 48.

Figura 48 - Representação de um modelo estrutural



Fonte: Análise Estrutural TQS Docs (2021)

2.6.5.2 Ações Atuantes

Na fase de determinação das ações atuantes em uma laje mista é necessário separar o procedimento em duas fases, a primeira leva em conta que a fôrma de aço suporta sozinha todas as solicitações, já na segunda fase o concreto apresenta sua parcela de contribuição, ou seja, o concreto e aço trabalham em conjunto.

2.6.5.2.1 Ações Atuantes na Fase Inicial

De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008), as ações atuantes na fase inicial são:

- a) Peso próprio da fôrma de aço e do concreto no estado fresco;
- b) Sobrecarga de construção;
- c) Efeito do empoçamento, caso o deslocamento ultrapasse o valor:

$$\frac{L_F}{250}$$

(63)

O peso próprio da telha de aço e do concreto são considerados como ações permanentes, sendo calculadas com base no peso específico do perfil metálico e através do peso específico

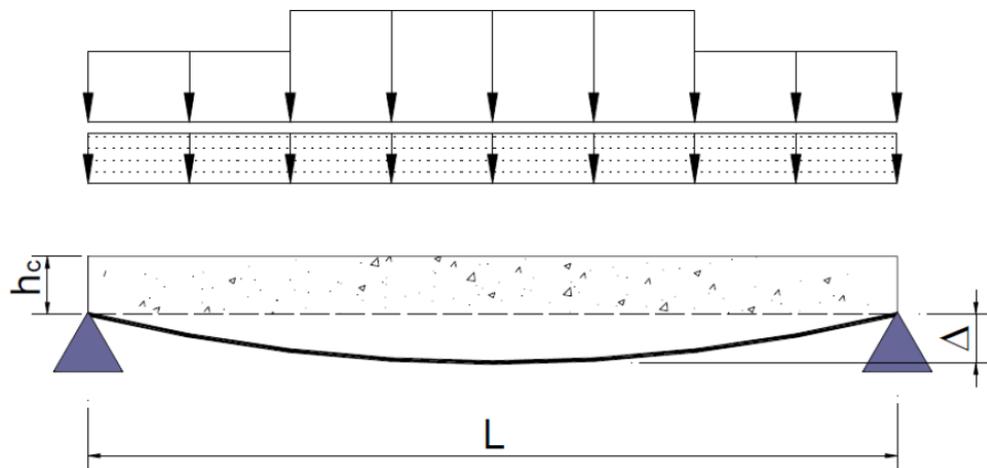
do concreto. De acordo com a NBR 8800, as sobrecargas características de construção devem ser tomadas como o valor mais nocivo dos seguintes:

- Ação uniformemente distribuída mínima de 1KN/m²;
- Ação linear de 2,2 KN/m, perpendicular a direção das nervuras da fôrma, na posição mais desfavorável.

A sobrecarga de construção deve prever todas as operações envolvidas com a execução da laje, como armazenamento temporário de material, impactos e vibrações.

Melo (2016), diz que o empoçamento é o aumento da altura de concreto devido a flexão da fôrma, conforme a Figura 49, onde delta (Δ) é o aumento da altura da laje devido ao efeito do empoçamento e h_c é a altura total da laj.

Figura 49 - Efeito do empoçamento



Fonte: Melo (2016)

Ainda segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008) o l_f é o vão teórico a laje na direção das nervuras, e deve ser considerado um acréscimo na espessura da laje de 70% nas situações em que a equação 64 for atendida.

$$\delta > \frac{l_f}{250} \quad (64)$$

Onde o valor do deslocamento é dado pela expressão abaixo.

$$\delta = k \frac{5}{384} \cdot p \cdot L^4 \frac{1}{EI} \quad (64)$$

Em que:

P: É o carregamento da laje;

L: Vão efetivo da Laje;

- E: Módulo de elasticidade da fôrma;
 I: Momento de inércia da seção efetiva da fôrma;
 K: 1 para vigas simplesmente apoiadas;
 K: 0,41 para vigas com dois vãos iguais (3 apoios);
 K: 0,52 para vigas com vãos iguais 94 (apoios);
 K: 0,49 para vigas com 4 vãos iguais.

2.6.5.2.2 Ações Atuantes na Fase Final

Na fase final o sistema já está trabalhando em conjunto, assim, deve-se considerar além das ações permanentes, as ações variáveis decorrentes do uso da estrutura no dia-a-dia.

2.6.6 Verificações

2.6.6.1 Verificação da forma de aço na fase inicial

De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008) “A verificação da fôrma de aço na fase inicial deve ser feita com base na ABNT NBR 14762. Deve ser considerado adequadamente o efeito das moedas nas resistências de cálculo”.

A fase inicial está diretamente ligada a capacidade de suporte da fôrma colaborante, pois o concreto só atuará quando atingir 75% da sua resistência característica a compressão determinada em projeto.

2.6.6.2 Verificação da laje de aço na fase final

Nesta etapa a laje é observada como um elemento misto, ou seja, serão analisados aço e concreto trabalhando em conjunto para resistir aos esforços aplicados.

2.6.6.3 Estado Limite Último – ELU

2.6.6.3.1 Momento Fletor

O dimensionamento das lajes mistas se inicia com a determinação da linha neutra plástica através das equações 65 e 66 (BONINI, 2013):

$$N_{cf} = 0,85 \cdot b \cdot t_c \cdot f_{cd} \quad (65)$$

Onde:

N_{cf} : Força de compressão no concreto, considerando a interação total ao cisalhamento longitudinal;

b : Largura unitária da laje, tomada igual a 100 mm;

t_c : Altura da laje de concreto acima do topo da fôrma de aço;

f_{cd} : Resistência de cálculo do concreto a compressão.

$$N_{pa} = A_{F,ef} \cdot f_{yCD} \quad (66)$$

Onde:

N_{pa} : Força de tração na forma de aço, considerando interação total ao cisalhamento longitudinal;

$A_{F,ef}$: Área da seção efetiva da fôrma de aço (1000mm);

f_{yd} : Resistência de cálculo ao escoamento do aço fôrma

Conforme o resultado apresentado, se $N_{cf} \geq N_{pa}$, significa que a linha neutra passa cima da fôrma metálica, caso contrário a linha neutra ficará dentro da fôrma metálica.

Com o valor de N_{pa} em mãos é possível calcular a altura do bloco de compressão do concreto através da equação 67.

$$a = \frac{N_{pa}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b} \quad (67)$$

Onde:

a : Altura do bloco de compressão do concreto;

N_{pa} : Força de tração na fôrma de aço;

f_{cd} : Resistência de cálculo do concreto a compressão;

b : Largura unitária da laje, tomada igual a 1000 mm.

A verificação do momento fletor é feita pelas equações 68 e 69, a primeira equação representa o momento fletor para a linha neutra acima da fôrma de aço e a segunda representa o momento fletor para a linha neutra passando pela fôrma.

$$M_{Rd} = N_{pa} (d_f - 0,5a) \quad (68)$$

$$M_{rd} = N_{cf} \cdot y + M_{pr} \quad (69)$$

Onde:

MRd: momento fletor;

Ncf: força de compressão no concreto, considerando interação total ao cisalhamento longitudinal;

y: distância entre *Ncf* e *Npa*;

Mpr: momento de plastificação da forma de aço, reduzido pela presença da força axial.

As variáveis *y* e *Mpr* são necessárias para o cálculo do momento fletor abaixo da linha neutra, são achadas através das equações 70 e 71, discriminadas abaixo:

$$y = h_t - 0,5t_c - e_p + (e_p - e) \cdot \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \quad (70)$$

Onde:

y: distância entre *Ncf* e *Npa*;

ht: altura total da laje, incluindo a forma e o concreto;

tc: altura da laje de concreto acima do topo da forma de aço;

ep: distância da linha neutra plásticas da seção efetiva da forma à sua face inferior;

e: distância do centro geométrico da área efetiva da forma à face inferior;

Ncf: força de compressão no concreto, considerando interação total ao cisalhamento longitudinal;

Npa: força de tração na forma de aço, considerando interação total ao cisalhamento longitudinal.

$$M_{pr} = 1,25M_{pa} \left(1 - \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (71)$$

Onde:

Mpr: momento de plastificação da forma de aço, reduzido pela presença da força axial;

Mpa: momento de plastificação da forma de aço, considerando sua seção efetiva, dividido pelo coeficiente de ponderação da resistência γ_1 ;

Ncf: força de compressão no concreto, considerando interação total ao cisalhamento longitudinal;

Npa: força de tração na forma de aço, considerando interação total ao cisalhamento longitudinal.

De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008), o método dos estados limites utilizados para dimensionamento estrutural exige que nenhum dos limites sejam excedidos quando a

estrutura for submetida as combinações de ações apropriadas, isso quer dizer que para a estrutura ser aprovada nas verificações é necessário que o momento fletor positivo calculado seja superior ou momento fletor positivo real. A fôrma atua como armadura positiva, contudo somente o deck pode não ser suficiente para combater os esforços solicitantes. Assim, se faz necessário a adição de armadura no fundo da laje.

Os momentos fletores negativos em lajes com fôrma colaborante ocorre acima dos apoios em lajes contínuas, não levando em consideração a contribuição da fôrma colaborante, pois está atua especificamente contra momentos positivos. Para calcular o momento fletor negativo se considera apenas o concreto na região comprimida e a armadura adicional. Assim o momento fletor negativo pode ser calculado através das fórmulas 72 a 75:

$$M_{Rd,pl} = A_s \cdot f_{sd} \cdot z \quad (72)$$

$$N_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_c \cdot x = A_s \cdot f_{sd} \quad (73)$$

$$x = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_c} \quad (74)$$

$$z = d_s - \frac{x}{2} \quad (75)$$

Onde:

$M_{Rd,pl}$: momento fletor negativo resistente;

A_s : área de armadura por unidade de comprimento para o momento negativo, determinada de acordo com a tabela do Anexo E.

f_{sd} : resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura;

z : distância entre N_s e N_c ;

N_c : força de compressão;

f_{cd} : resistência de cálculo à compressão do concreto;

b_c : largura de concreto comprimida no interior das nervuras;

x : altura da linha neutra plástica;

d_s : altura da posição da armadura negativa.

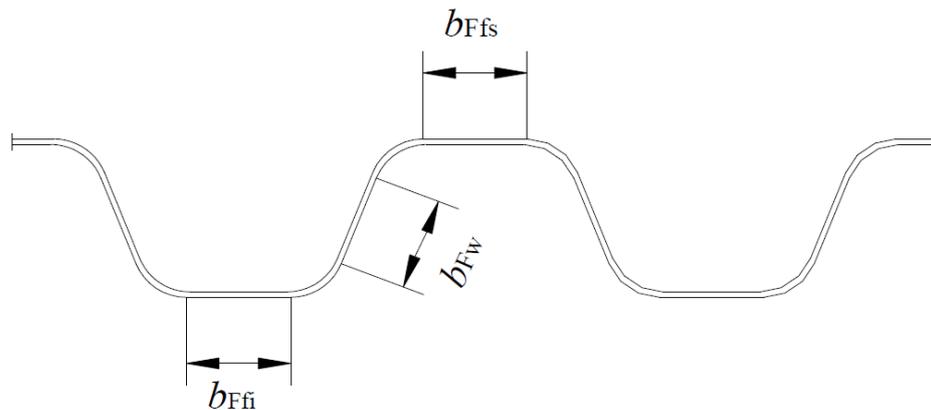
Não menos importante que a determinação dos momentos positivos e negativos, deve-se assegurar que não ocorra flambagem no local da fôrma de aço preenchida com concreto.

Para isso, a largura plana de todos os elementos da fôrma, mostrado na Figura 50, havendo ou não a existência de mossas, deve atender as seguintes exigências (ABNT NBR 8800, 2008):

$$b_f \leq \frac{26,49 \sqrt{\frac{E}{f_{yF}}}}{(13 \cdot \alpha - 1)} \cdot t_f \text{ quando } \alpha \geq 0,5 \quad (76)$$

$$b_f \leq \frac{2,40 \sqrt{\frac{E}{f_{yF}}}}{\alpha} \cdot t_f \text{ quando } \alpha < 0,5 \quad (77)$$

Figura 50 - Largura plana dos elementos da fôrma



Fonte: NBR 8800 (ABNT,2008)

Onde:

α : É a relação entre a largura da oarte comprimida e a largura plana do elemento;

t_f : É a espessura da fôrma de aço;

b_f : Largura plana do elemento;

E : Módulo de elasticidade do aço;

f_{yF} : Resistência ao escoamento do aço da fôrma.

2.6.6.3.2 Cisalhamento Longitudinal

Segundo A NBR 8800 (ABNT, 2008), a força cortante longitudinal resistente de cálculo, relativa à laje com fôrma de aço incorporada, pode ser calculada pelo método $m - k$, através da expressão abaixo:

$$V_{l,Rd} = \frac{b \cdot d_f \cdot \left[\left(\frac{m \cdot A_{F,ef}}{b \cdot L_S} \right) + k \right]}{\gamma_{sl}} \quad (78)$$

Onde:

$V_{l,Rd}$: força cortante longitudinal resistente de cálculo de lajes com fôrma de aço incorporada, em newton, relativa a 1000 mm de largura;

b : largura unitária da laje, tomada igual a 1000 mm;

d_f : é a distância da face superior da laje de concreto ao centro geométrico da seção efetiva da fôrma, expressa em milímetros (mm);

m : inclinação da reta m-k, coeficiente fornecido no Anexo F;

k : ordenada na origem, coeficiente fornecido no Anexo F;

$A_{F,ef}$: área da seção efetiva da fôrma (correspondente a 1000 mm);

L_s : vão de cisalhamento, expresso em milímetros;

γ_{sl} : o coeficiente de ponderação da resistência, igual ao determinado pela norma ou especificação utilizada nos ensaios.

2.6.6.3.3 Cisalhamento Vertical

Segundo Bonini (2013), o cisalhamento vertical não é o modo de ruptura mais crítico para este tipo de laje e só ocorre quando há grandes alturas de lajes para pequenos vãos. A força cortante deve ser determinada através das equações 79 a 86:

$$V_{v,Rd} = V_{v,F,Rd} + V_{v,c,Rd} \leq V_{m\acute{a}x} \quad (79)$$

$$V_{v,c,Rd} = \frac{1000 \cdot \tau_{Rd} \cdot k_v (1,2 + 40\rho) \cdot A_v}{b_n} \quad (80)$$

$$V_{m\acute{a}x} = \frac{1000 \times 0,285 (f_{ck})^{1/2} A_v}{b_n} \quad (81)$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_v} \leq 0,02 \quad (82)$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} \quad (83)$$

$$f_{ctd} = \eta \cdot \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (84)$$

$$k_v = \begin{cases} \left(1,6 - \frac{d}{1000}\right) \geq 1,0 \\ 1,0 \text{ para outros casos} \end{cases} \quad (85)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,21f_{ck}^{2/3} \text{ em Mpa} \quad (86)$$

Onde:

$V_{v,F,Rd}$: É a força cortante vertical resistente de cálculo da fôrma de aço incorporada, expressa em newton (N), relativa a 1000 mm de largura, determinada conforme a ABNT NBR 14762;

$V_{vc,Rd}$: É a força cortante vertical resistente de cálculo do concreto, expressa em newton (N), relativa a 1000 mm de largura;

$v_{m\acute{a}x}$: É um limite da força cortante, expresso em newton (N), relativo a 1000 mm de largura;

A_v : É a área resistente do concreto;

d : É a distância da face superior da laje de concreto ao centro da armadura longitudinal de tração;

b_n : É a largura entre duas nervuras consecutivas;

η : É fornecido pela NBR 8800;

$f_{ctk,inf}$: É a resistência à tração direta característica inferior do concreto.

2.6.6.4 Estado Limite de Serviço - ELS

No estado limite de serviço são feitas as verificações de fissuração do concreto e o deslocamento vertical da fôrma de aço colaborante.

2.6.6.4.1 Fissuração do Concreto

Conforme determina a NBR 8800 (ABNT, 2008), concretos com densidade normal, a região que ocorre momento negativo deve ter sua verificação de fissuração executada seguindo o que recomenda a NBR 6118 de 2014. A fissuração ocorre em regiões de continuidade da laje.

A mesma norma, citada acima, também determina que seja utilizada para combater efeitos de retração e variação térmica no concreto com área mínima de 0,1% da área de concreto acima da face superior da fôrma.x'

O Manual Técnico *Steel Deck* da Metform S.A., determina com base nas normas uma maneira simples de encontrar a armadura de retração necessária para evitar a fissuração. Utilizando a especificação do tipo de telha fôrma adotada e da espessura da laje, conforme as Figuras 51 e 52, para as fôrmas MF 50 e MF 75:

Figura 51 - *Steel Deck* MF-50, consumo estimado de concreto e tipo de armadura de fissuração em tela soldada

Altura total da laje (mm)	Consumo de Concreto (m ³ /m ²)	Tipo de armadura para retração, em tela soldada		
		Denominação	Composição	Peso (kg/m ²)
100	0,0750	Q - 75	ø3,8 x ø3,8 - 150x150	1,21
110	0,0850	Q - 75	ø3,8 x ø3,8 - 150x150	1,21
120	0,0950	Q - 75	ø3,8 x ø3,8 - 150x150	1,21
130	0,1050	Q - 92	ø4,2 x ø4,2 - 150x150	1,48
140	0,1150	Q - 92	ø4,2 x ø4,2 - 150x150	1,48
150	0,1250	Q - 113	ø3,8 x ø3,8 - 100x100	1,80
160	0,1350	Q - 113	ø4,2 x ø4,2 - 100x100	1,80
170	0,1450	Q - 138	ø3,8 x ø3,8 - 100x100	2,20

Fonte: (METFORM AS, 2012)

Figura 52 - *Steel Deck* MF-75, consumo estimado de concreto e tipo de armadura de fissuração em tela soldada

Altura total da laje (mm)	Consumo de Concreto (m ³ /m ²)	Tipo de armadura para retração, em tela soldada		
		Denominação	Composição	Peso (kg/m ²)
130	0,0925	Q - 75	ø3,8 x ø3,8 - 150x150	1,21
140	0,1025	Q - 75	ø3,8 x ø3,8 - 150x150	1,21
150	0,1125	Q - 75	ø3,8 x ø3,8 - 150x150	1,21
160	0,1225	Q - 92	ø4,2 x ø4,2 - 150x150	1,48
170	0,1325	Q - 113	ø3,8 x ø3,8 - 100x100	1,80
180	0,1425	Q - 113	ø3,8 x ø3,8 - 100x100	1,80
190	0,1525	Q - 138	ø4,2 x ø4,2 - 100x100	2,20
200	0,1625	Q - 138	ø4,2 x ø4,2 - 100x100	2,20

Fonte: (METFORM SA, 2012)

A armadura que se encontra sobre as vigas devido a continuidade é especificada pelo fabricante, de acordo com a Metform S.A. (2006), essa armadura deve ter seção transversal redonda, devem ser colocadas nas regiões de ligações entre vigas secundárias e principais com o cobrimento mínimo de 20 mm. A área de armadura pode ser determinada pelas expressões seguintes:

$$A_{s1} = 0,5\% \left(\frac{L_{sm}}{8} x h_c \right) \quad (87)$$

$$A_{s2} = 0,6\% \left(\frac{L_{sm}}{8} x h_c \right) \quad (88)$$

Onde:

A_{s1} : Área de armadura acima das vigas secundárias, em cm²;

L_{sm} : Vão médio das vigas secundárias;

h_c : Altura de concreto acima do Steel Deck;

A_{s2} : Área de armadura acima das vigas primárias, em cm²;

L_{pm} : Vão médio das vigas primárias.

2.6.6.4.2 Verificação do Deslocamento Vertical

O deslocamento máximo aceitável por norma é da ordem de $L_f/350$, assim para verificar o deslocamento máximo utiliza-se a equação da flecha máxima expressa logo abaixo:

$$W_{m\acute{a}x} = \frac{5.q.l^4}{384.E_c.I} \quad (89)$$

Onde:

q : Sobrecarga;

l : comprimento do vão da viga;

E_c : Módulo de elasticidade do concreto;

I : Momento de inércia da seção.

2.5.7 Dimensionamento da Laje Steel Deck Pelo Método das Tabelas Metform

Inicialmente, o dimensionamento de lajes com fôrma colaborante exige duas considerações iniciais, primeiro diz respeito ao dimensionamento da fôrma que atuará sozinha contra as sobrecargas da obra. A segunda consideração trata sobre a atuação de forma conjunta do aço e concreto, que só acontece após o concreto ganha 75% da resistência exigida em projeto.

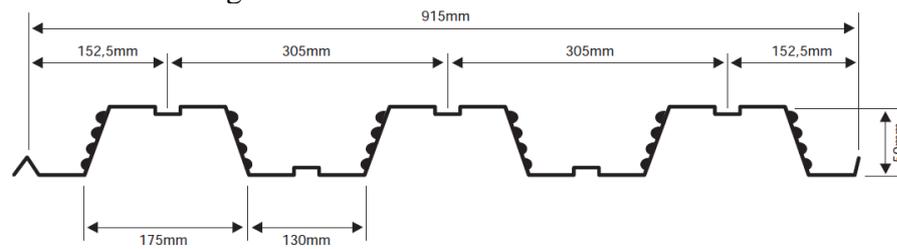
E comum ao projetar esse tipo de estrutura que seja adotado a fôrma de algum fabricante, e então utiliza-se tabelas pré-estabelecidas para o dimensionamento do *steel deck*. As tabelas fornecidas pelos fabricantes trazem dados como carga suportada para determinada laje, espessura das chapas combinadas a vãos máximos sem escoramento, peso próprio da laje e espessura da laje.

Para o dimensionamento das lajes em aço e concreto serão utilizadas como referência a fôrma MF-50 da Metform combinado as suas tabelas de dimensionamento, tanto na fase inicial como final. A fôrma MF-50 é indicada para edificações residenciais, hotéis, hospitais, entre outros.

A Metform produz fôrmas de aço galvanizado ASTM A653 – Grau 40 (ZAR 280), que possui resistência ao escoamento igual a 280 Mpa. A fôrma MF-50 possui nervuras de altura igual 50 mm e largura útil de 915 mm.

A Figura 53 retrata as dimensões da telha MF-50.

Figura 53 - Dimensões da fôrma MF-50



Fonte: (METFORM, 2006)

Na fase inicial, através das tabelas, é encontrado o vão máximo sem a utilização de escoramento, podendo ser duplo, triplo ou em balanço. Em vãos simples, a forma fica simplesmente apoiada. Em vãos duplos, a fôrma continua sobre os dois vãos existentes e consecutivos, sendo que os comprimentos, dos vãos máximos, são apontados pela tabela. Para vãos triplos, a fôrma de aço colaborante acompanha os três vãos com seus comprimentos devidamente apontado pela tabela. Caso o vão da laje ultrapasse o limite do vão máximo sem escoramento, deve-se escorar a laje durante a concretagem (FAKURY, SILVA E CALDAS, 2016).

Já na fase final, as verificações se resumem as obtenções das cargas máximas que as lajes suportam, a depender do comprimento do vão. Durante a fase final, a laje é tratada como simplesmente apoiada (FAKURY, SILVA E CALDAS, 2016).

O Manual Técnico de Lajes Steel Deck da Metform faz algumas observações importantes, citadas a seguir:

- a) **Peso próprio:** O peso próprio da laje foi determinado considerando-se concreto de densidade normal (2.400 Kg/m³). Entretanto, para se computar as cargas sobrepostas à laje, o valor do peso próprio não precisa ser considerado;
- b) **Armaduras adicionais:** Deverá ser especificada uma armadura nas duas direções, a fim de evitar possíveis fissuras devido à retração, ou a variações de temperatura do concreto. Além da armadura de retração, deverão ser previstas armaduras localizadas (acima de vigas principais, no contorno de pilares, etc) para evitar possíveis fissuras devido a tendência de continuidade da laje sobre os apoios;
- c) **Escoramento:** Caso o vão utilizado seja superior ao vão máximo sem escoramento indicado na tabela de cargas, a laje deverá ser escorada durante a concretagem;
- d) **Largura de apoio:** Os valores recomendados para as larguras de apoio são: Steel Deck MF-75: 75mm (apoios externos) e 150mm (apoios internos); Steel Deck MF-50: 50mm (apoios externos) e 100mm (apoios internos); caso não seja possível a utilização das

larguras de apoio consideradas acima o Departamento Técnico da METFORM deverá ser consultado;

- e) **Lajes de piso:** Para lajes de piso, recomenda-se que a altura total de concreto seja maior ou igual a 140 mm.
- f) **Cargas pontuais ou lineares:** A tabela de cargas foi elaborada para cargas uniformemente distribuídas na superfície da laje. Caso existam cargas lineares ou pontuais aplicados diretamente na laje, o Departamento Técnico da Metform deverá ser consultado.
- g) **Situações de incêndio:** Os valores indicados na tabela de cargas correspondem aos carregamentos que podem ser aplicados em temperatura ambiente, ou em situações de incêndio com tempos de atuação de até 30 minutos. Para situações de incêndio com tempos de atuação superiores a 30 minutos a norma NBR – 14323 deverá ser consultada, para que as armaduras adicionais sejam consideradas na resistência nominal das lajes.

3. METODOLOGIA

Este capítulo se destina a apresentação dos métodos e técnicas utilizados na realização do trabalho, onde foram dimensionadas e analisadas as lajes nervuradas treliçadas e lajes mistas *steel deck* através de um rigoroso critério de cálculo.

3.1 Classificação da Pesquisa

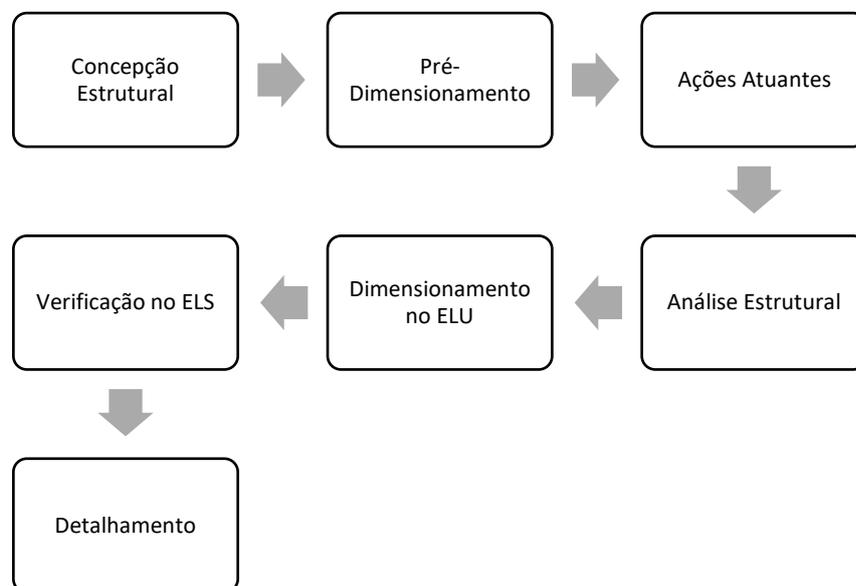
Para o dimensionamento e análise dos dois tipos de lajes escolhidas na fase de decisão dos sistemas estruturais adotados fez-se necessário executar uma pesquisa de cunho bibliográfico tendo como base livros, dissertações, artigo, teses, entre outros. Contudo, foi necessário adentrar na pesquisa descritiva-exploratória para fundamentar todas as análises nos estados limites último e de serviço.

Em uma segunda etapa, após adquirir o conhecimento das modelos de lajes adotados no trabalho, através de uma abordagem quali-quantitativa, foram apresentadas as etapas para o dimensionamento e verificação dos sistemas estruturais em estudo.

3.2 Etapas do dimensionamento das Lajes Treliçadas

Todas as etapas para o dimensionamento foram detalhadas no capítulo de referencial teórico, o fluxograma a seguir, representado pela Figura 54, traz a sequência adotadas para os procedimentos.

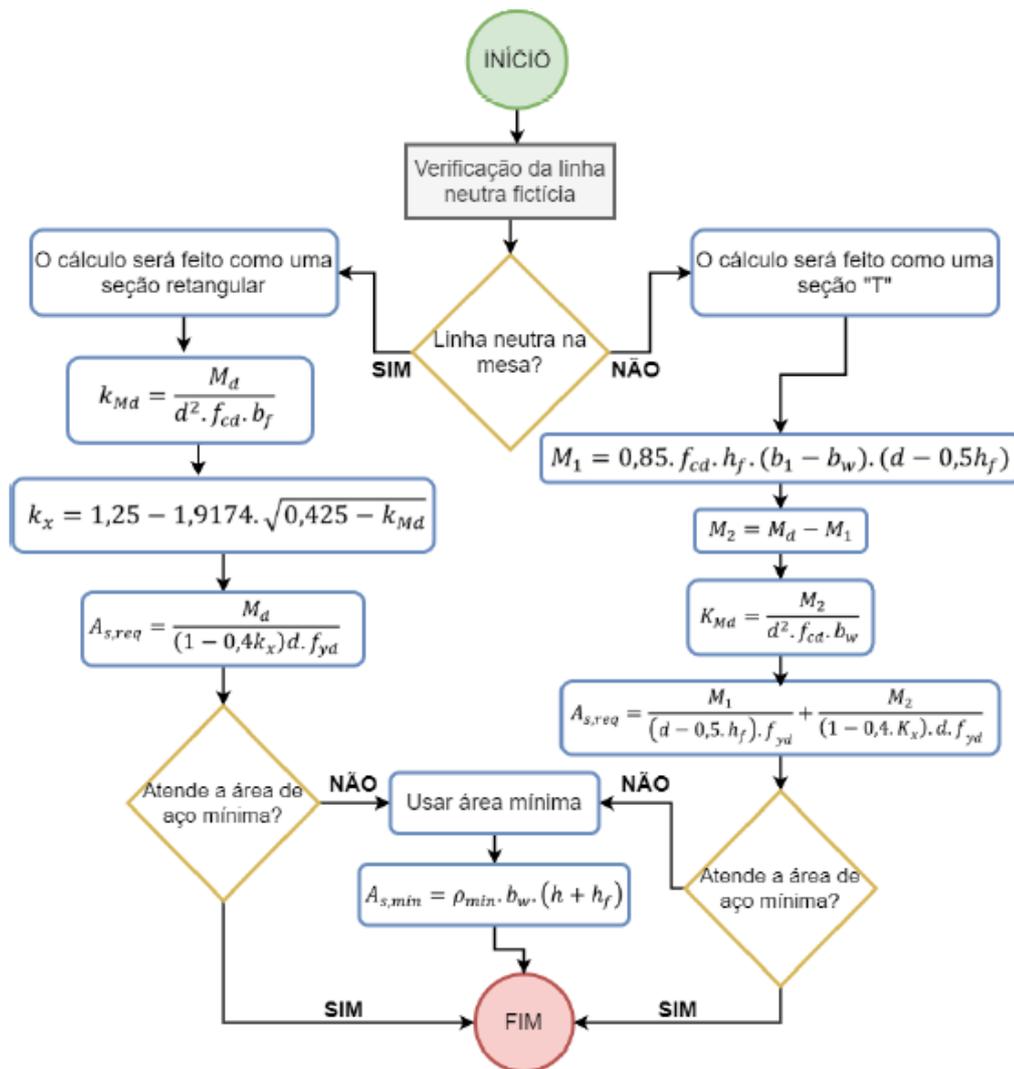
Figura 54 - Fluxograma das etapas do dimensionamento e verificação



Fonte: Elaborado pelo autor

O cálculo da armadura necessária ocorre para resistir aos momentos fletores é uma das etapas mais importante para as estruturas de concreto armado. As estruturas de concreto armado são dimensionadas no estado limite último, também chamado de estado em que a estrutura chega à ruína, completa ou parcialmente. O Fluxograma apresentado na Figura 55 representa o roteiro de cálculo para a armadura longitudinal, que ocorre na seção mais solicitada a flexão.

Figura 55 - Fluxograma para dimensionamento a flexão



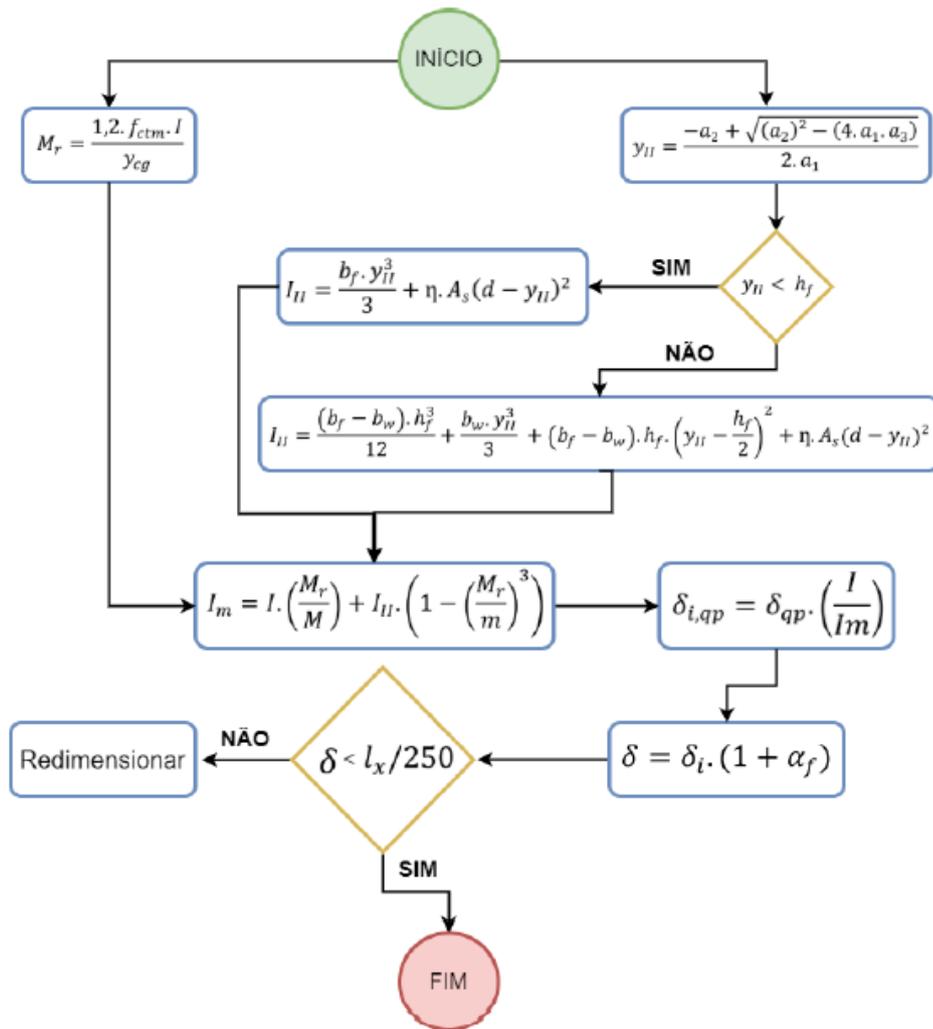
Fonte: Silva (2021)

O concreto está sujeito a fluência e a retração, a retração é uma variação volumétrica que ocorre no concreto ao longo dos anos. Já a fluência ocorre nas primeiras 24 horas após a aplicação do carregamento e é considerada irreversível.

O dimensionamento da armadura busca diminuir ou acabar com as deformações causadas pela retração e fluência, e é por isso que a armadura é posicionada na região mais tracionada. Outro ponto importante é a determinação da flecha, pois devido ao efeito da fluência, pode atingir valor 3 vezes maior que o valor da deformação imediata.

A seguir é mostrado um fluxograma na Figura 56 seguindo um roteiro de cálculo para a verificação da flecha.

Figura 56- Etapas para cálculo da flecha



Fonte: Silva (2017)

Para a correta realização e desenvolvimento deste estudo foi necessário, com base nas normas técnicas vigentes, fazer o dimensionamento das lajes nervuradas treliçadas com a utilização do *software Alto QI Eberick* (AltoQi Tecnologia). O *Eberick* é um programa computacional da área de dimensionamento de estruturas voltado exclusivamente para projeto.

Segundo BEZERRA (2017), este *software* pode ser utilizado para tratamento de ações verticais, visto que é um programa simples e eficiente, além de possibilitar uma análise das deformações da estrutura.

Também foi utilizado o *Microsoft Office Excel*, esta ferramenta dispõe de uma infinidade de recursos matemáticos que possibilitam a implementação de cálculos específicos para dimensionamento e análise de estruturas.

Para análise de Elementos isolados em 2D foi utilizado o *FTOOL*. Essa é uma ferramenta de análise estrutural bidimensional, esta ferramenta foi idealizada pelo Professor Luiz Fernando Martha do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

Para o estudo foi adotado um projeto arquitetônico, onde todas as análises serão feitas para o mesmo pavimento tipo. Ficou definido o seguinte passo a passo para dimensionar e analisar o modelo estrutural de laje treliçada:

- a) Concepção estrutural: definição dos modelos adotados e lançamento da estrutura;
- b) Pré-dimensionamento: determinação do vão efetivo, altura da laje, classe de agressividade ambiental e cobrimento mínimo;
- c) Ações atuantes: determinação das ações permanentes (peso próprio, paredes, contrapiso, revestimento do teto e piso), ações variáveis e combinações das ações (combinações últimas e combinações de serviço);
- d) Análise estrutural: consiste em simular a aplicação dos esforços solicitantes e estudar a resposta da estrutura diante das ações;
- e) Dimensionamento no ELU: dimensionamento a flexão e dimensionamento a cisalhamento;
- f) Verificação no ELS: cálculos das deformações excessivas e o limite de abertura de fissuras;
- g) Detalhamento: armadura principal (armadura máxima e mínima), espaçamentos (máximo e mínimo).

3.3 Etapas do dimensionamento das Lajes Mistas Steel Deck

A principal diferença das lajes mistas no que diz respeito ao dimensionamento e verificação é a divisão em duas fases. A primeira fase é chamada de fase inicial e ocorre quando a fôrma suporta sozinha as sobrecargas da obra e a segunda fase ocorre após o concreto atingir 75% da sua resistência de projeto. Ou seja, a laje só é considerada para efeitos de suporte

O dimensionamento das lajes com fôrma colaborante tem como base principal a NBR 8800 (2008), a partir desse processo serão formulados dados que possibilitarão uma análise comparativa, para um mesmo pavimento tipo, entre as lajes mistas e treliçadas.

Os processos para dimensionamento e verificação, conforme o capítulo 2, segue o seguinte roteiro:

- a) Fase inicial: a fôrma é analisada no ELU e ELS;
- b) Fase final: A laje é tratada como mista, ou seja, trabalha em conjunto aço e concreto. No ELS são analisados os seguintes parâmetros: resistência ao momento fletor positivo, resistência ao momento fletor negativo, flambagem da fôrma, resistência ao cisalhamento longitudinal, resistência ao cisalhamento vertical e resistência a punção (está não será analisada). No ELS são analisadas a fissuração do concreto e o deslocamento vertical.

3.4 Auxílio de Ferramentas Computacionais

No decorrer do trabalho, fez-se necessário a busca por ferramentas que auxiliasse no dimensionamento, verificação e compreensão dos resultados obtidos.

As lajes treliçadas passaram por dimensionamento de cálculo manual com base na formulação proposta no referencial teórico, contudo, o auxílio de software como o *Microsoft Office Excel* para o dimensionamento e verificação.

Também foi utilizado o *Microsoft Office Excel*, esta ferramenta dispõe de uma infinidade de recursos matemáticos que possibilitam a implementação de cálculos específicos para dimensionamento e análise de estruturas.

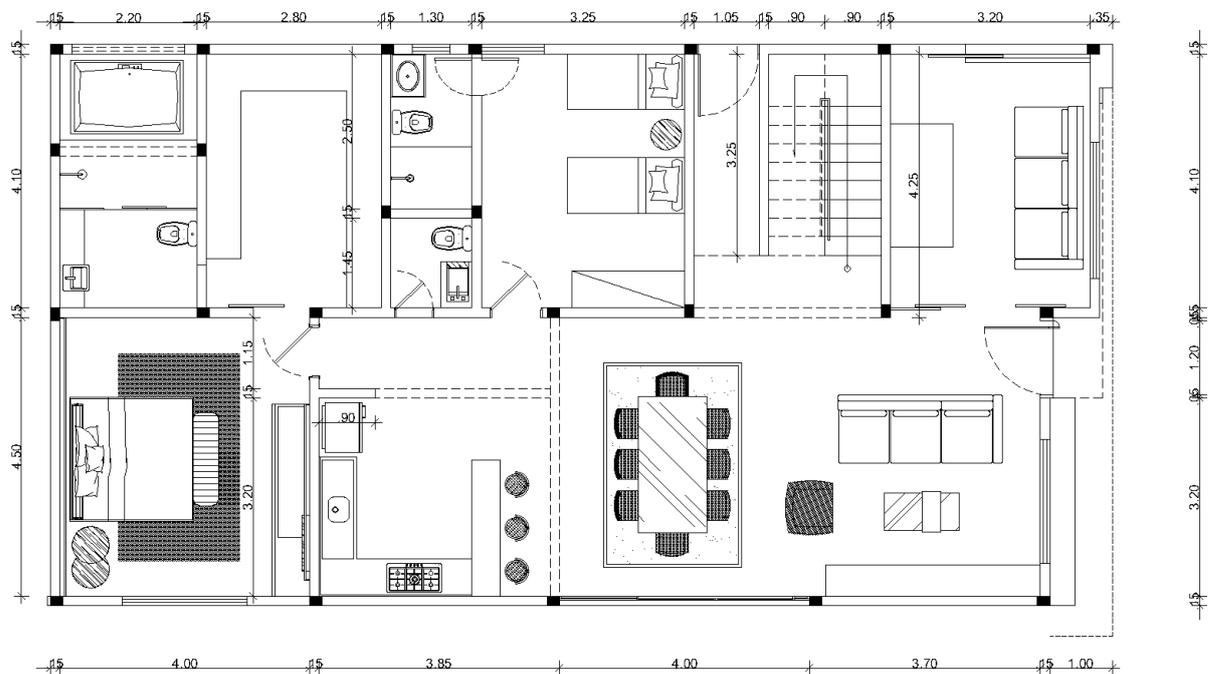
Como as lajes, em muitas situações, podem ser tratadas como vigas e/ou elementos isolados, utilizou-se o para análise desses elementos o FTOOL. O FTOOL é uma ferramenta computacional de origem brasileira que possibilita analisar os momentos fletores, forças cortante, deslocamento e deformações. Essa ferramenta foi idealizada pelo Professor Luiz Fernando Martha do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

4. CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO E DIMENSIONAMENTO

Para a execução prática do estudo foi utilizado um projeto de arquitetura de autoria do Arquiteto Luís Guemes Rodrigues, o qual foi executado na cidade de Canindé, no Ceará. O trabalho trata apenas do dimensionamento e verificação dos modelos de lajes.

A edificação é composta por térreo mais dois pavimentos, com uma área total de 350 m². Contudo, o estudo fará uma análise apenas das lajes do primeiro pavimento, isso quer dizer que o térreo e o segundo andar não farão parte da pesquisa. A figura 58 traz a planta baixa do pavimento que será dimensionado e verificado nos ELU e ELS.

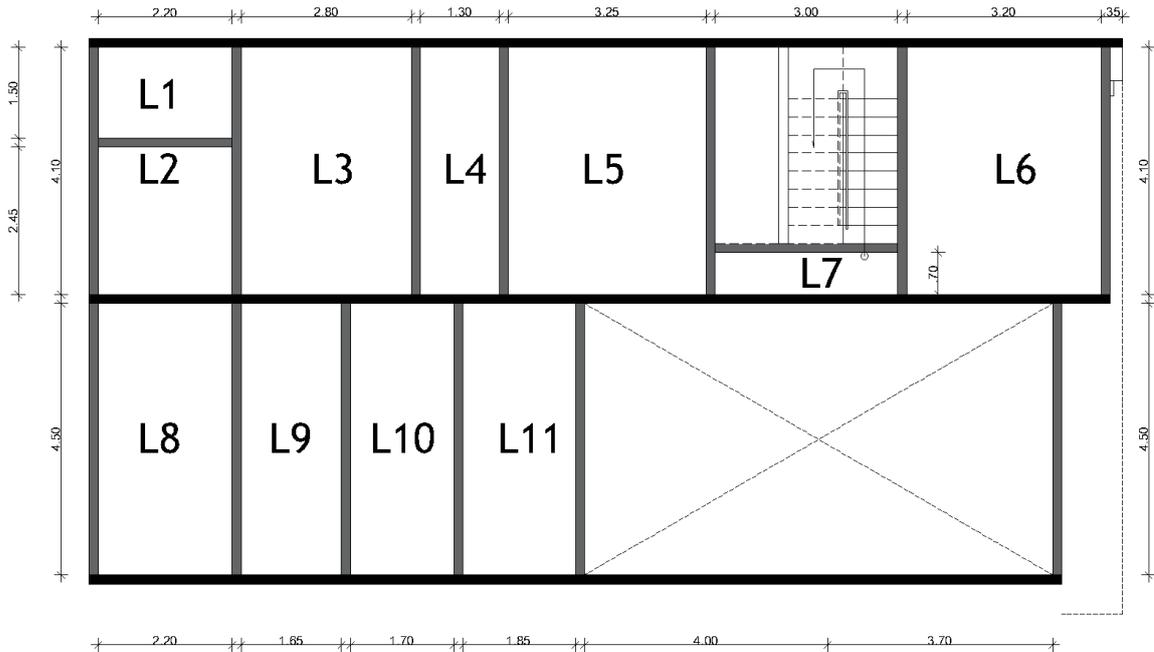
Figura 57: Planta baixa modelo



Fonte: Arq. Luis Guemes

4.1 Dimensionamento da Laje *Steel Deck*

A fase inicial de um projeto estrutural de lajes mistas começa com o recebimento do projeto arquitetônico e o primeiro passo é gerar uma planta de fôrmas com as localizações dos pilares, vigas e lajes. A Figura 58 representa a planta de forma gerada para a planta baixa da edificação.

Figura 58: Planta de forma laje *steel-deck*

Fonte: Autor

A planta de forma compreende 11 lajes, das quais, a laje L5 apresenta o vão crítico de 3,25 metros.

Após a concepção da estrutura, foi feito o dimensionamento através da tabela Metform, cruzando o vão máximo com a carga gerada pelas ações.

Com base na tabela 3, fornecida pela fabricante de formas colaborantes, Metform S.A, o perfil escolhido para as 11 lajes foi o MF – 75, com espessura de 1,25 mm e altura útil da laje de 140 mm. Esse perfil foi escolhido por apresentar as condições necessárias para vencer todos os vãos das lajes e suportar o carregamento que está atuando a seus planos sem a necessidade de escoramento.

O perfil escolhido para a laje passará pelas verificações de resistência conforme a NBR 8800 (2008), verificando o desempenho no ELU e ELS para a fase inicial e final. Outro ponto importante é a divisão da análise em duas fases, a primeira fase analisa a forma metálica como única peça atuando para combater os esforços atuantes. Quando o concreto atingir 75% da sua resistência característica é que se pode analisar a estrutura como mista, ou seja, quando o concreto e o aço estão trabalhando em conjunto.

O dimensionamento será feito utilizando a Tabela 04, fornecida pela Metform S.A..

Tabela 04: Tabela de Cargas e Vãos Máximos MF 75

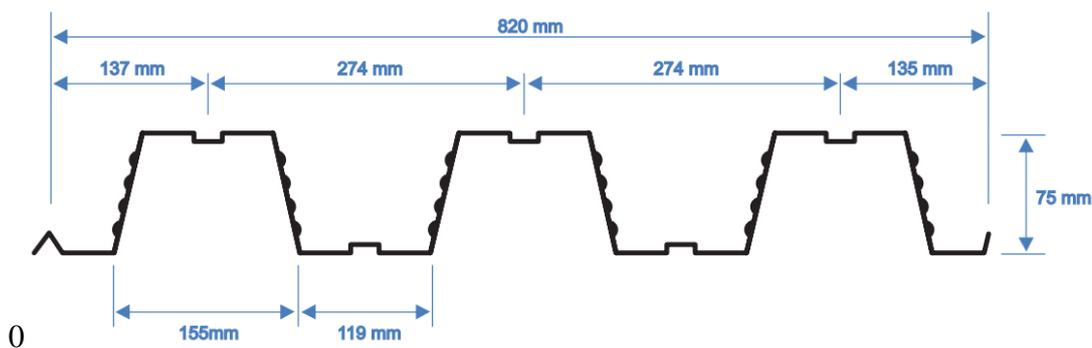
	Altura da Laje (mm)	Espessura Telha-fôrma (mm)	Vãos Máximos sem Escoramento				Peso Próprio (kN/m ²)	M. Inércia Laje Mista (10 ⁶ mm ⁴ /m)	Carga Sobreposta Máxima (kN/m ²)															
			Simples (mm)	Duplo (mm)	Tripla (mm)	Balanço (mm)			Vãos (mm)															
									2.000	2.100	2.200	2.300	2.400	2.500	2.600	2.700	2.800	2.900	3.000	3.150	3.300	3.500	3.750	4.000
Laje de Forro	130	0,80	2.350	3.200	3.300	1.150	2,27	10,66	11,87	10,56	9,42	8,43	7,56	6,79	6,11	5,51	4,96	4,47	4,03	3,45	2,94	2,37	1,77	1,29
		0,95	3.000	3.650	3.750	1.350	2,28	11,34	14,19	12,69	11,38	10,25	9,25	8,36	7,58	6,88	6,25	5,69	5,18	4,51	3,92	3,26	2,56	2,00
		1,25	3.650	4.300	4.400	1.650	2,32	12,74	18,83	16,94	15,31	13,88	12,62	11,50	10,51	9,63	8,84	8,13	7,48	6,63	5,88	5,03	4,15	3,42
Laje de Piso	140	0,80	2.200	3.100	3.200	1.150	2,50	13,17	13,16	11,71	10,45	9,35	8,39	7,54	6,78	6,11	5,51	4,97	4,48	3,83	3,27	2,63	1,98	1,44
		0,95	2.850	3.500	3.600	1.350	2,52	13,99	15,74	14,07	12,63	11,37	10,26	9,28	8,41	7,64	6,94	6,32	5,76	5,01	4,36	3,62	2,85	2,23
		1,25	3.500	4.150	4.250	1.600	2,55	15,68	20,00	18,79	16,98	15,39	14,00	12,76	11,67	10,69	9,81	9,02	8,31	7,36	6,53	5,59	4,61	3,81
	150	0,80	2.000	3.000	3.100	1.100	2,74	16,06	14,46	12,86	11,48	10,28	9,22	8,28	7,45	6,72	6,06	5,46	4,93	4,22	3,60	2,90	2,18	1,59
		0,95	2.650	3.400	3.500	1.300	2,75	17,04	17,28	15,45	13,87	12,49	11,27	10,20	9,24	8,39	7,63	6,95	6,33	5,51	4,80	3,98	3,14	2,45
		1,25	3.400	4.000	4.100	1.550	2,79	19,05	20,00	18,65	16,91	15,38	14,02	12,82	11,75	10,78	9,91	9,13	8,09	7,18	6,15	5,07	4,19	
	160	0,80	1.850	2.900	3.000	1.100	2,97	19,35	15,75	14,02	12,51	11,20	10,04	9,03	8,12	7,32	6,60	5,95	5,37	4,60	3,93	3,17	2,38	1,73
		0,95	2.500	3.300	3.400	1.250	2,99	20,51	18,83	16,84	15,11	13,61	12,28	11,11	10,07	9,15	8,32	7,57	6,90	6,01	5,23	4,35	3,43	2,68
		1,25	3.250	3.900	4.000	1.500	3,02	22,90	20,00	20,00	18,42	16,76	15,28	13,97	12,80	11,75	10,81	9,95	8,82	7,83	6,71	5,54	4,58	
	170	0,80	1.700	2.800	2.900	1.050	3,21	23,07	17,04	15,17	13,54	12,12	10,87	9,77	8,80	7,93	7,15	6,45	5,82	4,98	4,26	3,43	2,58	1,88
		0,95	2.350	3.200	3.300	1.250	3,23	24,44	20,00	18,22	16,36	14,72	13,29	12,03	10,91	9,90	9,01	8,20	7,47	6,51	5,67	4,71	3,72	2,91
		1,25	3.150	3.800	3.900	1.450	3,26	27,24	20,00	20,00	20,00	19,94	18,14	16,54	15,12	13,86	12,72	11,70	10,78	9,55	8,49	7,27	6,00	4,96
	180	0,80	1.550	2.750	2.850	1.050	3,44	27,25	18,34	16,32	14,57	13,04	11,70	10,52	9,47	8,53	7,69	6,94	6,26	5,37	4,59	3,70	2,78	2,03
		0,95	2.200	3.100	3.200	1.200	3,46	28,84	20,00	19,61	17,60	15,84	14,30	12,94	11,74	10,66	9,69	8,83	8,04	7,00	6,10	5,07	4,01	3,14
		1,25	3.050	3.700	3.800	1.450	3,50	32,10	20,00	20,00	20,00	20,00	19,51	17,80	16,28	14,92	13,70	12,60	11,60	10,28	9,14	7,83	6,47	5,35
	190	0,80	1.450	2.650	2.750	1.000	3,68	31,92	19,63	17,47	15,60	13,96	12,53	11,26	10,14	9,14	8,24	7,44	6,71	5,75	4,91	3,96	2,98	2,18
		0,95	2.100	3.050	3.150	1.200	3,70	33,75	20,00	20,00	18,84	16,96	15,32	13,86	12,57	11,41	10,38	9,45	8,62	7,50	6,54	5,44	4,30	3,36
		1,25	3.000	3.600	3.700	1.400	3,73	37,52	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	19,06	17,43	15,97	14,67	13,49	12,43	11,02	9,79	8,39	6,93	5,73
	200	0,80	1.400	2.600	2.650	1.000	3,91	37,10	20,00	18,62	16,63	14,88	13,35	12,00	10,81	9,74	8,79	7,93	7,16	6,13	5,24	4,23	3,19	2,33
		0,95	1.950	2.950	3.050	1.150	3,93	39,19	20,00	20,00	20,00	18,08	16,33	14,78	13,40	12,17	11,07	10,08	9,19	8,00	6,97	5,80	4,59	3,59
		1,25	2.900	3.500	3.650	1.400	3,97	43,51	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	18,58	17,03	15,64	14,38	13,25	11,75	10,44	8,94	7,39

Fonte: Metform, 2017

O processo de dimensionamento de uma laje envolve procedimentos arbitrários afim de determinar o peso próprio e outras características da estrutura. Contudo, buscou-se respeitar as exigências mínimas indicadas pelo fabricante. Assim, para a escolha da forma metálica e espessura da laje utilizou-se como referência o maior vão crítico, a escolha da fôrma passa a valer para todas as lajes da edificação.

A Figura 59 traz algumas características importantes do perfil escolhido

Figura 59: Características da laje MF – 75



Fonte: Metform, 2017.

Dados fornecidos pelo fabricante:

- $d_f = 102,28 \text{ mm}$
- $b = 1000 \text{ mm}$
- $b_n = 274 \text{ mm}$
- $t_c = 75 \text{ mm}$
- $A_{F,ef} = 1771 \text{ mm}^2$

Os carregamentos que serão considerados para efeitos de cálculo foram obtidos pelos dados do fabricante e da NBR 6120. A tabela 4 traz a verificação da carga máxima para o perfil escolhido.

- Peso próprio da laje: $2,55 \text{ kN/m}^2$ (Dados do fabricante);
- Revestimento: $1,4 \text{ kN/m}^2$ (ABNT NBR 6120);
- Forro: $0,15 \text{ kN/m}^2$
- Sobrecarga de utilização: 2 kN/m^2 (ABNT NBR 6120).

O dimensionamento do *deck* metálico não recebe como dado de entrada o peso próprio, visto que o perfil já dimensionado para suportar a carga gerada pelo seu próprio peso, contudo, nos procedimentos de verificação todas as cargas atuantes devem ser utilizadas. Assim, para o dimensionamento da laje utilizou-se como referência uma carga de $4,97 \text{ kN/m}^2$ gerada através da equação:

$$Q = (q_1 + q_2 + q_3) \cdot \gamma \rightarrow Q = (1,4 + 0,15 + 2) \cdot 1,4 = 4,97 \text{ KN/m}^2$$

A análise da carga máxima para todas as lajes é mostrada na tabela 04, logo abaixo.

Tabela 5: Análise da carga máxima

ANÁLISE DA CARGA MÁXIMA						
LOCALIZAÇÃO	Forro (Kn/m ²)	REVESTIMENTO (kn/m ²)	SOBRE-CARGA (kn/m ²)	TOTAL (kn/m ²)	CARGA MÁXIMA (kn/m ²)	VERIFICAÇÃO
L1	0,15	1,4	2	4,97	6,53	OK
L2	0,15	1,4	2	4,97	6,53	OK
L3	0,15	1,4	2	4,97	6,53	OK
L4	0,15	1,4	2	4,97	6,53	OK
L5	0,15	1,4	2	4,97	6,53	OK
L6	0,15	1,4	2	4,97	6,53	OK
L7	0,15	1,4	2	4,97	6,53	OK
L8	0,15	1,4	2	4,97	6,53	OK
L9	0,15	1,4	2	4,97	6,53	OK
L10	0,15	1,4	2	4,97	6,53	OK
L11	0,15	1,4	2	4,97	6,53	OK

Fonte: Autor

A Carga total utilizada nos cálculos de verificação será determinada pela majoração de todas as cargas apontadas acima, o coeficiente de majoração adotado foi de 1,4.

$$Q_t = (P_p + q_1 + q_2 + q_3) \cdot \gamma$$

$$Q_t = (2,55 + 1,4 + 2 + 0,15) \cdot 1,4$$

$$Q_t = 8,54 \text{ kn/m}^2$$

Durante o processo de dimensionamento adotou-se um perfil que não necessitasse da utilização de escoramento, a Tabela 5 faz a verificação da necessidade do uso de escoras durante a fase de concretagem do *deck* metálico. Assim, durante a fase de concretagem, para uma carga de 4,97 KN/m² não há necessidade de escoramento.

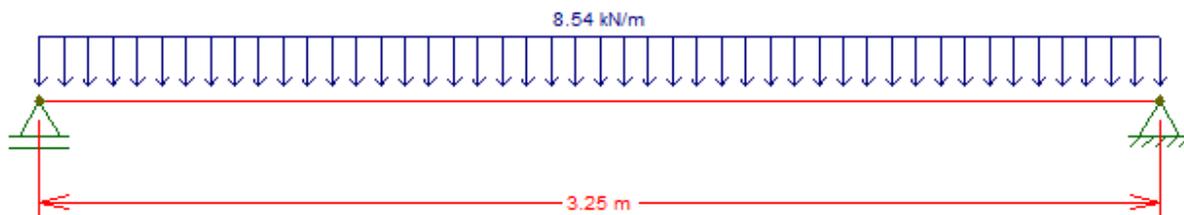
Tabela 6: Análise da necessidade de escoramento

ANÁLISE DA NECESSIDADE DE ESCORAMENTO							
LOCALIZAÇÃO	ESPESSURA DA FORMA	H FORMA (mm)	e (mm)	H LAJE (cm)	VÃO NA DIREÇÃO DA NERVURA (m)	VÃO MÁX. SEM ESCORAMENTO (m)	VERIFICAÇÃO
L1	MF - 75	75	1,25	14	1,50	3,50	OK
L2	MF - 75	75	1,25	14	2,20	3,50	OK
L3	MF - 75	75	1,25	14	2,80	3,50	OK
L4	MF - 75	75	1,25	14	1,30	3,50	OK
L5	MF - 75	75	1,25	14	3,25	3,50	OK
L6	MF - 75	75	1,25	14	3,20	3,50	OK
L7	MF - 75	75	1,25	14	0,70	3,50	OK
L8	MF - 75	75	1,25	14	2,20	3,50	OK
L9	MF - 75	75	1,25	14	1,65	3,50	OK
L10	MF - 75	75	1,25	14	1,70	3,50	OK
L11	MF - 75	75	1,25	14	1,85	3,50	OK

Fonte: Autor

As figuras 60,61 e 62 trazem respectivamente: distribuição das cargas, diagrama de momento fletor e diagrama de esforço cortante. A laje L5, por apresentar o vão crítico de 3,25m, passará pelas verificações.

Figura 60: Distribuição do carregamento



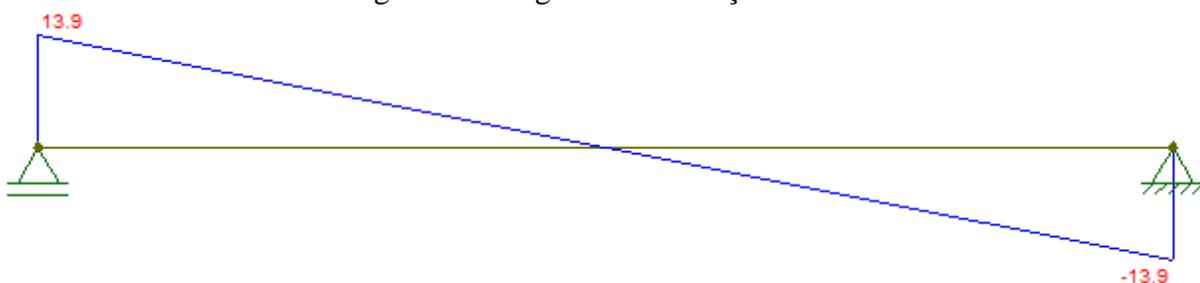
Fonte: Autor

Figura 61: Diagrama de momento fletor



Fonte: autor

Figura 62: Diagrama de esforço cortante



Fonte: Autor

Analisando os diagramas é possível verificar o momento máximo de cálculo (M_{sd}) de 11,30 kNm e o esforço cortante máximo (V_{sd}) de 13,90 kN.

O concreto adotado para a laje *steel deck* apresenta resistência de 25 Mpa.

4.1.1 Verificação do Momento Fletor – Laje 05

Para a verificação do momento fletor é necessário verificar a posição da linha neutra, utilizando as equações 65 e 66.

$N_{cf} = 0,85 \cdot b \cdot t_c \cdot f_{cd}$ (Força de compressão no concreto, considerando a interação total ao cisalhamento longitudinal)

$$N_{cf} = 0,85 \cdot 100 \cdot 7,5 \cdot \frac{2,5}{1,4}$$

$$N_{cf} = 1.138,39 \text{ KN}$$

$N_{pa} = A_f \cdot f_{ycd}$ (Força de tração na forma de aço, considerando a interação total ao cisalhamento longitudinal)

$$N_{pa} = 17,71 \cdot \frac{28}{1,15}$$

$$N_{pa} = 431,2 \text{ KN}$$

Como $N_{cf} > N_{pa}$, podemos afirmar que a linha neutra plástica (LNP) está passando acima do deck metálico.

Com o valor de N_{pa} calcula-se a altura do bloco de compressão do concreto, utilizando a equação 67.

$$a = \frac{N_{pa}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b}$$

$$a = \frac{431,20 \text{ kn}}{0,85 \cdot \frac{2,5}{1,4} \cdot 100}$$

$$a = 28,40 \text{ mm}$$

Com isso, o momento fletor é dado pela equação 68.

$$M_{Rd} = N_{pa} \cdot (d_f - 0,5a)$$

$$M_{Rd} = 431,2 \cdot (102,72 - 0,5 \cdot 28,40) \cdot 10^{-3}$$

$$M_{Rd} = 38,17 \text{ KN.m}$$

Para verificar se a estrutura está coerente quanto ao momento fletor M_{Rd} , se faz necessário uma análise comparativa com o valor do momento máximo de cálculo M_{sd} , que foi calculado utilizando o software Ftool.

$$M_{Rd} = 38,17 \text{ KN.m} > M_{sd} = 11,30 \text{ KN.m}$$

Assim, a verificação do momento fletor está ok.

4.1.2 Verificação do cisalhamento longitudinal

A verificação do cisalhamento longitudinal é feita por meio da equação 78.

$$V_{l,Rd} = \frac{b \cdot d_f \cdot \left[\left(\frac{m \cdot A_{F,ef}}{b \cdot L_s} \right) + k \right]}{\gamma_{sl}}$$

Onde:

$$L_s = \frac{L_f}{4}$$

L_s é vão de cisalhamento, expresso em milímetros (mm) e L_f é o vão teórico da laje na direção das nervuras.

As constantes M e K são obtidas através de ensaios previstos pela NBR 8800 (ABNT, 2008), ou seja, são dados empíricos realizados conforme o Eurocode, devidamente adaptado as exigências de segurança das normas brasileiras.

Gomes (2001), em sua dissertação, na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), aplicou os ensaios para as formas colaborantes da Metform. Os resultados são mostrados na Tabela 7.

“O estudo comparativo realizado revela que os valores dos parâmetros “m e k”, para ambas as espessuras do “steel deck” empregadas nos protótipos com concreto estrutural leve, podem ser os mesmos que já vêm sendo utilizados para as lajes mistas fabricadas com concreto de peso específico usual. A Tabela 6.9 apresenta os valores finais desses parâmetros para as diferentes espessuras da fôrma de aço “Steel Deck MF 75”, fabricada pela METFORM S.A. Os valores correspondentes à espessura de 0,95 mm foram obtidos de uma interpolação linear dos demais.” (GOMES, 2001)

Tabela 7: Valor de m e k .

Espessura nominal da fôrma (mm)	m (kN/m)	k (kN/m.mm)
0,80	152,14	0,0016970
0,95	170,97	0,0141960
1,25	208,63	0,0391194

Fonte: Gomes (2001)

Assim:

$$L_s = 0,9 \cdot \frac{3,25}{4} = 0,731m$$

$$V_{l,Rd} = \frac{100 \cdot 1,0228 \cdot \left[\left(\frac{208,63 \cdot 1771}{1000 \cdot 731} \right) + 0,0391194 \right]}{1,25}$$

$$V_{l,Rd} = 41,38 \text{ KN}$$

Assim

$$V_{l,Rd} > V_{Sd} = 13,90 \text{ KN}$$

Logo, a verificação ao cisalhamento longitudinal está ok.

4.1.3 Verificação do cisalhamento vertical

A determinação da força cortante vertical resistente de cálculo do concreto é dada pela equação 80, expressa em newton (N) para uma largura de 1000 mm.

$$V_{v,c,Rd} = \frac{1000 \cdot \tau_{Rd} \cdot k_v (1,2 + 40\rho) \cdot A_v}{b_n}$$

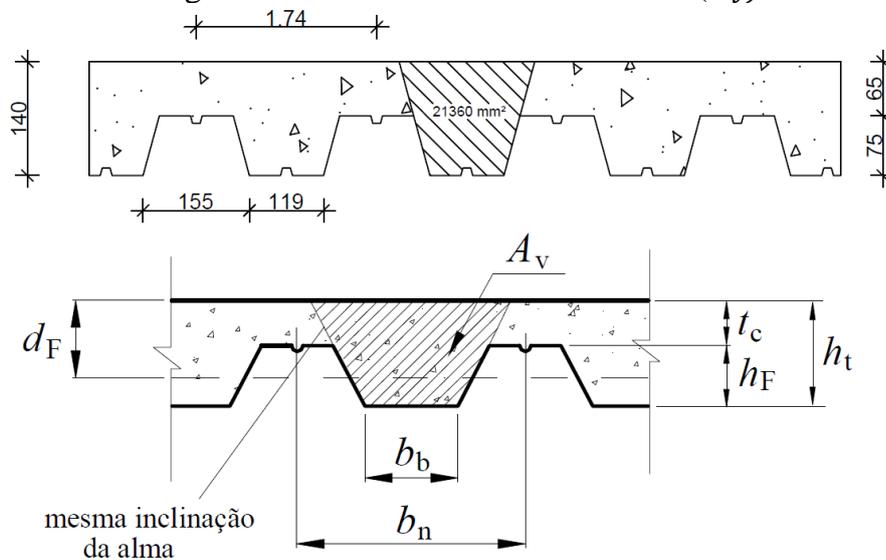
onde:

$$k_v = 1;$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_v} \leq 0,02$$

A figura 63 compreende os dados utilizados na equação do cisalhamento vertical.

Figura 63: Área resistente de concreto (A_v)



Fonte: Adaptado de ABNT NBR 8800 (2008)

- $A_v = \frac{(B+b).h}{2}$

$$A_v = \frac{(181+119).140}{2} = 21.000 \text{ mm}^2$$

- $A_s = \left(\sqrt{\left(\left(\frac{155-119}{2} \right)^2 + 75^2 \right)} + 130 + \sqrt{\left(\left(\frac{155-119}{2} \right)^2 + 75^2 \right)} \right) \cdot 1,25$

$$A_s = 355,32 \text{ mm}^2$$

Assim:

- $\rho = \frac{355,32}{21.000} = 0,0169 < 0,02 \quad \text{ok.}$

- $\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} \rightarrow \tau_{Rd} = 0,25 \cdot 1,4363 \rightarrow \tau_{Rd} = 0,359 \text{ Mpa} \left(0,000359 \frac{\text{kn}}{\text{mm}^2} \right)$

- $f_{ctd} = \frac{\eta \cdot f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \rightarrow f_{ctd} = \frac{1 \cdot 1,7954}{1,25} \rightarrow f_{ctd} = 1,4363 \text{ Mpa}$

- $\eta = 0,3 + 0,7 (\rho_c/2400) \rightarrow \eta = 0,3 + 0,7 (2400/2400) \rightarrow \eta = 1$

- $f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} \rightarrow f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot 25^{2/3} \rightarrow f_{ctk,inf} = 1,7954 \text{ Mpa}$

Assim:

$$V_{v,c,Rd} = \frac{1000 \cdot 0,000359 \cdot 1 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,0169) \cdot 21000}{274}$$

$$V_{v,c,Rd} = 51,61 \text{ kN}$$

Como $V_{v,c,Rd} > V_{Sd}$, a verificação do cisalhamento vertical está ok.

4.1.4 Deslocamento vertical máximo

O deslocamento vertical não pode exceder o valor de $L_F/350$, levando em consideração apenas os efeitos causados por ações variáveis. L_f é o vão teórico da laje na direção das nervuras.

Para determinação da flecha no maior vão da edificação, vamos utilizar a equação 64:

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{5 \cdot p \cdot L^2}{384 \cdot E_a \cdot I_{ef}} \leq \frac{L_F}{350}$$

$$P = 3,55 \text{ kn/m}^2 = 3,55 \times 10^{-6} \text{ kn/mm}^2;$$

$$L = 3250 \text{ mm};$$

$$E_c = 21287,4 \text{ MPa (módulo de elasticidade do aço)}$$

$$I = 19,05 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 3250^4}{384 \cdot 21287,4 \cdot 10^6 \cdot 19,05 \cdot 10^6} \leq \frac{325}{350}$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = 7,16 \text{ mm} \leq \delta_{adm} = 13 \text{ mm OK!}$$

4.1.5 Armadura de combate a fissuração

Para combater a fissuração na parte superior da laje, em regiões de momento fletor negativo, a NBR 8800 (2008) indica seguir o que é determinado pela NBR 6118 (2014) para concreto de densidade normal.

A norma indica também que para lajes projetadas como simplesmente apoiada deve-se acrescentar armaduras para mitigar os efeitos da retração e temperatura. Essa armadura deve apresentar uma área mínima de 0,1% da área de concreto acima da face superior da forma e seu posicionamento deve ser de 2 cm abaixo do topo da laje.

A tabela 07, desenvolvida pela Metform S.A., traz o indicativo de telas soldadas, partindo da altura (140mm) a tela a ser usada é a Q-75.

Figura 64: Armadura para retração

Altura total da laje (mm)	Consumo de Concreto (m ³ /m ²)	Tipo de armadura para retração, em tela soldada		
		Denominação	Composição	Peso (kg/m ²)
130	0,0925	Q - 75	ø3,8 x ø3,8 - 150x150	1,21
140	0,1025	Q - 75	ø3,8 x ø3,8 - 150x150	1,21
150	0,1125	Q - 75	ø3,8 x ø3,8 - 150x150	1,21
160	0,1225	Q - 92	ø4,2 x ø4,2 - 150x150	1,48
170	0,1325	Q - 113	ø3,8 x ø3,8 - 100x100	1,80
180	0,1425	Q - 113	ø3,8 x ø3,8 - 100x100	1,80
190	0,1525	Q - 138	ø4,2 x ø4,2 - 100x100	2,20
200	0,1625	Q - 138	ø4,2 x ø4,2 - 100x100	2,20

Fonte: Metform, 2017

A área de aço mínima deve atender ao seguinte critério:

$$A_s \geq 0,1\% \cdot (h_c \cdot b) \rightarrow A_s \geq 0,1\% \cdot (6,5 \cdot 100) \rightarrow A_s \geq 0,65 \text{ cm}^2/\text{m}$$

4.1.6 Resultados das verificações do *steel deck*

A Tabela 08 traz os valores das verificações para o deck metálico adotado para as lajes, os resultados são referentes somente a laje L5, pois a mesma apresenta o vão crítico. A laje analisada L5 tem 4,10 x 3,25 m. A laje escolhida na fase de dimensionamento foi a MF-75 com altura de 140 mm, espessura de 1,25 mm e um vão máximo para laje simplesmente apoiada de 3,50m.

Tabela 08: Verificações da laje L5

MOMENTO FLETOR			
LAJE 5 (m)	Mrd	Msd	verificação
3,25x4,10	38,17 KNm	11,3 KNm	OK!

CISALHAMENTO LONGITUDINAL			
LAJE 5 (m)	Vlrd	Vlsd	verificação
3,25x4,10	41,30 KN	13,90 KN	OK!

CISALHAMENTO VERTICAL			
LAJE 5 (m)	Vrd	Vsd	verificação
3,25x4,10	51,61 KN	13,90 KN	OK!

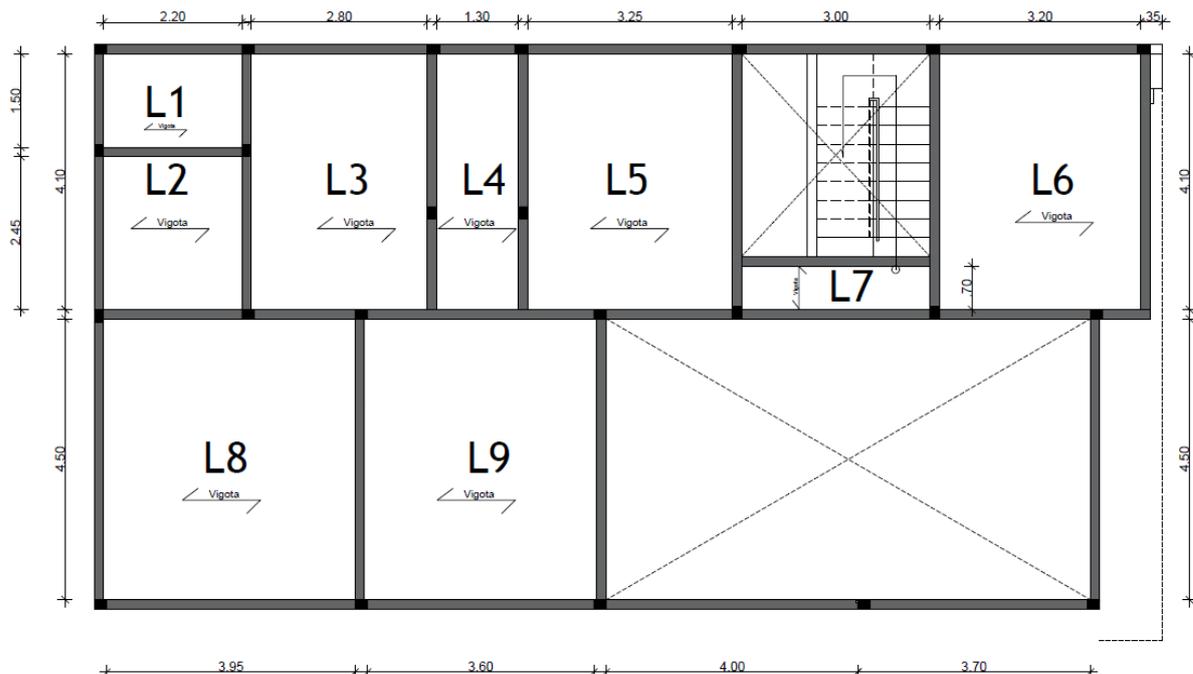
DESLOCAMENTO MÁXIMO			
LAJE 5 (m)	δ_{adm}	δ_{max}	verificação
3,25x4,10	0,928 cm	0,716 cm	OK!

Fonte: Autor

4.2 Dimensionamento da Laje Treliçada

O projeto de lajes treliçadas foi dimensionado e verificado com o auxílio de uma planilha do software Excel. Antes de iniciar o dimensionamento e as verificações, o primeiro passo foi gerar uma planta de forma, locando pilares, vigas e as lajes, conforme a Figura 64.

Figura 65: Planta de forma laje treliçada



Fonte: Autor

Como apresentado na figura 65, o pavimento da edificação adotada foi dividido em nove lajes, que foram dimensionadas como elementos biapoiados, considerando a inexistência de engastamento entre elas.

O material de enchimento adotado foi o EPS, com espessura de 8 e 12 cm. As lajes L1, L2, L3, L4, L5, L6 e L7 ficaram com altura final de 12 cm, e as lajes L8 e L9 ficaram com 16 cm. As vigotas foram posicionadas no sentido dos menores vãos.

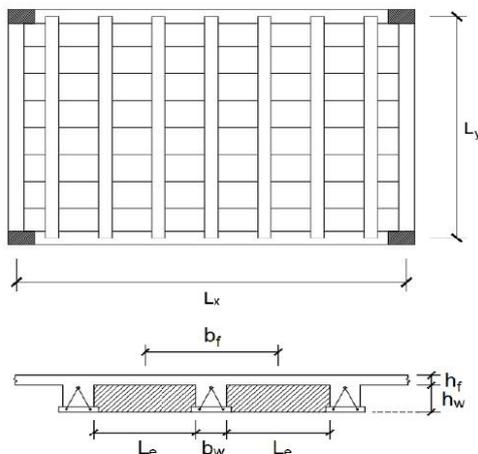
O concreto adotado tem resistência característica de 25 Mpa.

Os memoriais de cálculo das lajes estão em forma de anexo (ANEXO A – I). A seguir, em formato de imagem, será apresentado o memorial de cálculo da laje L5. Vale ressaltar que o memorial teve como principal referencia o livro dos professores Roberto Chust Jasson Rodrigues: CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4º Ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

As Figuras 66, 67, 68, 69, 70, 71 e 72 trazem o memorial de cálculo para o dimensionamento e verificação da laje 5. O dimensionamento e a verificação das demais lajes estão em forma de anexo (ANEXO A – I).

Figura 66: Memorial de cálculo L5 – parte 01

Memorial de cálculo da laje L5 - Pav. Sup.



L1 é uma laje treliçada unidirecional, o que significa que possui nervuras apenas na direção do vão L_y . Seu cálculo se resume em encontrar a armadura necessária para resistir aos esforços atuando em uma viga com seção T, biapoiada, definida a partir de uma área de influência de largura b_f em torno das nervuras

• Cargas:

Permanente:

Peso próprio =	1,69 kN/m ²
Contrapiso =	0,63 kN/m ²
Revestimento =	0,50 kN/m ²
Forro =	0,12 kN/m ²
Carga adicional =	0,00 kN/m ²

$$PP = [b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w] \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_{conc} + (b_f - b_w) \cdot h_w \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_e$$

PP = Peso próprio por m² de laje
 γ_{conc} = Peso específico do concreto
 γ_e = Peso específico do elemento de enchimento

Variável:

Carga variável =	1,50 kN/m ²
Carga total por m ² da laje =	4,44 kN/m ²

OBS.: Na NBR 6120:2019 estão listados os valores mínimos das cargas acidentais (Variáveis) de acordo com a utilização destinada para a laje (Escritório, quarto, lavanderia etc)

• Propriedade dos materiais:

f_{ck} do concreto =	25 MPa
Tensão de escoamento f_{yk1} =	600 MPa
Tensão de escoamento f_{yk2} =	500 MPa
Peso específico do concreto =	25 kN/m ³
Peso específico do enchimento =	0,18 kN/m ³

OBS.: f_{yk1} e f_{yk2} são, respectivamente, a tensão de escoamento do aço presente no banzo inferior das treliças e do aço da armadura complementar (Valores característicos)

• Coeficientes de ponderação:

γ_f =	1,4	(Coeficiente para majorar os esforços e minorar a resistência do concreto - Item 11.7 e 12.4.1 da NBR 6118:2014)
γ_s =	1,15	(Coeficiente de minoração do aço - Item 12.4.1 da NBR 6118:2014)
Ψ_2 =	0,3	(Coeficiente redutor das cargas variáveis. Ele será utilizado na combinação quase permanente de serviço para calcular a flecha da laje - Tabela 11.2 da NBR 6118:2014)

• Propriedades geométricas:

Largura da nervura (b_w) =	9 cm
Altura do enchimento (h_w) =	8 cm
Comprimento do enchimento =	100 cm
Distância entre nervuras (L_e) =	33 cm
Altura da capa de concreto (h_f) =	5 cm
Altura útil d =	10,2 cm

Foi adotado para b_f o maior valor que obedece as duas condições abaixo (Item 14.6.2.2 da NBR 6118:2014):

$$b_f \leq \begin{cases} b_w + 2 \cdot (0,10 \cdot L_y) \\ b_w + L_e \end{cases} \quad b_f = 42,00 \text{ cm}$$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 67: Memorial de cálculo L5 – parte 02

Vão Lx = 4,25 m
 Vão Ly = 3,4 m
 Largura da área de influência (bf) = 42,00 cm
 z = 10 cm

Em geral, bf será a distância entre o centro de dois blocos de enchimento adjacentes (bw + Le)

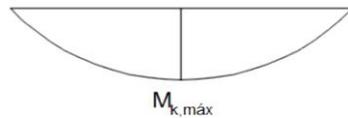
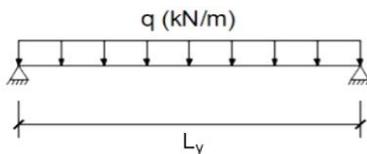
OBS.: A altura útil d corresponde a distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade (C.G.) das armaduras tracionadas

OBS.: z corresponde a distância entre a força resultante de compressão (Fc) e a força resultante de tração (Fs)

• Bitola da armadura de flexão:

Bitola do banzo inferior da treliça (ϕ_t) = 5,0 mm
 Bitola da armadura complementar (ϕ_c) = 6,3 mm

• Esforços solicitantes:



$$M_{k,máx} = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_{d,máx} = \gamma_f \cdot M_{k,máx}$$

q = Carregamento distribuído na área de influência de uma vigota

Ly = Comprimento do vão paralelo às vigotas

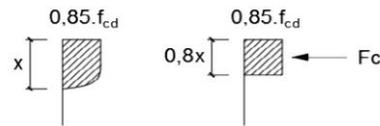
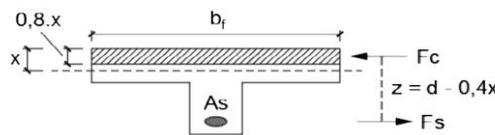
Mk,máx = Momento fletor característico máximo

Md,máx = Momento fletor de cálculo máximo

$$M_{k,máx} = 269,46 \text{ kNcm}$$

$$M_{d,máx} = 377,24 \text{ kNcm}$$

• Cálculo da área de aço:



$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot 0,8x = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x$$

$$M_d = F_c \cdot z = F_c \cdot (d - 0,4x) = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

$$-0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x^2 + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot d \cdot x - M_d = 0$$

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 1,088 \cdot \left(\frac{M_d}{b_f \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544}$$

$$F_s = f_{yd1} \cdot A_{s1} + f_{yd2} \cdot A_{s2}$$

$$M_d = F_s \cdot z = f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z + f_{yd2} \cdot A_{s2} \cdot z$$

$$A_{s2} = \frac{M_d - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} \quad ; \quad z = d - 0,4x$$

$$A_{s2} = \frac{F_c \cdot z - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} = \frac{F_c - f_{yd1} \cdot A_{s1}}{f_{yd2}}$$

$$x = 0,75 \text{ cm} \quad (\text{Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto})$$

$$A_{s1} = 0,39 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço do banzo inferior da treliça})$$

$$A_{s2} = 0,41 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura complementar})$$

$$A_{s1} = 2 \cdot (\pi \cdot \phi_t^2 \cdot 0,25)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

OBS.: Se As2 for negativo isso significa que não é necessário armadura complementar na base de concreto da vigota

$$\text{N}^\circ \text{ de barras complementares} = 2$$

$$\text{N}^\circ \text{ de barras} = \frac{A_{s2}}{\pi \cdot \phi_c^2 \cdot 0,25}$$

Figura 68: Memorial de cálculo L5 – parte 03

• Verificações:

Cisalhamento:

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, as lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a força cortante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, for menor ou igual a V_{Rd1}

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25f_{ctd} \quad (\text{Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento})$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot f_{ctk}^{2/3}}{\gamma_c} ; \quad f_{ck} \text{ até } 50 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad k = |1,6 - d| \geq 1 ; \quad d \text{ em metros}$$

A_s = Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, sendo $l_{b,nec}$ o comprimento de ancoragem necessário

b_w = Largura das nervuras

d = Altura útil

$$\begin{array}{llll} V_{Rd1} = & 6,07 \text{ kN} & & \\ V_{sd} = & 4,44 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd1} & \text{OK} \end{array}$$

Verificação das diagonais comprimidas de concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto})$$

$$\begin{array}{llll} V_{Rd2} = & 39,83 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd2} & \text{OK} \end{array}$$

Domínio de deformação:

Para garantir boas condições de ductilidade da laje, x/d deve ser menor ou igual a 0,45 (Item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014)

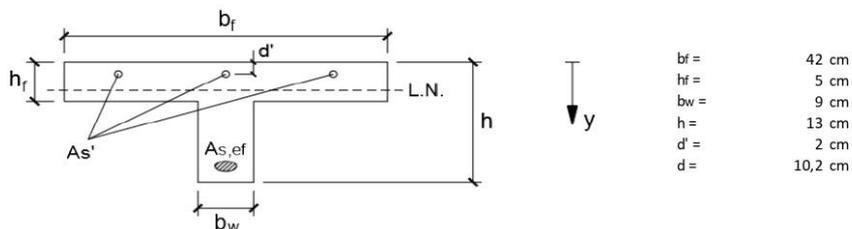
$$\begin{array}{llll} x/d = & 0,0732 & \text{Dom. 2} & \text{OK} \end{array}$$

Linha neutra:

A linha neutra deve estar compreendida dentro da capa de concreto. Para isso, $0 < x < h_f$, onde h_f é a espessura da capa de concreto

$$\begin{array}{ll} 0 < x < h_f & \text{OK} \end{array}$$

• Estado limite de serviço para deformações excessivas (ELS-DEF):



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 69: Memorial de cálculo L5 – parte 04

Propriedades geométricas da seção no Estádio I (Antes da fissuração):

$$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h \quad A_c = 282 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área da seção bruta de concreto})$$

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_c} \quad y_{cg} = 4,16 \text{ cm} \quad (\text{Coordenada y do centro de gravidade da seção bruta de concreto})$$

$$I_c = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

l_c = 3086,82 cm⁴ (Momento de inércia da seção bruta de concreto em relação ao centro de gravidade)

OBS.: Como a seção bruta de concreto é homogênea, o centro de gravidade coincide com a posição da linha neutra no Estádio I

Posição da linha neutra na seção fissurada (Estádio II):

Para verificar o ELS-DEF o cálculo da linha neutra será realizado considerando a influência da área de aço na região comprimida

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2 \cdot a_1} \quad \alpha_1 = \frac{b_f}{2}$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

a₁ = 21
a₂ = 15,99303
a₃ = -104,442

A_s = 0,80 cm² (Área de aço As1 + As2)
A_{s,ef} = 1,02 cm² (Área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada)
A_{s'} = 0,93 cm² (Área de aço da armadura na região comprimida da laje)

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Para } f_{ck} \text{ de } 20\text{MPa a } 50\text{MPa}) \quad E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \leq 1,0$$

E_{cs} = 24150 MPa (Módulo de elasticidade secante do concreto - Item 8.2.8 da NBR 6118:2014)

OBS.: No cálculo da posição da linha neutra será adotada a área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada (A_{s,ef})

$$x = 1,88 \text{ cm} \quad (\text{Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto no Estádio II})$$

Cálculo do momento de inércia para a seção fissurada (Estádio II):

$$I_h = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x - d')^2$$

I_h = 704,78 cm⁴ (Momento de inércia da seção fissurada em relação a linha neutra)

Cálculo do momento de inércia médio de Brunson:

M_a = 205,73 kNcm (Momento fletor máximo para a combinação de carregamentos escolhido para verificação do ELS - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

$$M_a = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad ; \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad y_t = h - y_{cg}$$

α = 1,2 para seção T

M_r = 107,47 kNcm (Momento de fissuração - Item 17.3 da NBR 6118:2014)
f_{ct,m} = 0,2565 kN/cm² (Resistência média à tração do concreto)
y_t = 8,84 cm (Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada)

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \quad (\text{Momento de inércia médio de Brunson})$$

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \leq E_{cs} \cdot I_c$$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 70: Memorial de cálculo L5 – parte 05

$(EI)_{eq,t0} = 2522137,41 \text{ kNcm}^2$ (Rigidez equivalente da seção - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

Cálculo da flecha imediata e diferida:

$\delta t_0 = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L_y^4}{(EI)_{eq,t0}} - CF$ (Flecha máxima imediata para uma laje treliçada unidirecional biapoiada)

$q =$ Carregamento na área de influência das vigotas obtido com a combinação quase permanente de serviço

$q = (G + \Psi_2 \cdot Q) \cdot b_f$ $G =$ Carga permanente total
 $Q =$ Carga variável total

$q = 1,42 \text{ kN/m}$ $CF = 0,92 \text{ cm}$
 $L_y = 3,4 \text{ m}$ $\delta t_0 = 0,0622 \text{ cm}$

OBS.: Na combinação quase permanente de serviço as cargas permanentes com seu valores característicos são somadas com as cargas variáveis multiplicadas pelo coeficiente redutor Ψ_2

$G = 2,94 \text{ kN/m}^2$ $Q = 1,5 \text{ kN/m}^2$

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014, a flecha adicional diferida decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'}$$

$$\rho' = \frac{As'}{b_f \cdot d}$$

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da NBR 6118:2014 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32}$ para $t \leq 70$ meses

$\xi(t) = 2$ para $t > 70$ meses

$\alpha_f = 1,31$

$\delta_{t,f} = 1,2904 \text{ cm}$ (Flecha diferida no tempo devido a fluência)

$\xi(t > 70) = 2$

$\xi(t_0) = 0,543637$

$\Delta \xi = 1,456363$

$\rho' = 0,002171$

A flecha máxima total é obtida somando a parcela da flecha imediata com a parcela da flecha devido a fluência

$\delta_{total} = 1,35 \text{ cm}$ (Flecha total da laje)

Verificação da flecha admissível:

De acordo com a Tabela 13.3 da NBR 6118:2014 a flecha máxima admissível da laje para que não provoque desconforto visual para os usuários do edifício é obtida dividindo o menor vão por 250

$\delta_{adm} = 1,36 \text{ cm}$ $\delta_{total} \leq \delta_{adm}$ OK

• Reação de apoio nas vigas:

$$R_x = \frac{F_{total} \cdot L_y \cdot L_x}{2 \cdot L_x} = \frac{F_{total} \cdot L_y}{2}$$

$$R_y = \frac{\left[47 - 17 \cdot \left(\frac{L_x}{L_y}\right)\right] \cdot F_{total} \cdot L_x}{200} ; \left(\frac{L_x}{L_y}\right) \leq 2$$

$R_x = 7,55 \text{ kN/m}$ (Reação de apoio nas vigas perpendiculares as vigotas)

$R_y = 1,96 \text{ kN/m}$ (Reação de apoio nas vigas paralelas as vigotas)

Total = Carregamento total por m^2 de laje

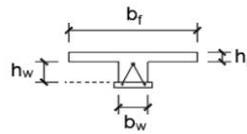
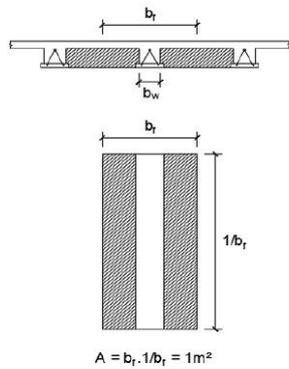
As fórmulas para calcular as reações de apoio R_x e R_y foram obtidas na página 89 da seguinte referência bibliográfica:

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4ª Ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

Figura 71: Memorial de cálculo L5 – parte 06

- Levantamento dos quantitativos de materiais para execução da laje:

Antes de determinar a quantidade total de concreto e blocos de enchimento necessários para executar a laje como um todo, é conveniente determinar a quantidade desses materiais para cada m² da laje. Feito isso, basta multiplicar o resultado encontrado por Lx.Ly que terá a quantidade total desses materiais. Logo,



OBS.: O comprimento do bloco de enchimento será representado nas fórmulas abaixo por L_{bloco}

$$V_c = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f)$$

$$V_{c,totai} = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f) \cdot L_x \cdot L_y$$

$V_c = 0,067143 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para cada m² da laje)
 $V_{c,totai} = 0,97 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para toda a laje)

$$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = \frac{1/b_f}{L_{bloco}} = \frac{1}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$$Qtd. \text{ blocos total} = \frac{L_x \cdot L_y}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

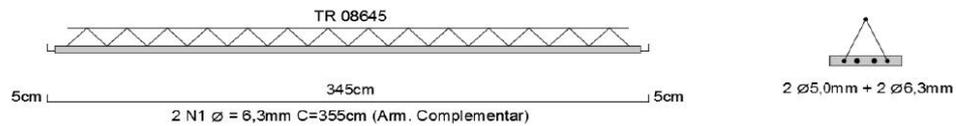
$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = 2,42 \text{ un}$ $Qtd. \text{ blocos total} = 35 \text{ un}$

Para obter a quantidade total de vigotas basta dividir o vão L_x por b_f . Portanto:

$Qtd. \text{ vigotas} = 10 \text{ un}$

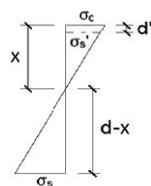
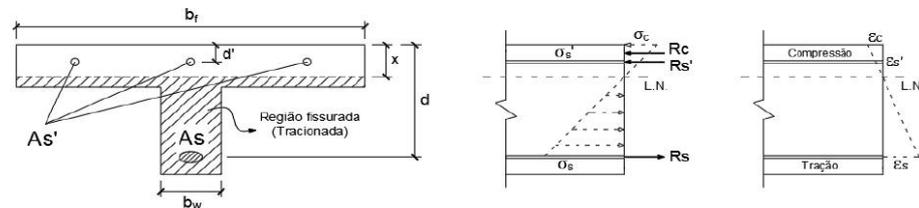
- Detalhamento das vigotas:

A seguir será apresentado um exemplo numérico fictício que pode ser usado como referência para o detalhamento das vigotas



- ANEXO:

Nesse anexo será demonstrado como obter a equação utilizada para calcular a posição da linha neutra com a seção no Estádio II (Após a fissuração). Para isso serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras: relação linear entre tensão e deformação específica para todos os pontos da seção transversal (Lei de Hooke); esforços de tração são resistidos exclusivamente pela armadura presente na região tracionada



Por semelhança de triângulos:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s}{d-x} \quad \sigma_s = \left(\frac{d-x}{x}\right) \sigma_c$$

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s'}{x-d'} \quad \sigma_s' = \left(\frac{x-d'}{x}\right) \sigma_c$$

σ_c = Máxima tensão de compressão no concreto
 σ_s = Máxima tensão de tração no aço
 σ_s' = Máxima tensão de compressão no aço

Figura 72: Memorial de cálculo L5 – parte 07

$$\sum F = 0 \quad : \quad R_s = R_c + R_s'$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) = \frac{x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right)$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot (d-x) = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x-d')$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot d - \alpha_e \cdot A_s \cdot x = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot x - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d'$$

$$\frac{b_f}{2} x^2 + [(\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x + [-(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d] = 0$$

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

$$a_1 = b_f/2$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$R_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2}$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \sigma_s$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \sigma_s'$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

R_c = Força de compressão no concreto
 R_s = Força de tração no aço
 R_s' = Força de compressão no aço
 α_e = Fator de homogeneização

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 09 traz as verificações da laje L5

Tabela 09: Verificações da laje L5

MOMENTO FLETOR			
LAJE 5 (m)	Mrd (KN.cm)	Msd(KN.cm)	verificação
3,25x4,10	377,24	269,46	OK!

CISALHAMENTO - RUÍNA DAS DIAGONAIS COMPRIMIDAS			
LAJE 5 (m)	Vrd2 (KN)	Vsd (KN)	verificação
3,25x4,10	39,83	4,44	OK!

CISALHAMENTO			
LAJE 5 (m)	Vrd1 (KN)	Vsd (KN)	verificação
3,25x4,10	6,07	4,44	OK!

DESLOCAMENTO MÁXIMO			
LAJE 5 (m)	δ_{adm}	δ_{max}	verificação
3,25x4,10	1,36 cm	1,35 cm	OK!

Fonte: Autor

4.3 Estudo comparativo das verificações

Partindo dos cálculos dos tópicos anteriores, pode-se fazer um comparativo entre o desempenho das lajes para os seguintes fatores: momento fletor, cisalhamento e deslocamento.

Para o cálculo do momento fletor a laje foi considerada simplesmente apoiada, com vão de 3,25m para a laje mista e 3,4 para a laje nervurada. Para laje sem continuidade não há existência de momento fletor negativo. Observando a tabela 10, verifica-se que o momento fletor resistente apresentado pela laje mista é superior a laje treliçada.

Tabela 10: Comparativo entre os momentos

Momento Fletor	
Laje	Mrd (KN.m)
Steel deck	38,17
Laje Treliçada	3,774

Fonte: Autor

O a laje mista apresenta momento fletor 90% maior.

A verificação das forças cortantes se faz necessária pois permite que a laje seja armada de forma a resistir aos esforços de tração provocados pelas forças cisalhantes. A Tabela 11 traz

o comparativo entre as força cortante verificada nas duas lajes. O cisalhamento V_{rd} é de 51,61KN para a laje *steel deck* e 6,07 KN para a laje nervura.

Tabela 11: Comparativo entre os esforços cortantes

CISALHAMENTO	
Laje	V_{rd} (KN)
Steel deck	51,61
Laje Treliçada	6,07

Fonte: Autor

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), é permitido prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços cortantes, desde que os requisitos previstos no item 9.4.5 da mesma norma sejam satisfeitos. Sendo assim, a armadura transversal pode ser desconsiderada quando a força cortante solicitante de cálculo (V_{sd}) for menor ou igual a resistência de projeto ao cisalhamento (V_{rd}).

A força cortante da laje treliçada unidirecional só representa cerca de 12% da resistência fornecida pela laje mista.

Um ponto importante para o projeto de lajes é o cálculo das flechas, sendo sugerido, a favor da segurança, analisar as lajes como elementos isolados. O comparativo entre os deslocamentos também traz vantagens para o deck metálico. As flechas admissíveis para as lajes são próximas, mas quando comparado os deslocamentos máximos, o *steel deck* leva vantagem.

Tabela 12: Comparativo entre os deslocamentos

DESLOCAMENTOS		
Laje	δ_{adm}	δ_{max}
Steel deck	1,3 cm	0,716 cm
Laje Treliçada	1,36 cm	1,35 cm

Fonte: autor

As duas lajes apresentaram valores aproximados, conforme o que é apresentado na tabela 12, respeitando os limites determinados pela NBR 6118 (ABNT, 2014). Esses limites são determinados para evitar que a estrutura possa atingir valores de deslocamentos causem

danos ao elemento estrutural. Comparando os dois resultados, verificou-se que a flecha máxima da laje mista é cerca de 45% menor.

4.4 Estudo Comparativo de Custos

Após a conclusão de todas as verificações, determinou-se os indicadores de consumo de material para o comparativo de custos entre as duas lajes. Os indicadores serão apresentados nos dois tópicos seguintes.

O comparativo será feito tendo como base somente a laje 05, com dimensões iguais para as duas concepções estruturais.

4.4.1 Indicadores da laje treliçada unidirecional.

A Tabela 13 apresenta os indicadores de consumo da laje treliçada. Para determinação do custo. Os dados de concreto, vigotas, aço e material de enchimento foram calculados utilizando uma planilha no Excel.

Tabela 13: Indicadores de consumos da laje treliçada

Área da laje (m²)	13,325
Área de forma (m²)	0
Concreto (m³)	0,97
Aço (kg)	16,12
Consumo de concreto (m³/m²)	0,073
Consumo de aço (kg/m²)	1,21
Taxa de Armadura (kg/m³)	16,62
Enchimento (und)	35
Quantidade de vigotas (und)	10
Escoras (Und)	12

Fonte: autor

4.4.2 Indicadores da laje *steel deck*

A Tabela 14 representa os indicadores de consumo da laje steel deck. Para determinar o volume de concreto utilizou-se o valor fornecido pelo fabricante, que para uma altura de 140 mm o valor é de 0,1025 m³/m².

Para o aço foi considerado somente a armadura de combate a fissuras, que uma tela Q-75.

Tabela 14: Indicadores de consumos da laje *steel deck*

Área da laje (m²)	13,325
Área de forma (m²)	0
Concreto (m³)	1,37
Aço (kg)	16,12
Consumo de concreto (m³/m²)	0,1025
Consumo de aço (kg/m²)	1,21
Taxa de Armadura (kg/m³)	11,76
Deck metálico (m²)	13,325
Quantidade de vigotas (und)	0
Escoras	0

Fonte: Autor

4.4.3 Estudo comparativo de custos

Com os indicadores de consumo é possível orçar os dois modelos de laje. A laje L5 possui área de 13,325 m² e vão de 3,25x4,10m. Para mensurar os custos, conforme a Tabela 15, foram utilizadas as composições SEINFRA-CE e SINAPI (Sistema Nacional de Pesquisas de Custos e Índices da Construção Civil).

Tabela 15: Custo total de cada modelo de laje

Item	Insumo	Discriminação	Unidade	Quantidade	Preço Unitário	Preço Total
1. Laje Trelaçada Unidirecional						
1.1	C4458	Laje pré-fabricada Trelaçada	M ²	13,325	129,29	R\$ 1.722,79
1.2	C3273	Concreto p/ vibra., FCK=25MPa	M ³	0,97	403,54	R\$ 391,43
1.3	C4151	Armadura de aço CA 50/60	KG	16,12	13,91	R\$ 224,23
1.4	C4129	Escoramento tubular	M ³	39,975	13,05	R\$ 521,67
					Total	R\$ 2.860,13
2. Laje mista Steel Deck						
2.1	43125	Laje mista steel deck MF-75	M ²	13,325	227,52	R\$ 3.031,70
2.2	C3273	Concreto p/ vibra., FCK=25MPa	M ³	1,37	403,54	R\$ 552,85
2.3	C4151	Armadura de aço CA 50/60	KG	16,12	13,91	R\$ 224,23
					Total	R\$ 3.808,78

Fonte: Autor

Na tabela 08 é possível identificar as diferenças de custos entre as lajes mistas e nervurada. A laje nervurada apresentou um custo unitário de R\$ 214,64/m² e a laje *steel deck* um custo de R\$ 285,83/m².

O perfil metálico MF-75 é o item que mais corroborou para a laje *steel deck* apresentar um valor maior.

Assim, é possível concluir que, mesmo a laje treliçada utilizando escoras, ela apresenta um valor mais competitivo para o mercado, sendo o mais econômico em consumo de materiais.

Contudo, o processo de escolha de um determinado tipo de laje leva em consideração não só o custo e o desempenho estrutural da laje, devendo levar em consideração fatores como tempo de execução, a eliminação de serviços de escoramento e retirada das escoras, permite que o pavimento imediatamente abaixo da laje seja liberado para a execução de serviço inexecutáveis com a presença de escoras. Assim, o tempo de execução é um quesito altamente relevante que gera atratividade no sistema em estruturas metálicas.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS

O presente trabalho traçou uma análise comparativa entre o desempenho estrutural nos estados limites últimos e de serviço para dois sistemas construtivos de lajes, as lajes treliçadas unidirecionais e as lajes mistas *steel deck*. Dentre as principais normas balizadoras do presente estudo estão a NBR 6118 (ABNT, 2014) que é a principal referência para obras de concreto armado no Brasil. No caso das lajes mistas, a principal norma foi a NBR 8800 (ABNT, 2008).

Durante as fases de projeto apresentados neste trabalho, verificou-se inúmeras variáveis que devem receber atenção especial para que a estrutura seja executada dentro do que determina as normas regulamentadoras, tanto no quesito segurança como funcional.

Dentro do referencial teórico fica claro a importância de atender os quesitos de Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS), pois em caso de dimensionamento analisando somente o ELU não impedirá o surgimento de flechas fora dos padrões previstos em norma e olhar somente para o ELS não garante segurança e custo benefício a estrutura. Sendo assim, é de extrema importância que esses dois parâmetros sejam abordados de forma fiel ao que exigem as normas.

O dimensionamento da laje mista foi executado seguindo o Manual Técnico da Metform S.A. O manual possui tabelas que cruzam o vão máximo com as cargas. Com esses dois dados em mãos é possível determinar a espessura do perfil metálico, o vão máximo sem escoramento e o peso próprio da laje. Segundo o fabricante dos perfis metálico, a laje dimensionada já apresenta desempenho aprovado quanto as verificações no ELU e ELS (para a carga usada no dimensionamento). Contudo, mesmo o fabricante indicando a aprovação das lajes, as verificações foram feitas a laje foi aprovada.

Para o dimensionamento e verificação da laje treliçada unidirecional utilizou-se planilhas no Excel, seguindo uma rotina de cálculo que está descrita no item 2.5. Todas as nove lajes foram aprovadas em suas respectivas verificações.

Com os dados dos dimensionamentos das lajes foi feita uma análise comparativa de custos entre os dois sistemas. A laje nervurada apresentou um custo total inferior ao custo da laje mista. Para a construção dos valores utilizou-se as tabelas de custos SEINFRA E SINAPI. Considerando o custo como um fator para a tomada de decisão de qual sistema seria melhor, as lajes treliçadas apresentaram-se mais atrativas.

Olhando para o desempenho estrutural e analisando dados como momento fletor, cisalhamento e flechas, a laje composta apresentou valores mais sólidos. Assim, se o critério de

escolha por um dos sistemas for o desempenho diante das cargas aplicadas, o sistema misto se comportou melhor e apresentou valores mais conservadores para a segurança e desempenho.

Como sugestão para trabalhos futuros pode-se fazer a análise comparativa entre as lajes mistas com outras metodologias de lajes, visto que as lajes mistas ainda estão em processo de difusão no Brasil. Outro estudo seria fazer análise para os diferentes tipos e espessuras de formas metálicas.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. Rio Grande: Dunas, 2014.

ARAÚJO, Gabriel Soriano. **Análise do comportamento e da resistência de um sistema de lajes mistas pelo método da integral parcial**. 2008. 136 f. Dissertação (Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Belo Horizonte, 2008.

ARCELORMITTAL, **Manual Técnico de Lajes Treliçadas**. Manual, São Paulo, 2010, 42p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 8800: **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, p. 237. 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14860-1: **Laje pré-fabricada – pré-laje – Requisitos Parte 1: Lajes unidirecionais**. Rio de Janeiro, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estrutura de concreto procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14859-1: **Laje pré-fabricada – requisitos parte 1: lajes unidirecionais**. Rio de Janeiro, 2002.

ALBUQUERQUE, Augusto Teixeira de. **Análise de alternativas estruturais para edifícios em concreto armado**. 1999. 97 pag. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos

AVILLA JUNIOR, Jovair. **Contribuição ao projeto e execução de lajes lisas nervuradas pré-fabricadas com vigotas treliçadas**. 2009. 204 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, 2009.

BASTOS, P. S. **Lajes de concreto armado**. Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2021.

BASTOS, P. S. S. Lajes de Concreto. **Notas de Aula da disciplina de Estruturas de Concreto I**. Bauru: Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia, UNESP, 2015.

BELTRÃO, A. J. N. **Comportamento estrutural de lajes mistas com corrugações na alma de perfis de chapa dobrada**. 2003. 125 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

BEZERRA, E. M. F. **Otimização Multiobjetivo de Lajes Nervuradas em concreto armado**. 2017. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

BOROWSKI, G.C. **Cálculo de deslocamento em lajes nervuradas**. 2005. 46f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Santa Maria, 2005.

BOTELHO, Manoel H. Campos; MARCHETTI, O. **Concreto Armado Eu te Amo – 9ª ed.** - Volume 1 – BLUCHER, 2018.

BRUNO, Guilherme. Estados Limites de Serviço ELS – CNE Engenharia. 2018, Disponível em: <https://www.cneconcursos.com.br/post/estados-limites-de-servi%C3%A7o>>. Acesso em 15 de maio de 2021.

CAIO, Felipe. **Análise comparativa entre sistemas estruturais de lajes maciças e nervuradas treliçadas**. 2014. 77 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Centro Universitário Univates, Lajeado, 2014.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: Segundo a NBR 6118:2014**. EdUFSCar. São Paulo, São Carlos, 2014.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. Vol. 2. São Paulo: Pini, 2013.

CARVALHO, R.C.; PINHEIRO, L.M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. São Paulo: Pini, 2009.

Campos, Gileade. **Tipos de Laje**. 28 de setembro de 2020. Disponível em: <<https://lajetrelizada.com/tipos-de-lajes/>>. Acesso em 16 de julho de 2021.

DAMASCENO, L. S. R. **Análise experimental de lajes lisas unidirecionais de concreto armado com pilares retangulares ao puncionamento**. 2007. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, PA.

DIAS, L. C. D. **Estudo do Efeito de Punção em Lajes Lisas e Cogumelo mediante a utilização de Normas Técnicas e Resultados Experimentais**. 2009. 58 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande Sul, Porto Alegre.

DIAS, Gledson Tiago; ABREU, Wesley de Sá. **Lajes steel deck**. 2018. 69 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Unievangélica, Anápolis, 2018.

FRONTEIRA, **Lajes e Peineis**, Brasil, disponível em <http://www.lajesepaineisfronteira.com.br>>. Acesso em 24/05/2021.

FERREIRA, José Bento. **Lajes pré-fabricadas de concreto têm nova norma**. Disponível em: <<https://www.aecweb.com.br/revista/materias/lajes-pre-fabricadas-de-concreto-tem-nova-norma/13264>>. Acesso em: 16 de julho de 2021.

GIONGO, J. S. **Concreto armado: projeto estrutural de edifícios**. Apostila, São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 2007, 184p.

GOMES, L. C. **Estudo do Sistema de Lajes Mistas com fôrma de aço incorporada empregando concreto estrutural leve**. 2001. 165 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, UFMG, Belo Horizonte, 2001.

LAJES steel deck. **Concreta Consultoria e Serviços**. Disponível em:

<<https://www.concretaconsultoria.com.br/single-post/2018/07/01/lajes-steel-deck>>. Acesso em 20 de maio de 2021.

MADSEN, H. B. R.; PORTO, B. T. **Estudo comparativo entre lajes nervuradas Atex x lajes nervuradas treliçadas**: Revista engenharia em ação uni Toledo, Araçatuba, São Paulo, v.3, n.2, p-136-151, julho,2018.

MARTHA, Luiz Fernando. **Análise de Estruturas: conceitos e métodos básicos**. Conceitos e Métodos Básicos. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.

MAGALHÃES, Fábio Lopes. **Estudo dos momentos fletores negativos nos apoios de formadas por elementos pré-moldados tipo nervuras com armação treliçada**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

METFORM. Manual Técnico: **Especificações para Projeto, Manual Técnico: Especificações para Projeto, Manuseio e Montagem**. Betim: Metform, 2017.

MOURA, Jose de. Laje em balanço: 3 passos para o dimensionamento. Guia da Engenharia, 2020. Disponível em: <https://www.guiadaengenharia.com/laje-balanco-dimensionamento/>. Acesso em: 25 de maio de 2021.

SOUZA, Vicente Custódio Moreira de; CUNHA, Albino Joaquim Pimenta da. **Lajes em concreto armado e protendido**. Niterói: Eduff, 1994.

SOARES, Maurício José Real M. de L.; ALVES, Murilo Risdén. **Avaliação de sistemas construtivos em edificações de interesse social**. 2018. 68 f. TCC (Graduação) - Curso de

Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2018.

SPUTO, T. Structure Magazine. **Development of Composite Steel Deck, 2012**. Disponível em: <<http://www.structuremag.org/wp-content/uploads/D-CodeUpdates-Sputo-Aug121.pdf>>. Acesso em: 11 de maio 2021.

TÁVORA, Victor Jucá. **DESEMPENHO ESTRUTURAL DE UM NOVO SISTEMA PARA CONSTRUÇÃO DE LAJES**. 2017. 73 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

MELGES, J.L.P. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**, 2001, 414p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.

SILVA, M.A.F. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado**. 2005. 239 f., Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de São Carlos, 2005.

SILVA, Ennio Carlos Barbosa. **Desenvolvimento de ferramenta computacional para o dimensionamento de laje treliçada com enchimentos convencionais e com as fôrmas plásticas do sistema Pavpré** . - 2021. 54 f. : il. color. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Centro Universitário Christus - Unichristus, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2021.

SPOHR, Valdi Henrique. **Análise comparativa: sistemas estruturais convencionais e estruturas de lajes nervuradas** –. 2008. Tese de Doutorado. Dissertação. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil. Santa Maria: UFSM, 2008. 108p.

OLIVEIRA, M. A. **Lajes pré-moldadas nervuradas unidirecionais em concreto armado – análise teórica e experimental de nervuras**. 2015.

PINHEIRO, L.M.; MUZARDO, C.D.; SANTOS, S.P. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 2003, 265p.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J.; MARTINS, A. G.X. **Estruturas Mistas**. 2^a. ed. Rio de Janeiro: INSTITUTO AÇO BRASIL / CENTRO BRASILEIRO DA CONSTRUÇÃO EM AÇO, v. 1, 2012.

REBELLO, Y.C.P. **A concepção estrutural e a arquitetura**. S. Paulo, Zigurate Editora, 2001, 271p.

RM PRE-MOLDADOS, **Manual Técnico de Lajes Treliçadas**. Mauá, 2020, 10 p.

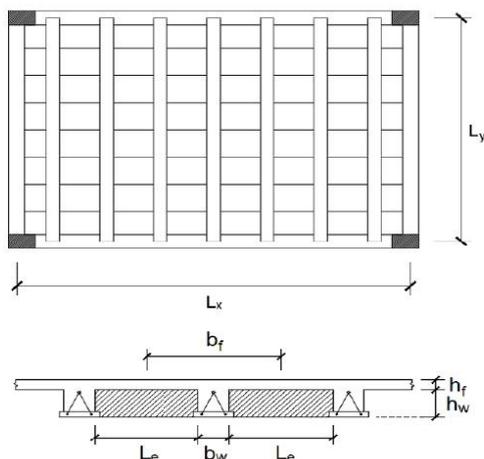
ROSENDO SOBRINHO, Francisco; **Otimização de pavimento de lajes nervuradas protendidas** 2018. 120 f Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

TQS Docs, **Análise Estrutural**. São Paulo, 16 de julho de 2021. Disponível em <<http://docs.tqs.com.br/Docs/Details?id=3145&language=pt-BR>>. Acesso em: 16 de julho de 2021.

VIZOTTO, Itamar; SARTORTI, Artur Lenz. **Soluções de lajes maciças, nervuradas com cuba plástica e nervuradas com vigotas treliçadas pré-moldadas: análise comparativa**. In. Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.15, Pág 19-28, 2010.

ANEXO A - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L1

Memorial de cálculo da laje L1 - Pav. Sup.



L1 é uma laje treliçada unidirecional, o que significa que possui nervuras apenas na direção do vão L_y . Seu cálculo se resume em encontrar a armadura necessária para resistir aos esforços atuando em uma viga com seção T, biapiada, definida a partir de uma área de influência de largura b_f em torno das nervuras

• Cargas:

Permanente:

Peso próprio =	1,44 kN/m ²
Contrapiso =	0,63 kN/m ²
Revestimento =	0,50 kN/m ²
Forro =	0,12 kN/m ²
Carga adicional =	0,00 kN/m ²

$$PP = [b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w] \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_{conc} + (b_f - b_w) \cdot h_w \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_e$$

PP = Peso próprio por m² de laje
 γ_{conc} = Peso específico do concreto
 γ_e = Peso específico do elemento de enchimento

Variável:

Carga variável =	1,50 kN/m ²
Carga total por m ² da laje =	4,19 kN/m ²

OBS.: Na NBR 6120:2019 estão listados os valores mínimos das cargas acidentais (Variáveis) de acordo com a utilização destinada para a laje (Escritório, quarto, lavanderia etc)

• Propriedade dos materiais:

f_{ck} do concreto =	25 MPa
Tensão de escoamento f_{yk1} =	600 MPa
Tensão de escoamento f_{yk2} =	500 MPa
Peso específico do concreto =	25 kN/m ³
Peso específico do enchimento =	0,18 kN/m ³

OBS.: f_{yk1} e f_{yk2} são, respectivamente, a tensão de escoamento do aço presente no banzo inferior das treliças e do aço da armadura complementar (Valores característicos)

• Coeficientes de ponderação:

γ_f =	1,4	(Coeficiente para majorar os esforços e minorar a resistência do concreto - Item 11.7 e 12.4.1 da NBR 6118:2014)
γ_s =	1,15	(Coeficiente de minoração do aço - Item 12.4.1 da NBR 6118:2014)
Ψ_2 =	0,3	(Coeficiente redutor das cargas variáveis. Ele será utilizado na combinação quase permanente de serviço para calcular a flecha da laje - Tabela 11.2 da NBR 6118:2014)

• Propriedades geométricas:

Largura da nervura (b_w) =	9 cm
Altura do enchimento (h_w) =	8 cm
Comprimento do enchimento =	100 cm
Distância entre nervuras (L_e) =	33 cm
Altura da capa de concreto (h_f) =	4 cm
Altura útil d =	9,2 cm

Foi adotado para b_f o maior valor que obedece as duas condições abaixo (Item 14.6.2.2 da NBR 6118:2014):

$$b_f \leq \begin{cases} b_w + 2 \cdot (0,10 \cdot L_y) \\ b_w + L_e \end{cases} \quad b_f = 42,00 \text{ cm}$$

Vão Lx = 2,35 m
 Vão Ly = 1,65 m
 Largura da área de influência (bf) = 42,00 cm
 z = 9 cm

Em geral, bf será a distância entre o centro de dois blocos de enchimento adjacentes (bw + Le)

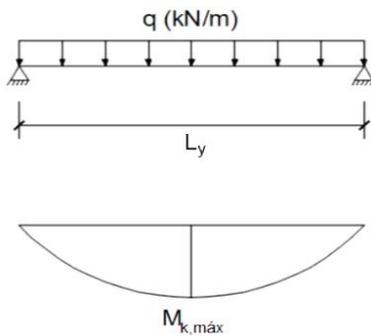
OBS.: A altura útil d corresponde a distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade (C.G.) das armaduras tracionadas

OBS.: z corresponde a distância entre a força resultante de compressão (Fc) e a força resultante de tração (Fs)

• Bitola da armadura de flexão:

Bitola do banzo inferior da treliça (φt) = 5,0 mm
 Bitola da armadura complementar (φc) = 6,3 mm

• Esforços solicitantes:



$$M_{k,máx} = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_{d,máx} = \gamma_f \cdot M_{k,máx}$$

q = Carregamento distribuído na área de influência de uma vigota

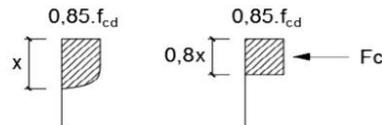
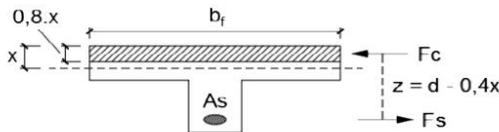
Ly = Comprimento do vão paralelo às vigotas

Mk,máx = Momento fletor característico máximo

Md,máx = Momento fletor de cálculo máximo

Mk,máx = 59,89 kNcm
 Md,máx = 83,84 kNcm

• Cálculo da área de aço:



$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot 0,8x = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x$$

$$M_d = F_c \cdot z = F_c \cdot (d - 0,4x) = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

$$-0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x^2 + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot d \cdot x - M_d = 0$$

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 1,088 \cdot \left(\frac{M_d}{b_f \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544}$$

$$F_s = f_{yd1} \cdot A_{s1} + f_{yd2} \cdot A_{s2}$$

$$M_d = F_s \cdot z = f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z + f_{yd2} \cdot A_{s2} \cdot z$$

$$A_{s2} = \frac{M_d - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} \quad ; \quad z = d - 0,4x$$

$$A_{s2} = \frac{F_c \cdot z - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} = \frac{F_c - f_{yd1} \cdot A_{s1}}{f_{yd2}}$$

x = 0,18 cm (Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto)

As1 = 0,39 cm² (Área de aço do banzo inferior da treliça)

As2 = -0,26 cm² (Área de aço da armadura complementar)

$$A_{s1} = 2 \cdot (\pi \cdot \phi_t^2 \cdot 0,25)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

OBS.: Se As2 for negativo isso significa que não é necessário armadura complementar na base de concreto da vigota

Nº de barras complementares = 0

$$\text{Nº de barras} = \frac{A_{s2}}{\pi \cdot \phi_c^2 \cdot 0,25}$$

• Verificações:

Cisalhamento:

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, as lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a força cortante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, for menor ou igual a V_{Rd1}

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25f_{ctd} \quad (\text{Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento})$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} ; \quad f_{ck} \text{ até } 50 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad k = |1,6 - d| \geq 1 ; \quad d \text{ em metros}$$

A_s = Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, sendo $l_{b,nec}$ o comprimento de ancoragem necessário

b_w = Largura das nervuras

d = Altura útil

$$\begin{array}{llll} V_{Rd1} = & 4,30 \text{ kN} & & \\ V_{sd} = & 2,03 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd1} & \text{OK} \end{array}$$

Verificação das diagonais comprimidas de concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto})$$

$$\begin{array}{llll} V_{Rd2} = & 35,93 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd2} & \text{OK} \end{array}$$

Domínio de deformação:

Para garantir boas condições de ductilidade da laje, x/d deve ser menor ou igual a 0,45 (Item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014)

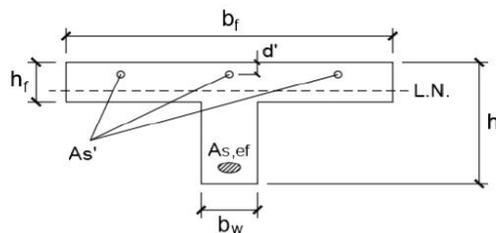
$$\begin{array}{llll} x/d = & 0,0196 & \text{Dom. 2} & \text{OK} \end{array}$$

Linha neutra:

A linha neutra deve estar compreendida dentro da capa de concreto. Para isso, $0 < x < h_f$, onde h_f é a espessura da capa de concreto

$$0 < x < h_f \quad \text{OK}$$

• Estado limite de serviço para deformações excessivas (ELS-DEF):



$b_f =$	42 cm
$h_f =$	4 cm
$b_w =$	9 cm
$h =$	12 cm
$d' =$	2 cm
$d =$	9,2 cm

Propriedades geométricas da seção no Estádio I (Antes da fissuração):

$$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h \quad A_c = 240 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área da seção bruta de concreto})$$

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_c} \quad y_{cg} = 3,80 \text{ cm} \quad (\text{Coordenada y do centro de gravidade da seção bruta de concreto})$$

$$I_c = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_c = 2422,40 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção bruta de concreto em relação ao centro de gravidade})$$

OBS.: Como a seção bruta de concreto é homogênea, o centro de gravidade coincide com a posição da linha neutra no Estádio I

Posição da linha neutra na seção fissurada (Estádio II):

Para verificar o ELS-DEF o cálculo da linha neutra será realizado considerando a influência da área de aço na região comprimida

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2 \cdot a_1} \quad a_1 = \frac{b_f}{2}$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$a_1 = 21$$

$$a_2 = 10,57173$$

$$a_3 = -45,7298$$

$$A_s = 0,13 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço As1 + As2})$$

$$A_{s,ef} = 0,39 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada})$$

$$A_s' = 0,93 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura na região comprimida da laje})$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Para } f_{ck} \text{ de 20MPa a 50MPa}) \quad E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \leq 1,0$$

$$E_{cs} = 24150 \text{ MPa} \quad (\text{Módulo de elasticidade secante do concreto - Item 8.2.8 da NBR 6118:2014})$$

OBS.: No cálculo da posição da linha neutra será adotada a área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada ($A_{s,ef}$)

$$x = 1,25 \text{ cm} \quad (\text{Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto no Estádio II})$$

Cálculo do momento de inércia para a seção fissurada (Estádio II):

$$I_h = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x - d')^2$$

$$I_h = 247,19 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção fissurada em relação a linha neutra})$$

Cálculo do momento de inércia médio de Brunson:

$$M_a = 44,88 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento fletor máximo para a combinação de carregamentos escolhido para verificação do ELS - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014})$$

$$M_a = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad ; \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad y_t = h - y_{cg}$$

$\alpha = 1,2$ para seção T

$$M_r = 90,93 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento de fissuração - Item 17.3 da NBR 6118:2014})$$

$$f_{ct,m} = 0,2565 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Resistência média à tração do concreto})$$

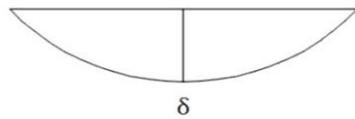
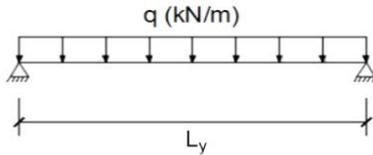
$$y_t = 8,20 \text{ cm} \quad (\text{Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada})$$

$$I_m = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \quad (\text{Momento de inércia médio de Brunson})$$

$$(E)_{eq, t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$(EI)_{eq,t0} = 5850096,00 \text{ kNcm}^2$ (Rigidez equivalente da seção - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

Cálculo da flecha imediata e diferida:



$$\delta t_0 = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L_y^4}{(EI)_{eq,t0}} - CF \quad \text{(Flecha máxima imediata para uma laje treliçada unidirecional biapoada)}$$

$q =$ Carregamento na área de influência das vigotas obtido com a combinação quase permanente de serviço

$$q = (G + \Psi_2 \cdot Q) \cdot b_f \quad \begin{matrix} G = \text{Carga permanente total} \\ Q = \text{Carga variável total} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} q = & 1,32 \text{ kN/m} & CF = & 0 \text{ cm} \\ L_y = & 1,65 \text{ m} & \delta t_0 = & 0,0218 \text{ cm} \end{matrix}$$

OBS.: Na combinação quase permanente de serviço as cargas permanentes com seu valores característicos são somadas com as cargas variáveis multiplicadas pelo coeficiente reductor Ψ_2

$$G = 2,69 \text{ kN/m}^2 \quad Q = 1,5 \text{ kN/m}^2$$

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014, a flecha adicional diferida decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator αf

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \rho'} \quad \rho' = \frac{A_{s'}}{b_f \cdot d} \quad \Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da NBR 6118:2014 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\begin{matrix} \xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} & \text{para } t \leq 70 \text{ meses} & \xi(t > 70) = & 2 \\ \xi(t) = 2 & \text{para } t > 70 \text{ meses} & \xi(t_0) = & 0,543637 \\ \alpha_f = & 1,30 & \Delta \xi = & 1,456363 \\ & & \rho' = & 0,002407 \end{matrix}$$

$$\delta_{t,f} = 0,0283 \text{ cm} \quad \text{(Flecha diferida no tempo devido a fluência)}$$

A flecha máxima total é obtida somando a parcela da flecha imediata com a parcela da flecha devido a fluência

$$\delta_{total} = 0,05 \text{ cm} \quad \text{(Flecha total da laje)}$$

Verificação da flecha admissível:

De acordo com a Tabela 13.3 da NBR 6118:2014 a flecha máxima admissível da laje para que não provoque desconforto visual para os usuários do edifício é obtida dividindo o menor vão por 250

$$\delta_{adm} = 0,66 \text{ cm} \quad \delta_{total} \leq \delta_{adm} \quad \text{OK}$$

• Reação de apoio nas vigas:

$$R_x = \frac{F_{total} \cdot L_y \cdot L_x}{2 \cdot L_x} = \frac{F_{total} \cdot L_y}{2} \quad \begin{matrix} R_x = 3,46 \text{ kN/m} & \text{(Reação de apoio nas vigas} \\ & \text{perpendiculares as vigotas)} \\ R_y = \frac{\left[47 - 17 \cdot \left(\frac{L_x}{L_y}\right)\right] \cdot F_{total} \cdot L_x}{200} & ; \quad (L_x/L_y) \leq 2 & R_y = 0,88 \text{ kN/m} & \text{(Reação de apoio nas vigas} \\ & & & \text{paralelas as vigotas)} \end{matrix}$$

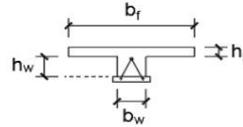
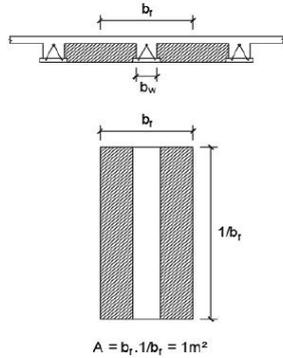
$F_{total} =$ Carregamento total por m^2 de laje

As fórmulas para calcular as reações de apoio R_x e R_y foram obtidas na página 89 da seguinte referência bibliográfica:

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4ª Ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

• Levantamento dos quantitativos de materiais para execução da laje:

Antes de determinar a quantidade total de concreto e blocos de enchimento necessários para executar a laje como um todo, é conveniente determinar a quantidade desses materiais para cada m² da laje. Feito isso, basta multiplicar o resultado encontrado por Lx.Ly que terá a quantidade total desses materiais. Logo,



OBS.: O comprimento do bloco de enchimento será representado nas fórmulas abaixo por Lbloco

$$V_c = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f)$$

$$V_{c, total} = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f) \cdot L_x \cdot L_y$$

$V_c = 0,057143 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para cada m² da laje)

$V_{c, total} = 0,22 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para toda a laje)

$$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = \frac{1/b_f}{L_{bloco}} = \frac{1}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$$Qtd. \text{ blocos total} = \frac{L_x \cdot L_y}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$A = b_f \cdot 1/b_f = 1 \text{ m}^2$

Qtd. blocos por m² = 2,58 un

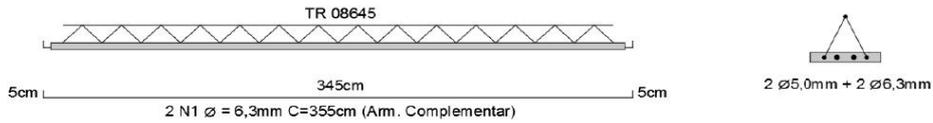
Qtd. blocos total = 10 un

Para obter a quantidade total de vigotas basta dividir o vão Lx por bf. Portanto:

Qtd. vigotas = 6 un

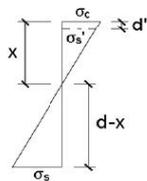
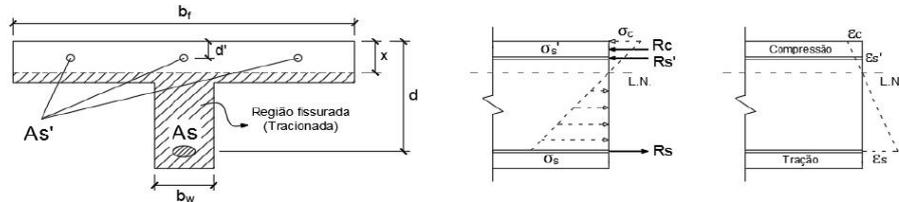
• Detalhamento das vigotas:

A seguir será apresentado um exemplo numérico fictício que pode ser usado como referência para o detalhamento das vigotas



• ANEXO:

Nesse anexo será demonstrado como obter a equação utilizada para calcular a posição da linha neutra com a seção no Estádio II (Após a fissuração). Para isso serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras: relação linear entre tensão e deformação específica para todos os pontos da seção transversal (Lei de Hooke); esforços de tração são resistidos exclusivamente pela armadura presente na região tracionada



Por semelhança de triângulos:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s}{d-x} \quad \sigma_s = \left(\frac{d-x}{x}\right) \sigma_c$$

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s'}{x-d'} \quad \sigma_s' = \left(\frac{x-d'}{x}\right) \sigma_c$$

σ_c = Máxima tensão de compressão no concreto
 σ_s = Máxima tensão de tração no aço
 σ_s' = Máxima tensão de compressão no aço

$$\sum F = 0 \quad : \quad R_s = R_c + R_s'$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) = \frac{x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right)$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot (d-x) = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x-d')$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot d - \alpha_e \cdot A_s \cdot x = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot x - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d'$$

$$\frac{b_f}{2} x^2 + [(\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x + [-(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d] = 0$$

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

$$a_1 = b_f/2$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$R_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2}$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \sigma_s$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \sigma_s'$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

R_c = Força de compressão no concreto

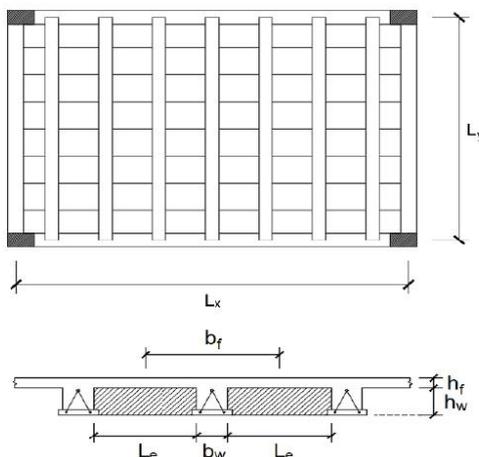
R_s = Força de tração no aço

R_s' = Força de compressão no aço

α_e = Fator de homogeneização

ANEXO B - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L2

Memorial de cálculo da laje L1 - Pav. Sup.



L1 é uma laje treliçada unidirecional, o que significa que possui nervuras apenas na direção do vão L_y . Seu cálculo se resume em encontrar a armadura necessária para resistir aos esforços atuando em uma viga com seção T, biapioiada, definida a partir de uma área de influência de largura b_f em torno das nervuras

• Cargas:

Permanente:

Peso próprio =	1,44 kN/m ²
Contrapiso =	0,63 kN/m ²
Revestimento =	0,50 kN/m ²
Forro =	0,12 kN/m ²
Carga adicional =	0,00 kN/m ²

$$PP = [b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w] \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_{conc} + (b_f - b_w) \cdot h_w \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_e$$

PP = Peso próprio por m² de laje
 γ_{conc} = Peso específico do concreto
 γ_e = Peso específico do elemento de enchimento

Variável:

Carga variável =	1,50 kN/m ²
Carga total por m ² da laje =	4,19 kN/m ²

OBS.: Na NBR 6120:2019 estão listados os valores mínimos das cargas acidentais (Variáveis) de acordo com a utilização destinada para a laje (Escritório, quarto, lavanderia etc)

• Propriedade dos materiais:

f_{ck} do concreto =	25 MPa
Tensão de escoamento f_{yk1} =	600 MPa
Tensão de escoamento f_{yk2} =	500 MPa
Peso específico do concreto =	25 kN/m ³
Peso específico do enchimento =	0,18 kN/m ³

OBS.: f_{yk1} e f_{yk2} são, respectivamente, a tensão de escoamento do aço presente no banzo inferior das treliças e do aço da armadura complementar (Valores característicos)

• Coeficientes de ponderação:

γ_f =	1,4	(Coeficiente para majorar os esforços e minorar a resistência do concreto - Item 11.7 e 12.4.1 da NBR 6118:2014)
γ_s =	1,15	(Coeficiente de minoração do aço - Item 12.4.1 da NBR 6118:2014)
Ψ_2 =	0,3	(Coeficiente redutor das cargas variáveis. Ele será utilizado na combinação quase permanente de serviço para calcular a flecha da laje - Tabela 11.2 da NBR 6118:2014)

• Propriedades geométricas:

Largura da nervura (b_w) =	9 cm
Altura do enchimento (h_w) =	8 cm
Comprimento do enchimento =	100 cm
Distância entre nervuras (L_e) =	33 cm
Altura da capa de concreto (h_f) =	4 cm
Altura útil d =	9,2 cm

Foi adotado para b_f o maior valor que obedece as duas condições abaixo (Item 14.6.2.2 da NBR 6118:2014):

$$b_f \leq \begin{cases} b_w + 2 \cdot (0,10 \cdot L_y) \\ b_w + L_e \end{cases} \quad b_f = 42,00 \text{ cm}$$

Vão L_x = 2,6 m
 Vão L_y = 2,35 m
 Largura da área de influência (b_f) = 42,00 cm
 z = 9 cm

Em geral, b_f será a distância entre o centro de dois blocos de enchimento adjacentes (b_w + L_e)

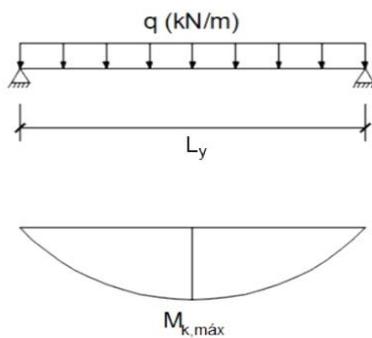
OBS.: A altura útil d corresponde a distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade (C.G.) das armaduras tracionadas

OBS.: z corresponde a distância entre a força resultante de compressão (F_c) e a força resultante de tração (F_s)

• Bitola da armadura de flexão:

Bitola do banzo inferior da treliça (φ_t) = 5,0 mm
 Bitola da armadura complementar (φ_c) = 6,3 mm

• Esforços solicitantes:



$$M_{k,max} = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_{d,max} = \gamma_f \cdot M_{k,max}$$

q = Carregamento distribuído na área de influência de uma vigota

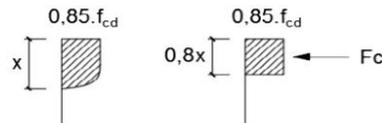
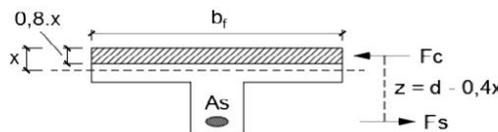
L_y = Comprimento do vão paralelo às vigotas

M_{k,max} = Momento fletor característico máximo

M_{d,max} = Momento fletor de cálculo máximo

M_{k,max} = 121,48 kNcm
 M_{d,max} = 170,07 kNcm

• Cálculo da área de aço:



$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot 0,8x = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x$$

$$M_d = F_c \cdot z = F_c \cdot (d - 0,4x) = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

$$-0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x^2 + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot d \cdot x - M_d = 0$$

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 1,088 \cdot \left(\frac{M_d}{b_f \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544}$$

$$F_s = f_{yd1} \cdot A_{s1} + f_{yd2} \cdot A_{s2}$$

$$M_d = F_s \cdot z = f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z + f_{yd2} \cdot A_{s2} \cdot z$$

$$A_{s2} = \frac{M_d - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} \quad ; \quad z = d - 0,4x$$

$$A_{s2} = \frac{F_c \cdot z - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} = \frac{F_c - f_{yd1} \cdot A_{s1}}{f_{yd2}}$$

x = 0,37 cm (Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto)

A_{s1} = 0,39 cm² (Área de aço do banzo inferior da treliça)

A_{s2} = -0,04 cm² (Área de aço da armadura complementar)

$$A_{s1} = 2 \cdot (\pi \cdot \phi_t^2 \cdot 0,25)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

OBS.: Se A_{s2} for negativo isso significa que não é necessário armadura complementar na base de concreto da vigota

Nº de barras complementares = 0

$$\text{Nº de barras} = \frac{A_{s2}}{\pi \cdot \phi_c^2 \cdot 0,25}$$

• Verificações:

Cisalhamento:

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, as lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a força cortante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, for menor ou igual a V_{Rd1}

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25f_{ctd} \quad (\text{Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento})$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} ; \quad f_{ck} \text{ até } 50 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad k = |1,6 - d| \geq 1 ; \quad d \text{ em metros}$$

A_s = Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, sendo $l_{b,nec}$ o comprimento de ancoragem necessário

b_w = Largura das nervuras

d = Altura útil

$V_{Rd1} =$	4,73 kN	$V_{sd} \leq V_{Rd1}$	OK
$V_{sd} =$	2,89 kN		

Verificação das diagonais comprimidas de concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto})$$

$V_{Rd2} =$	35,93 kN	$V_{sd} \leq V_{Rd2}$	OK
-------------	----------	-----------------------	----

Domínio de deformação:

Para garantir boas condições de ductilidade da laje, x/d deve ser menor ou igual a 0,45 (Item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014)

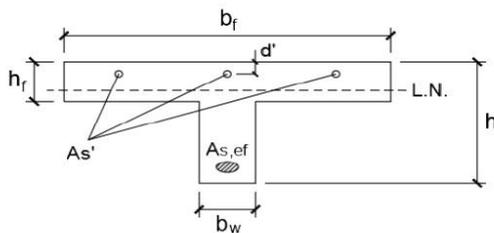
$x/d =$	0,0400	Dom. 2	OK
---------	--------	--------	----

Linha neutra:

A linha neutra deve estar compreendida dentro da capa de concreto. Para isso, $0 < x < h_f$, onde h_f é a espessura da capa de concreto

$0 < x < h_f$	OK
---------------	----

• Estado limite de serviço para deformações excessivas (ELS-DEF):



$b_f =$	42 cm
$h_f =$	4 cm
$b_w =$	9 cm
$h =$	12 cm
$d' =$	2 cm
$d =$	9,2 cm

Propriedades geométricas da seção no Estádio I (Antes da fissuração):

$$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h \quad A_c = 240 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área da seção bruta de concreto})$$

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_c} \quad y_{cg} = 3,80 \text{ cm} \quad (\text{Coordenada } y \text{ do centro de gravidade da seção bruta de concreto})$$

$$I_c = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$I_c = 2422,40 \text{ cm}^4$ (Momento de inércia da seção bruta de concreto em relação ao centro de gravidade)

OBS.: Como a seção bruta de concreto é homogênea, o centro de gravidade coincide com a posição da linha neutra no Estádio I

Posição da linha neutra na seção fissurada (Estádio II):

Para verificar o ELS-DEF o cálculo da linha neutra será realizado considerando a influência da área de aço na região comprimida

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2 \cdot a_1} \quad a_1 = \frac{b_f}{2}$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot As' + \alpha_e \cdot As$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot d' - \alpha_e \cdot As \cdot d$$

$a_1 = 21$
 $a_2 = 10,57173$
 $a_3 = -45,7298$

$As = 0,35 \text{ cm}^2$ (Área de aço $As_1 + As_2$)
 $As_{ef} = 0,39 \text{ cm}^2$ (Área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada)
 $As' = 0,93 \text{ cm}^2$ (Área de aço da armadura na região comprimida da laje)

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Para } f_{ck} \text{ de } 20\text{MPa a } 50\text{MPa}) \quad E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \leq 1,0$$

$E_{cs} = 24150 \text{ MPa}$ (Módulo de elasticidade secante do concreto - Item 8.2.8 da NBR 6118:2014)

OBS.: No cálculo da posição da linha neutra será adotada a área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada (As_{ef})

$x = 1,25 \text{ cm}$ (Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto no Estádio II)

Cálculo do momento de inércia para a seção fissurada (Estádio II):

$$I_h = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot As \cdot (x - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot (x - d')^2$$

$I_h = 247,19 \text{ cm}^4$ (Momento de inércia da seção fissurada em relação a linha neutra)

Cálculo do momento de inércia médio de Brunson:

$M_a = 91,04 \text{ kNcm}$ (Momento fletor máximo para a combinação de carregamentos escolhido para verificação do ELS - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

$$M_a = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad ; \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad y_t = h - y_{cg}$$

$\alpha = 1,2$ para seção T

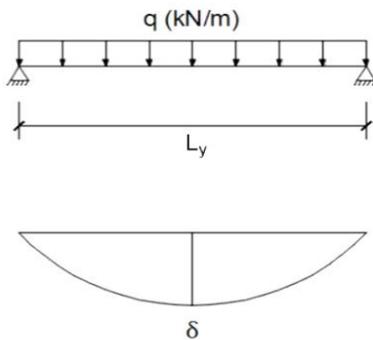
$M_r = 90,93 \text{ kNcm}$ (Momento de fissuração - Item 17.3 da NBR 6118:2014)
 $f_{ct,m} = 0,2565 \text{ kN/cm}^2$ (Resistência média à tração do concreto)
 $y_t = 8,20 \text{ cm}$ (Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada)

$$I_m = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \quad (\text{Momento de inércia médio de Brunson})$$

$$(EI)_{eq, t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$(EI)_{eq,t0} = 5831464,47 \text{ kNcm}^2$ (Rigidez equivalente da seção - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

Cálculo da flecha imediata e diferida:



$$\delta t_0 = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L_y^4}{(EI)_{eq,t0}} - CF$$

(Flecha máxima imediata para uma laje treliçada unidirecional biapoiada)

q = Carregamento na área de influência das vigotas obtido com a combinação quase permanente de serviço

$$q = (G + \Psi_2 \cdot Q) \cdot b_f$$

G = Carga permanente total
Q = Carga variável total

q = 1,32 kN/m CF = 0 cm
Ly = 2,35 m $\delta t_0 = 0,0898 \text{ cm}$

OBS.: Na combinação quase permanente de serviço as cargas permanentes com seu valores característicos são somadas com as cargas variáveis multiplicadas pelo coeficiente redutor Ψ_2

G = 2,69 kN/m² Q = 1,5 kN/m²

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014, a flecha adicional diferida decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'} \quad \rho' = \frac{As'}{b_f \cdot d} \quad \Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da NBR 6118:2014 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses}$$

$\alpha_f = 1,30$

$\xi(t > 70) = 2$
 $\xi(t_0) = 0,543637$
 $\Delta \xi = 1,456363$
 $\rho' = 0,002407$

$\delta_{t,f} = 0,1167 \text{ cm}$ (Flecha diferida no tempo devido a fluência)

A flecha máxima total é obtida somando a parcela da flecha imediata com a parcela da flecha devido a fluência

$\delta_{total} = 0,21 \text{ cm}$ (Flecha total da laje)

Verificação da flecha admissível:

De acordo com a Tabela 13.3 da NBR 6118:2014 a flecha máxima admissível da laje para que não provoque desconforto visual para os usuários do edifício é obtida dividindo o menor vão por 250

$\delta_{adm} = 0,94 \text{ cm}$ $\delta_{total} \leq \delta_{adm}$ OK

• Reação de apoio nas vigas:

$$R_x = \frac{F_{total} \cdot L_y \cdot L_x}{2 \cdot L_x} = \frac{F_{total} \cdot L_y}{2}$$

$$R_y = \frac{\left[47 - 17 \cdot \left(\frac{L_x}{L_y}\right)\right] \cdot F_{total} \cdot L_x}{200} ; \left(\frac{L_x}{L_y}\right) \leq 2$$

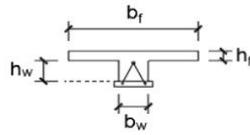
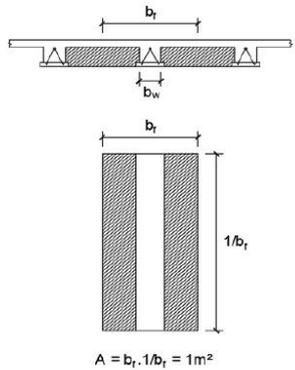
Rx = 4,92 kN/m (Reação de apoio nas vigas perpendiculares as vigotas)
Ry = 1,26 kN/m (Reação de apoio nas vigas paralelas as vigotas)
Ftotal = Carregamento total por m² de laje

As fórmulas para calcular as reações de apoio Rx e Ry foram obtidas na página 89 da seguinte referência bibliográfica:

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4ª Ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

• Levantamento dos quantitativos de materiais para execução da laje:

Antes de determinar a quantidade total de concreto e blocos de enchimento necessários para executar a laje como um todo, é conveniente determinar a quantidade desses materiais para cada m² da laje. Feito isso, basta multiplicar o resultado encontrado por Lx.Ly que terá a quantidade total desses materiais. Logo,



OBS.: O comprimento do bloco de enchimento será representado nas fórmulas abaixo por L_{bloco}

$$V_c = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f)$$

$$V_{c,total} = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f) \cdot L_x \cdot L_y$$

$V_c = 0,057143 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para cada m² da laje)
 $V_{c,total} = 0,35 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para toda a laje)

$$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = \frac{1/b_f}{L_{bloco}} = \frac{1}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$$Qtd. \text{ blocos total} = \frac{L_x \cdot L_y}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

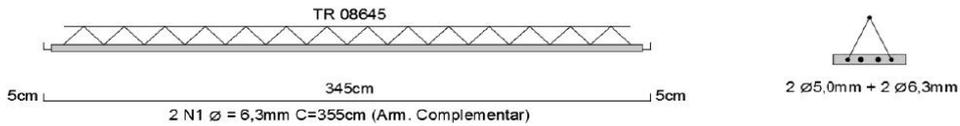
$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = 2,45 \text{ un}$ $Qtd. \text{ blocos total} = 15 \text{ un}$

Para obter a quantidade total de vigotas basta dividir o vão Lx por bf. Portanto:

$Qtd. \text{ vigotas} = 6 \text{ un}$

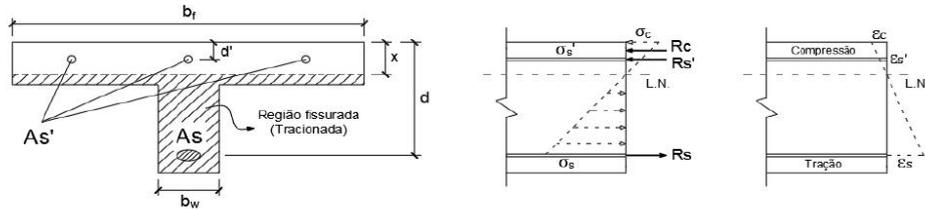
• Detalhamento das vigotas:

A seguir será apresentado um exemplo numérico fictício que pode ser usado como referência para o detalhamento das vigotas



• ANEXO:

Nesse anexo será demonstrado como obter a equação utilizada para calcular a posição da linha neutra com a seção no Estádio II (Após a fissuração). Para isso serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras: relação linear entre tensão e deformação específica para todos os pontos da seção transversal (Lei de Hooke); esforços de tração são resistidos exclusivamente pela armadura presente na região tracionada



Por semelhança de triângulos:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s}{d-x} \quad \sigma_s = \left(\frac{d-x}{x}\right) \sigma_c$$

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s'}{x-d'} \quad \sigma_s' = \left(\frac{x-d'}{x}\right) \sigma_c$$

σ_c = Máxima tensão de compressão no concreto
 σ_s = Máxima tensão de tração no aço
 σ_s' = Máxima tensão de compressão no aço

$$\sum F = 0 \quad : \quad R_s = R_c + R_s'$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) = \frac{x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right)$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot (d-x) = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x-d')$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot d - \alpha_e \cdot A_s \cdot x = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot x - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d'$$

$$\frac{b_f}{2} x^2 + [(\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x + [-(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d] = 0$$

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

$$a_1 = b_f/2$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$R_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2}$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \sigma_s$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \sigma_s'$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

R_c = Força de compressão no concreto

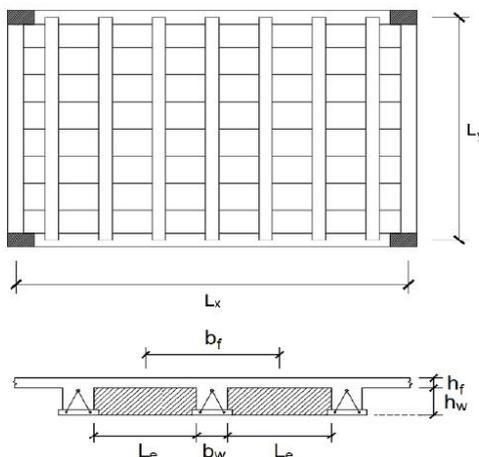
R_s = Força de tração no aço

R_s' = Força de compressão no aço

α_e = Fator de homogeneização

ANEXO C - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L3

Memorial de cálculo da laje L1 - Pav. Sup.



L1 é uma laje treliçada unidirecional, o que significa que possui nervuras apenas na direção do vão L_y . Seu cálculo se resume em encontrar a armadura necessária para resistir aos esforços atuando em uma viga com seção T, biapioiada, definida a partir de uma área de influência de largura b_f em torno das nervuras

• Cargas:

Permanente:

Peso próprio =	1,69 kN/m ²
Contrapiso =	0,63 kN/m ²
Revestimento =	0,50 kN/m ²
Forro =	0,12 kN/m ²
Carga adicional =	0,00 kN/m ²

$$PP = [b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w] \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_{conc} + (b_f - b_w) \cdot h_w \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_e$$

PP = Peso próprio por m² de laje
 γ_{conc} = Peso específico do concreto
 γ_e = Peso específico do elemento de enchimento

Variável:

Carga variável =	1,50 kN/m ²
Carga total por m ² da laje =	4,44 kN/m ²

OBS.: Na NBR 6120:2019 estão listados os valores mínimos das cargas acidentais (Variáveis) de acordo com a utilização destinada para a laje (Escritório, quarto, lavanderia etc)

• Propriedade dos materiais:

f_{ck} do concreto =	25 MPa
Tensão de escoamento f_{yk1} =	600 MPa
Tensão de escoamento f_{yk2} =	500 MPa
Peso específico do concreto =	25 kN/m ³
Peso específico do enchimento =	0,18 kN/m ³

OBS.: f_{yk1} e f_{yk2} são, respectivamente, a tensão de escoamento do aço presente no banzo inferior das treliças e do aço da armadura complementar (Valores característicos)

• Coeficientes de ponderação:

γ_f =	1,4	(Coeficiente para majorar os esforços e minorar a resistência do concreto - Item 11.7 e 12.4.1 da NBR 6118:2014)
γ_s =	1,15	(Coeficiente de minoração do aço - Item 12.4.1 da NBR 6118:2014)
Ψ_2 =	0,3	(Coeficiente redutor das cargas variáveis. Ele será utilizado na combinação quase permanente de serviço para calcular a flecha da laje - Tabela 11.2 da NBR 6118:2014)

• Propriedades geométricas:

Largura da nervura (b_w) =	9 cm
Altura do enchimento (h_w) =	8 cm
Comprimento do enchimento =	100 cm
Distância entre nervuras (L_e) =	33 cm
Altura da capa de concreto (h_f) =	5 cm
Altura útil d =	10,2 cm

Foi adotado para b_f o maior valor que obedece as duas condições abaixo (Item 14.6.2.2 da NBR 6118:2014):

$$b_f \leq \begin{cases} b_w + 2 \cdot (0,10 \cdot L_y) \\ b_w + L_e \end{cases} \quad b_f = 42,00 \text{ cm}$$

Vão L_x = 4,25 m
 Vão L_y = 2,95 m
 Largura da área de influência (b_f) = 42,00 cm
 z = 10 cm

Em geral, b_f será a distância entre o centro de dois blocos de enchimento adjacentes (b_w + L_e)

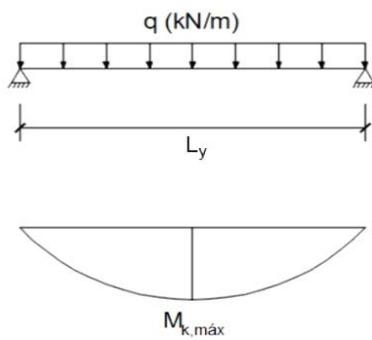
OBS.: A altura útil d corresponde a distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade (C.G.) das armaduras tracionadas

OBS.: z corresponde a distância entre a força resultante de compressão (F_c) e a força resultante de tração (F_s)

• Bitola da armadura de flexão:

Bitola do banzo inferior da treliça (φ_t) = 5,0 mm
 Bitola da armadura complementar (φ_c) = 6,3 mm

• Esforços solicitantes:



$$M_{k,max} = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_{d,max} = \gamma_f \cdot M_{k,max}$$

q = Carregamento distribuído na área de influência de uma vigota

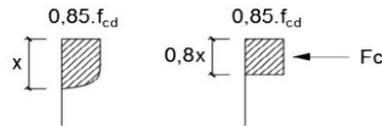
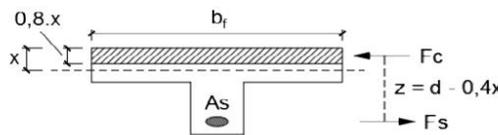
L_y = Comprimento do vão paralelo às vigotas

M_{k,max} = Momento fletor característico máximo

M_{d,max} = Momento fletor de cálculo máximo

M_{k,max} = 202,85 kNcm
 M_{d,max} = 283,99 kNcm

• Cálculo da área de aço:



$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot 0,8x = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x$$

$$M_d = F_c \cdot z = F_c \cdot (d - 0,4x) = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

$$-0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x^2 + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot d \cdot x - M_d = 0$$

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 1,088 \cdot \left(\frac{M_d}{b_f \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544}$$

$$F_s = f_{yd1} \cdot A_{s1} + f_{yd2} \cdot A_{s2}$$

$$M_d = F_s \cdot z = f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z + f_{yd2} \cdot A_{s2} \cdot z$$

$$A_{s2} = \frac{M_d - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} \quad ; \quad z = d - 0,4x$$

$$A_{s2} = \frac{F_c \cdot z - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} = \frac{F_c - f_{yd1} \cdot A_{s1}}{f_{yd2}}$$

x = 0,56 cm (Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto)

A_{s1} = 0,39 cm² (Área de aço do banzo inferior da treliça)

A_{s2} = 0,18 cm² (Área de aço da armadura complementar)

$$A_{s1} = 2 \cdot (\pi \cdot \phi_t^2 \cdot 0,25)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

OBS.: Se A_{s2} for negativo isso significa que não é necessário armadura complementar na base de concreto da vigota

Nº de barras complementares = 1

$$\text{Nº de barras} = \frac{A_{s2}}{\pi \cdot \phi_c^2 \cdot 0,25}$$

• Verificações:

Cisalhamento:

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, as lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a força cortante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, for menor ou igual a V_{Rd1}

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25f_{ctd} \quad (\text{Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento})$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} \quad ; \quad f_{ck} \text{ até } 50 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad k = |1,6 - d| \geq 1 \quad ; \quad d \text{ em metros}$$

A_s = Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, sendo $l_{b,nec}$ o comprimento de ancoragem necessário

b_w = Largura das nervuras

d = Altura útil

$V_{Rd1} =$	5,64 kN		
$V_{sd} =$	3,85 kN	$V_{sd} \leq V_{Rd1}$	OK

Verificação das diagonais comprimidas de concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto})$$

$V_{Rd2} =$	39,83 kN	$V_{sd} \leq V_{Rd2}$	OK
-------------	----------	-----------------------	----

Domínio de deformação:

Para garantir boas condições de ductilidade da laje, x/d deve ser menor ou igual a 0,45 (Item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014)

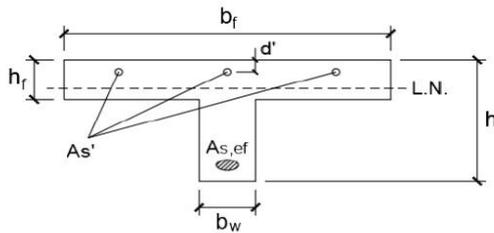
$x/d =$	0,0547	Dom. 2	OK
---------	--------	--------	----

Linha neutra:

A linha neutra deve estar compreendida dentro da capa de concreto. Para isso, $0 < x < h_f$, onde h_f é a espessura da capa de concreto

$0 < x < h_f$	OK
---------------	----

• Estado limite de serviço para deformações excessivas (ELS-DEF):



$b_f =$	42 cm
$h_f =$	5 cm
$b_w =$	9 cm
$h =$	13 cm
$d' =$	2 cm
$d =$	10,2 cm

Propriedades geométricas da seção no Estádio I (Antes da fissuração):

$$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h \quad A_c = 282 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área da seção bruta de concreto})$$

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_c} \quad y_{cg} = 4,16 \text{ cm} \quad (\text{Coordenada y do centro de gravidade da seção bruta de concreto})$$

$$I_c = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_c = 3086,82 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção bruta de concreto em relação ao centro de gravidade})$$

OBS.: Como a seção bruta de concreto é homogênea, o centro de gravidade coincide com a posição da linha neutra no Estádio I

Posição da linha neutra na seção fissurada (Estádio II):

Para verificar o ELS-DEF o cálculo da linha neutra será realizado considerando a influência da área de aço na região comprimida

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2 \cdot a_1} \quad a_1 = \frac{b_f}{2}$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot As' + \alpha_e \cdot As$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot d' - \alpha_e \cdot As \cdot d$$

$$a_1 = 21$$

$$a_2 = 13,28238$$

$$a_3 = -76,7932$$

$$As = 0,58 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço } As1 + As2)$$

$$As,ef = 0,70 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada})$$

$$As' = 0,93 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura na região comprimida da laje})$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Para } f_{ck} \text{ de } 20\text{MPa a } 50\text{MPa}) \quad E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \leq 1,0$$

$$E_{cs} = 24150 \text{ MPa} \quad (\text{Módulo de elasticidade secante do concreto - Item 8.2.8 da NBR 6118:2014})$$

OBS.: No cálculo da posição da linha neutra será adotada a área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada (As,ef)

$$x = 1,62 \text{ cm} \quad (\text{Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto no Estádio II})$$

Cálculo do momento de inércia para a seção fissurada (Estádio II):

$$I_h = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot As \cdot (x - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot (x - d')^2$$

$$I_h = 511,49 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção fissurada em relação a linha neutra})$$

Cálculo do momento de inércia médio de Brunson:

$$M_a = 154,88 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento fletor máximo para a combinação de carregamentos escolhido para verificação do ELS - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014})$$

$$M_a = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad ; \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad y_t = h - y_{cg}$$

$\alpha = 1,2$ para seção T

$$M_r = 107,47 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento de fissuração - Item 17.3 da NBR 6118:2014})$$

$$f_{ct,m} = 0,2565 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Resistência média à tração do concreto})$$

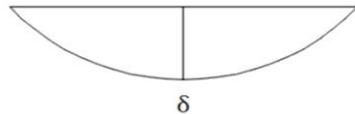
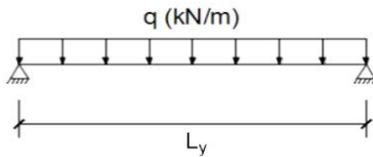
$$y_t = 8,84 \text{ cm} \quad (\text{Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada})$$

$$I_m = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_h \right\} \quad (\text{Momento de inércia médio de Brunson})$$

$$(EI)_{eq, t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_h \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$(EI)_{eq,t0} = 3313436,94 \text{ kNcm}^2$ (Rigidez equivalente da seção - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

Cálculo da flecha imediata e diferida:



$\delta t0 = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L_y^4}{(EI)_{eq,t0}} - CF$ (Flecha máxima imediata para uma laje treliçada unidirecional biapoada)

q = Carregamento na área de influência das vigotas obtido com a combinação quase permanente de serviço

$q = (G + \Psi_2 \cdot Q) \cdot b_f$ G = Carga permanente total
Q = Carga variável total

q = 1,42 kN/m CF = 0 cm
Ly = 2,95 m $\delta t0 = 0,4237 \text{ cm}$

OBS.: Na combinação quase permanente de serviço as cargas permanentes com seu valores característicos são somadas com as cargas variáveis multiplicadas pelo coeficiente redutor Ψ_2

G = 2,94 kN/m² Q = 1,5 kN/m²

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014, a flecha adicional diferida decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator αf

$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'}$ $\rho' = \frac{As'}{b_f \cdot d}$ $\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t0)$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da NBR 6118:2014 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32}$ para $t \leq 70$ meses $\xi(t > 70) = 2$
 $\xi(t) = 2$ para $t > 70$ meses $\xi(t0) = 0,543637$
 $\Delta \xi = 1,456363$
 $\alpha f = 1,31$ $\rho' = 0,002171$

$\delta_{t,f} = 0,5567 \text{ cm}$ (Flecha diferida no tempo devido a fluência)

A flecha máxima total é obtida somando a parcela da flecha imediata com a parcela da flecha devido a fluência

$\delta_{total} = 0,98 \text{ cm}$ (Flecha total da laje)

Verificação da flecha admissível:

De acordo com a Tabela 13.3 da NBR 6118:2014 a flecha máxima admissível da laje para que não provoque desconforto visual para os usuários do edifício é obtida dividindo o menor vão por 250

$\delta_{adm} = 1,18 \text{ cm}$ $\delta_{total} \leq \delta_{adm}$ OK

• Reação de apoio nas vigas:

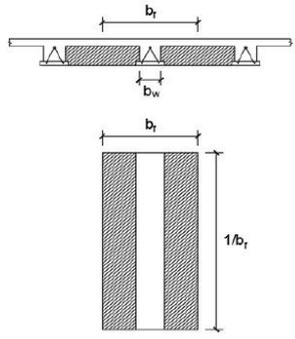
$R_x = \frac{F_{total} \cdot L_y \cdot L_x}{2 \cdot L_x} = \frac{F_{total} \cdot L_y}{2}$ $R_x = 6,55 \text{ kN/m}$ (Reação de apoio nas vigas perpendiculares as vigotas)
 $R_y = \frac{\left[47 - 17 \cdot \left(\frac{L_x}{L_y}\right)\right] \cdot F_{total} \cdot L_x}{200}$; $(L_x/L_y) \leq 2$ $R_y = 1,65 \text{ kN/m}$ (Reação de apoio nas vigas paralelas as vigotas)
 Ftotal = Carregamento total por m² de laje

As fórmulas para calcular as reações de apoio Rx e Ry foram obtidas na página 89 da seguinte referência bibliográfica:

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4ª Ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

• Levantamento dos quantitativos de materiais para execução da laje:

Antes de determinar a quantidade total de concreto e blocos de enchimento necessários para executar a laje como um todo, é conveniente determinar a quantidade desses materiais para cada m² da laje. Feito isso, basta multiplicar o resultado encontrado por Lx.Ly que terá a quantidade total desses materiais. Logo,



OBS.: O comprimento do bloco de enchimento será representado nas fórmulas abaixo por L_{bloco}

$$V_c = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f)$$

$$V_{c, total} = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f) \cdot L_x \cdot L_y$$

$V_c = 0,067143 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para cada m² da laje)

$V_{c, total} = 0,84 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para toda a laje)

$$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = \frac{1/b_f}{L_{bloco}} = \frac{1}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$$Qtd. \text{ blocos total} = \frac{L_x \cdot L_y}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$A = b_f \cdot 1/b_f = 1 \text{ m}^2$

$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = 2,39 \text{ un}$

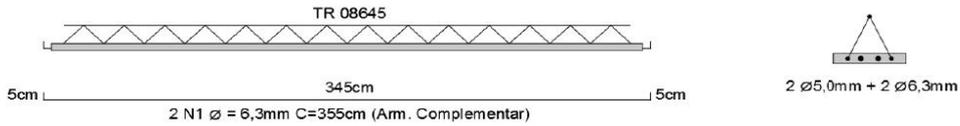
$Qtd. \text{ blocos total} = 30 \text{ un}$

Para obter a quantidade total de vigotas basta dividir o vão L_x por b_f . Portanto:

$Qtd. \text{ vigotas} = 10 \text{ un}$

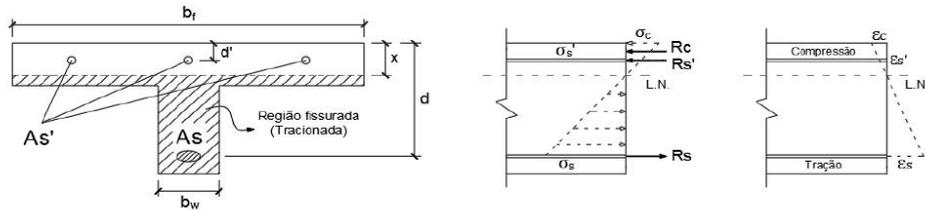
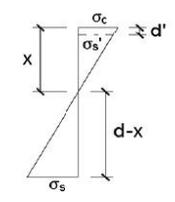
• Detalhamento das vigotas:

A seguir será apresentado um exemplo numérico fictício que pode ser usado como referência para o detalhamento das vigotas



• ANEXO:

Nesse anexo será demonstrado como obter a equação utilizada para calcular a posição da linha neutra com a seção no Estádio II (Após a fissuração). Para isso serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras: relação linear entre tensão e deformação específica para todos os pontos da seção transversal (Lei de Hooke); esforços de tração são resistidos exclusivamente pela armadura presente na região tracionada

Por semelhança de triângulos:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s}{d-x} \quad \sigma_s = \left(\frac{d-x}{x}\right) \sigma_c$$

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s'}{x-d'} \quad \sigma_s' = \left(\frac{x-d'}{x}\right) \sigma_c$$

σ_c = Máxima tensão de compressão no concreto
 σ_s = Máxima tensão de tração no aço
 σ_s' = Máxima tensão de compressão no aço

$$\sum F = 0 \quad : \quad R_s = R_c + R_s'$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) = \frac{x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right)$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot (d-x) = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x-d')$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot d - \alpha_e \cdot A_s \cdot x = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot x - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d'$$

$$\frac{b_f}{2} x^2 + [(\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x + [-(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d] = 0$$

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

$$a_1 = b_f/2$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$R_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2}$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \sigma_s$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \sigma_s'$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

Rc = Força de compressão no concreto

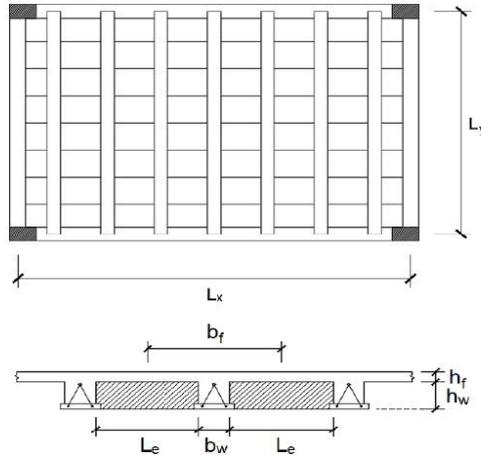
Rs = Força de tração no aço

Rs' = Força de compressão no aço

ae = Fator de homogeneização

ANEXO D - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L4

Memorial de cálculo da laje L4 - Pav. Sup.



L1 é uma laje treliçada unidirecional, o que significa que possui nervuras apenas na direção do vão L_y . Seu cálculo se resume em encontrar a armadura necessária para resistir aos esforços atuando em uma viga com seção T, biapioiada, definida a partir de uma área de influência de largura b_f em torno das nervuras

• Cargas:

Permanente:

Peso próprio =	1,49 kN/m ²
Contrapiso =	0,63 kN/m ²
Revestimento =	0,50 kN/m ²
Forro =	0,12 kN/m ²
Carga adicional =	0,00 kN/m ²

$$PP = [b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w] \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_{conc} + (b_f - b_w) \cdot h_w \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_e$$

PP = Peso próprio por m² de laje
 γ_{conc} = Peso específico do concreto
 γ_e = Peso específico do elemento de enchimento

Variável:

Carga variável =	1,50 kN/m ²
Carga total por m ² da laje =	4,24 kN/m ²

OBS.: Na NBR 6120:2019 estão listados os valores mínimos das cargas acidentais (Variáveis) de acordo com a utilização destinada para a laje (Escritório, quarto, lavanderia etc)

• Propriedade dos materiais:

f_{ck} do concreto =	25 MPa
Tensão de escoamento f_{yk1} =	600 MPa
Tensão de escoamento f_{yk2} =	500 MPa
Peso específico do concreto =	25 kN/m ³
Peso específico do enchimento =	0,18 kN/m ³

OBS.: f_{yk1} e f_{yk2} são, respectivamente, a tensão de escoamento do aço presente no banzo inferior das treliças e do aço da armadura complementar (Valores característicos)

• Coeficientes de ponderação:

γ_f =	1,4	(Coeficiente para majorar os esforços e minorar a resistência do concreto - Item 11.7 e 12.4.1 da NBR 6118:2014)
γ_s =	1,15	(Coeficiente de minoração do aço - Item 12.4.1 da NBR 6118:2014)
Ψ_2 =	0,3	(Coeficiente redutor das cargas variáveis. Ele será utilizado na combinação quase permanente de serviço para calcular a flecha da laje - Tabela 11.2 da NBR 6118:2014)

• Propriedades geométricas:

Largura da nervura (b_w) =	9 cm
Altura do enchimento (h_w) =	8 cm
Comprimento do enchimento =	100 cm
Distância entre nervuras (L_e) =	33 cm
Altura da capa de concreto (h_f) =	4 cm
Altura útil d =	9,2 cm

Foi adotado para b_f o maior valor que obedece as duas condições abaixo (Item 14.6.2.2 da NBR 6118:2014):

$$b_f \leq \begin{cases} b_w + 2 \cdot (0,10 \cdot L_y) \\ b_w + L_e \end{cases} \quad b_f = 38,00 \text{ cm}$$

Vão Lx = 4,25 m
 Vão Ly = 1,45 m
 Largura da área de influência (bf) = 38,00 cm
 z = 9 cm

Em geral, bf será a distância entre o centro de dois blocos de enchimento adjacentes (bw + Le)

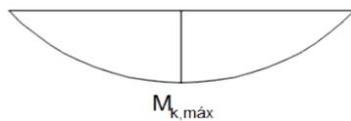
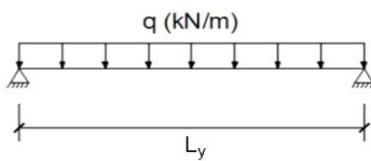
OBS.: A altura útil d corresponde a distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade (C.G.) das armaduras tracionadas

OBS.: z corresponde a distância entre a força resultante de compressão (Fc) e a força resultante de tração (Fs)

• Bitola da armadura de flexão:

Bitola do banzo inferior da treliça (φt) = 5,0 mm
 Bitola da armadura complementar (φc) = 6,3 mm

• Esforços solicitantes:



$$M_{k,max} = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_{d,max} = \gamma_f \cdot M_{k,max}$$

q = Carregamento distribuído na área de influência de uma vigota

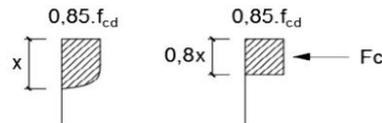
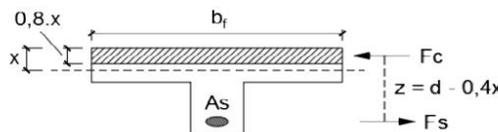
Ly = Comprimento do vão paralelo às vigotas

Mk,max = Momento fletor característico máximo

Md,max = Momento fletor de cálculo máximo

Mk,max = 42,31 kNcm
 Md,max = 59,23 kNcm

• Cálculo da área de aço:



$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot 0,8x = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x$$

$$M_d = F_c \cdot z = F_c \cdot (d - 0,4x) = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

$$-0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x^2 + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot d \cdot x - M_d = 0$$

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 1,088 \cdot \left(\frac{M_d}{b_f \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544}$$

$$F_s = f_{yd1} \cdot A_{s1} + f_{yd2} \cdot A_{s2}$$

$$M_d = F_s \cdot z = f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z + f_{yd2} \cdot A_{s2} \cdot z$$

$$A_{s2} = \frac{M_d - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} \quad ; \quad z = d - 0,4x$$

$$A_{s2} = \frac{F_c \cdot z - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} = \frac{F_c - f_{yd1} \cdot A_{s1}}{f_{yd2}}$$

x = 0,14 cm (Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto)

As1 = 0,39 cm² (Área de aço do banzo inferior da treliça)

As2 = -0,31 cm² (Área de aço da armadura complementar)

$$A_{s1} = 2 \cdot (\pi \cdot \phi_t^2 \cdot 0,25)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

OBS.: Se As2 for negativo isso significa que não é necessário armadura complementar na base de concreto da vigota

Nº de barras complementares = 0

$$\text{Nº de barras} = \frac{A_{s2}}{\pi \cdot \phi_c^2 \cdot 0,25}$$

• Verificações:

Cisalhamento:

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, as lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a força cortante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, for menor ou igual a V_{Rd1}

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25f_{ctd} \quad (\text{Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento})$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} \quad ; \quad f_{ck} \text{ até } 50 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad k = |1,6 - d| \geq 1 \quad ; \quad d \text{ em metros}$$

A_s = Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, sendo $l_{b,nec}$ o comprimento de ancoragem necessário

b_w = Largura das nervuras

d = Altura útil

$V_{Rd1} =$	4,21 kN		
$V_{sd} =$	1,63 kN	$V_{sd} \leq V_{Rd1}$	OK

Verificação das diagonais comprimidas de concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto})$$

$V_{Rd2} =$	35,93 kN	$V_{sd} \leq V_{Rd2}$	OK
-------------	----------	-----------------------	----

Domínio de deformação:

Para garantir boas condições de ductilidade da laje, x/d deve ser menor ou igual a 0,45 (Item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014)

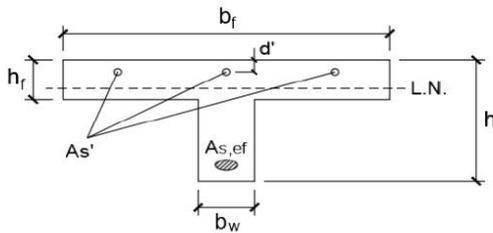
$x/d =$	0,0153	Dom. 2	OK
---------	--------	--------	----

Linha neutra:

A linha neutra deve estar compreendida dentro da capa de concreto. Para isso, $0 < x < h_f$, onde h_f é a espessura da capa de concreto

$0 < x < h_f$	OK
---------------	----

• Estado limite de serviço para deformações excessivas (ELS-DEF):



$b_f =$	38 cm
$h_f =$	4 cm
$b_w =$	9 cm
$h =$	12 cm
$d' =$	2 cm
$d =$	9,2 cm

Propriedades geométricas da seção no Estádio I (Antes da fissuração):

$$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h \quad A_c = 224 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área da seção bruta de concreto})$$

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_c} \quad y_{cg} = 3,93 \text{ cm} \quad (\text{Coordenada y do centro de gravidade da seção bruta de concreto})$$

$$I_c = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

Ic = 2345,52 cm⁴ (Momento de inércia da seção bruta de concreto em relação ao centro de gravidade)

OBS.: Como a seção bruta de concreto é homogênea, o centro de gravidade coincide com a posição da linha neutra no Estádio I

Posição da linha neutra na seção fissurada (Estádio II):

Para verificar o ELS-DEF o cálculo da linha neutra será realizado considerando a influência da área de aço na região comprimida

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2 \cdot a_1} \quad a_1 = \frac{b_f}{2}$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot As' + \alpha_e \cdot As$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot d' - \alpha_e \cdot As \cdot d$$

a1 = 19
a2 = 10,57173
a3 = -45,7298

As = 0,09 cm² (Área de aço As1 + As2)
As,ef = 0,39 cm² (Área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada)
As' = 0,93 cm² (Área de aço da armadura na região comprimida da laje)

Eci = α_e · 5600 · √f_{ck} (Para fck de 20MPa a 50MPa) Ecs = α · Eci α = (0,8 + 0,2 · f_{ck}/80) ≤ 1,0

Ecs = 24150 MPa (Módulo de elasticidade secante do concreto - Item 8.2.8 da NBR 6118:2014)

OBS.: No cálculo da posição da linha neutra será adotada a área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada (As,ef)

x = 1,30 cm (Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto no Estádio II)

Cálculo do momento de inércia para a seção fissurada (Estádio II):

$$I_h = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot As \cdot (x - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot (x - d')^2$$

Ih = 244,45 cm⁴ (Momento de inércia da seção fissurada em relação a linha neutra)

Cálculo do momento de inércia médio de Brunson:

Ma = 31,82 kNcm (Momento fletor máximo para a combinação de carregamentos escolhido para verificação do ELS - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

$$M_a = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad ; \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad y_t = h - y_{cg}$$

α = 1,2 para seção T

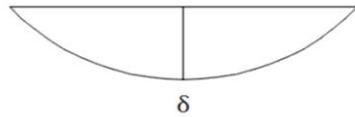
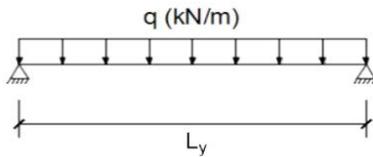
Mr = 89,44 kNcm (Momento de fissuração - Item 17.3 da NBR 6118:2014)
f_{ct,m} = 0,2565 kN/cm² (Resistência média à tração do concreto)
y_t = 8,07 cm (Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada)

$$I_m = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_h \right\} \quad (\text{Momento de inércia médio de Brunson})$$

$$(EI)_{eq, t0} = Ecs \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_h \right\} \leq Ecs \cdot I_c$$

$(EI)_{eq,t0} = 5664440,00 \text{ kNcm}^2$ (Rigidez equivalente da seção - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

Cálculo da flecha imediata e diferida:



$$\delta t_0 = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L_y^4}{(EI)_{eq,t0}} - CF$$

(Flecha máxima imediata para uma laje treliçada unidirecional biapoiada)

q = Carregamento na área de influência das vigotas obtido com a combinação quase permanente de serviço

$$q = (G + \Psi_2 \cdot Q) \cdot b_f$$

G = Carga permanente total
Q = Carga variável total

q = 1,21 kN/m CF = 0 cm
Ly = 1,45 m $\delta t_0 = 0,0123 \text{ cm}$

OBS.: Na combinação quase permanente de serviço as cargas permanentes com seu valores característicos são somadas com as cargas variáveis multiplicadas pelo coeficiente redutor Ψ_2

G = 2,74 kN/m² Q = 1,5 kN/m²

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014, a flecha adicional diferida decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator αf

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'} \quad \rho' = \frac{As'}{b_f \cdot d} \quad \Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da NBR 6118:2014 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses}$$

$\alpha f = 1,29$

$\xi(t > 70) = 2$
 $\xi(t_0) = 0,543637$
 $\Delta \xi = 1,456363$
 $\rho' = 0,00266$

$\delta_{t,f} = 0,0158 \text{ cm}$ (Flecha diferida no tempo devido a fluência)

A flecha máxima total é obtida somando a parcela da flecha imediata com a parcela da flecha devido a fluência

$\delta_{total} = 0,03 \text{ cm}$ (Flecha total da laje)

Verificação da flecha admissível:

De acordo com a Tabela 13.3 da NBR 6118:2014 a flecha máxima admissível da laje para que não provoque desconforto visual para os usuários do edifício é obtida dividindo o menor vão por 250

$\delta_{adm} = 0,58 \text{ cm}$ $\delta_{total} \leq \delta_{adm}$ OK

• Reação de apoio nas vigas:

$$R_x = \frac{F_{total} \cdot L_y \cdot L_x}{2 \cdot L_x} = \frac{F_{total} \cdot L_y}{2}$$

$$R_y = \frac{\left[47 - 17 \cdot \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \right] \cdot F_{total} \cdot L_x}{200} ; \quad \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \leq 2$$

Rx = 3,07 kN/m (Reação de apoio nas vigas perpendiculares as vigotas)
Ry = 0,72 kN/m (Reação de apoio nas vigas paralelas as vigotas)
Ftotal = Carregamento total por m² de laje

As fórmulas para calcular as reações de apoio Rx e Ry foram obtidas na página 89 da seguinte referência bibliográfica:

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4ª Ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

- Levantamento dos quantitativos de materiais para execução da laje:

Antes de determinar a quantidade total de concreto e blocos de enchimento necessários para executar a laje como um todo, é conveniente determinar a quantidade desses materiais para cada m² da laje. Feito isso, basta multiplicar o resultado encontrado por Lx.Ly que terá a quantidade total desses materiais. Logo,

OBS.: O comprimento do bloco de enchimento será representado nas fórmulas abaixo por L_{bloco}

$$V_c = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f)$$

$$V_{c,total} = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f) \cdot L_x \cdot L_y$$

$V_c = 0,058947 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para cada m² da laje)

$V_{c,total} = 0,36 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para toda a laje)

$$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = \frac{1/b_f}{L_{bloco}} = \frac{1}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$$Qtd. \text{ blocos total} = \frac{L_x \cdot L_y}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$A = b_f \cdot 1/b_f = 1 \text{ m}^2$

Qtd. blocos por m² = 2,76 un

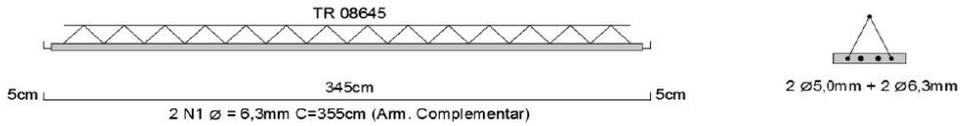
Qtd. blocos total = 17 un

Para obter a quantidade total de vigotas basta dividir o vão Lx por bf. Portanto:

Qtd. vigotas = 11 un

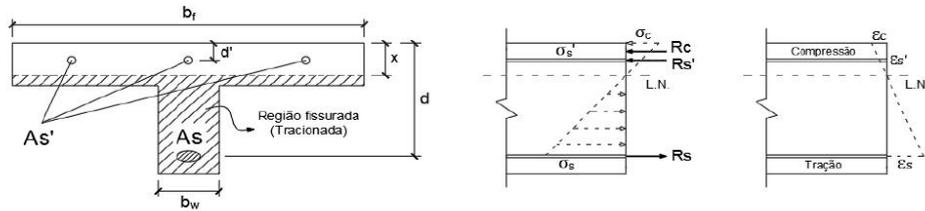
- Detalhamento das vigotas:

A seguir será apresentado um exemplo numérico fictício que pode ser usado como referência para o detalhamento das vigotas



- ANEXO:

Nesse anexo será demonstrado como obter a equação utilizada para calcular a posição da linha neutra com a seção no Estádio II (Após a fissuração). Para isso serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras: relação linear entre tensão e deformação específica para todos os pontos da seção transversal (Lei de Hooke); esforços de tração são resistidos exclusivamente pela armadura presente na região tracionada



Por semelhança de triângulos:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s}{d-x}$$

$$\sigma_s = \left(\frac{d-x}{x}\right) \sigma_c$$

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s'}{x-d'}$$

$$\sigma_s' = \left(\frac{x-d'}{x}\right) \sigma_c$$

σ_c = Máxima tensão de compressão no concreto

σ_s = Máxima tensão de tração no aço

σ_s' = Máxima tensão de compressão no aço

$$\sum F = 0 \quad : \quad R_s = R_c + R_s'$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) = \frac{x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right)$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot (d-x) = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x-d')$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot d - \alpha_e \cdot A_s \cdot x = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot x - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d'$$

$$\frac{b_f}{2} x^2 + [(\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x + [-(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d] = 0$$

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

$$a_1 = b_f/2$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$R_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2}$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \sigma_s$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \sigma_s'$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

R_c = Força de compressão no concreto

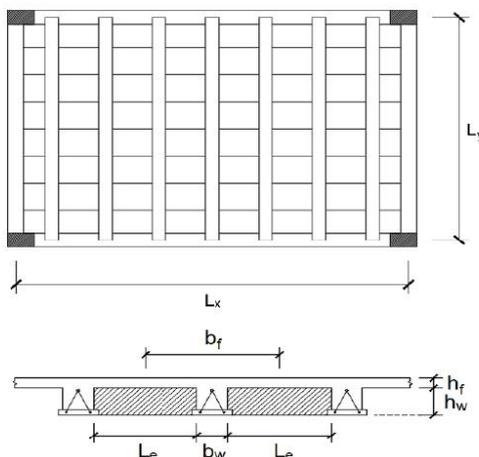
R_s = Força de tração no aço

R_s' = Força de compressão no aço

α_e = Fator de homogeneização

ANEXO E - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L5

Memorial de cálculo da laje L5 - Pav. Sup.



L1 é uma laje treliçada unidirecional, o que significa que possui nervuras apenas na direção do vão L_y . Seu cálculo se resume em encontrar a armadura necessária para resistir aos esforços atuando em uma viga com seção T, biapioiada, definida a partir de uma área de influência de largura b_f em torno das nervuras

• Cargas:

Permanente:

Peso próprio =	1,69 kN/m ²
Contrapiso =	0,63 kN/m ²
Revestimento =	0,50 kN/m ²
Forro =	0,12 kN/m ²
Carga adicional =	0,00 kN/m ²

$$PP = [b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w] \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_{conc} + (b_f - b_w) \cdot h_w \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_e$$

PP = Peso próprio por m² de laje
 γ_{conc} = Peso específico do concreto
 γ_e = Peso específico do elemento de enchimento

Variável:

Carga variável =	1,50 kN/m ²
Carga total por m ² da laje =	4,44 kN/m ²

OBS.: Na NBR 6120:2019 estão listados os valores mínimos das cargas acidentais (Variáveis) de acordo com a utilização destinada para a laje (Escritório, quarto, lavanderia etc)

• Propriedade dos materiais:

f_{ck} do concreto =	25 MPa
Tensão de escoamento f_{yk1} =	600 MPa
Tensão de escoamento f_{yk2} =	500 MPa
Peso específico do concreto =	25 kN/m ³
Peso específico do enchimento =	0,18 kN/m ³

OBS.: f_{yk1} e f_{yk2} são, respectivamente, a tensão de escoamento do aço presente no banzo inferior das treliças e do aço da armadura complementar (Valores característicos)

• Coeficientes de ponderação:

γ_f =	1,4	(Coeficiente para majorar os esforços e minorar a resistência do concreto - Item 11.7 e 12.4.1 da NBR 6118:2014)
γ_s =	1,15	(Coeficiente de minoração do aço - Item 12.4.1 da NBR 6118:2014)
Ψ_2 =	0,3	(Coeficiente redutor das cargas variáveis. Ele será utilizado na combinação quase permanente de serviço para calcular a flecha da laje - Tabela 11.2 da NBR 6118:2014)

• Propriedades geométricas:

Largura da nervura (b_w) =	9 cm
Altura do enchimento (h_w) =	8 cm
Comprimento do enchimento =	100 cm
Distância entre nervuras (L_e) =	33 cm
Altura da capa de concreto (h_f) =	5 cm
Altura útil d =	10,2 cm

Foi adotado para b_f o maior valor que obedece as duas condições abaixo (Item 14.6.2.2 da NBR 6118:2014):

$$b_f \leq \begin{cases} b_w + 2 \cdot (0,10 \cdot L_y) \\ b_w + L_e \end{cases} \quad b_f = 42,00 \text{ cm}$$

Vão Lx = 4,25 m
 Vão Ly = 3,4 m
 Largura da área de influência (bf) = 42,00 cm
 z = 10 cm

Em geral, bf será a distância entre o centro de dois blocos de enchimento adjacentes (bw + Le)

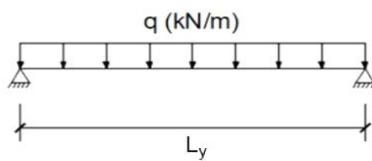
OBS.: A altura útil d corresponde a distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade (C.G.) das armaduras tracionadas

OBS.: z corresponde a distância entre a força resultante de compressão (Fc) e a força resultante de tração (Fs)

• Bitola da armadura de flexão:

Bitola do banzo inferior da treliça (φt) = 5,0 mm
 Bitola da armadura complementar (φc) = 6,3 mm

• Esforços solicitantes:



$$M_{k,máx} = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_{d,máx} = \gamma_f \cdot M_{k,máx}$$

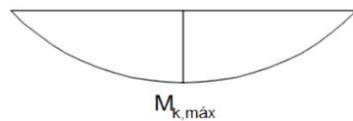
q = Carregamento distribuído na área de influência de uma vigota

Ly = Comprimento do vão paralelo às vigotas

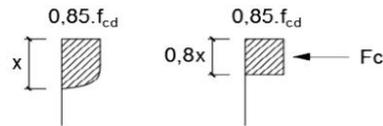
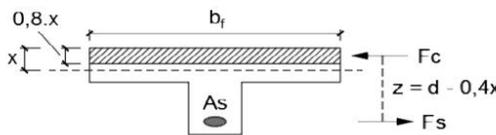
Mk,máx = Momento fletor característico máximo

Md,máx = Momento fletor de cálculo máximo

Mk,máx = 269,46 kNcm
 Md,máx = 377,24 kNcm



• Cálculo da área de aço:



$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot 0,8x = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x$$

$$M_d = F_c \cdot z = F_c \cdot (d - 0,4x) = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

$$-0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x^2 + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot d \cdot x - M_d = 0$$

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 1,088 \cdot \left(\frac{M_d}{b_f \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544}$$

$$F_s = f_{yd1} \cdot A_{s1} + f_{yd2} \cdot A_{s2}$$

$$M_d = F_s \cdot z = f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z + f_{yd2} \cdot A_{s2} \cdot z$$

$$A_{s2} = \frac{M_d - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} \quad ; \quad z = d - 0,4x$$

$$A_{s2} = \frac{F_c \cdot z - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} = \frac{F_c - f_{yd1} \cdot A_{s1}}{f_{yd2}}$$

x = 0,75 cm (Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto)

As1 = 0,39 cm² (Área de aço do banzo inferior da treliça)

As2 = 0,41 cm² (Área de aço da armadura complementar)

$$A_{s1} = 2 \cdot (\pi \cdot \phi_t^2 \cdot 0,25)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

OBS.: Se As2 for negativo isso significa que não é necessário armadura complementar na base de concreto da vigota

Nº de barras complementares = 2

$$\text{Nº de barras} = \frac{A_{s2}}{\pi \cdot \phi_c^2 \cdot 0,25}$$

• Verificações:

Cisalhamento:

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, as lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a força cortante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, for menor ou igual a V_{Rd1}

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25f_{ctd} \quad (\text{Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento})$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} ; \quad f_{ck} \text{ até } 50 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad k = |1,6 - d| \geq 1 ; \quad d \text{ em metros}$$

A_s = Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, sendo $l_{b,nec}$ o comprimento de ancoragem necessário

b_w = Largura das nervuras

d = Altura útil

$$\begin{array}{llll} V_{Rd1} = & 6,07 \text{ kN} & & \\ V_{sd} = & 4,44 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd1} & \text{OK} \end{array}$$

Verificação das diagonais comprimidas de concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto})$$

$$\begin{array}{llll} V_{Rd2} = & 39,83 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd2} & \text{OK} \end{array}$$

Domínio de deformação:

Para garantir boas condições de ductilidade da laje, x/d deve ser menor ou igual a 0,45 (Item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014)

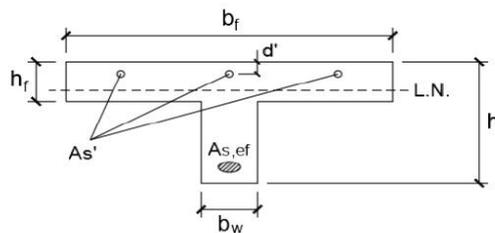
$$\begin{array}{llll} x/d = & 0,0732 & \text{Dom. 2} & \text{OK} \end{array}$$

Linha neutra:

A linha neutra deve estar compreendida dentro da capa de concreto. Para isso, $0 < x < h_f$, onde h_f é a espessura da capa de concreto

$$\begin{array}{ll} 0 < x < h_f & \text{OK} \end{array}$$

• Estado limite de serviço para deformações excessivas (ELS-DEF):



$b_f =$	42 cm
$h_f =$	5 cm
$b_w =$	9 cm
$h =$	13 cm
$d' =$	2 cm
$d =$	10,2 cm

Propriedades geométricas da seção no Estádio I (Antes da fissuração):

$$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h \quad A_c = 282 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área da seção bruta de concreto})$$

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_c} \quad y_{cg} = 4,16 \text{ cm} \quad (\text{Coordenada } y \text{ do centro de gravidade da seção bruta de concreto})$$

$$I_c = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_c = 3086,82 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção bruta de concreto em relação ao centro de gravidade})$$

OBS.: Como a seção bruta de concreto é homogênea, o centro de gravidade coincide com a posição da linha neutra no Estádio I

Posição da linha neutra na seção fissurada (Estádio II):

Para verificar o ELS-DEF o cálculo da linha neutra será realizado considerando a influência da área de aço na região comprimida

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2 \cdot a_1} \quad a_1 = \frac{b_f}{2}$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot As' + \alpha_e \cdot As$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot d' - \alpha_e \cdot As \cdot d$$

$$a_1 = 21$$

$$a_2 = 15,99303$$

$$a_3 = -104,442$$

$$As = 0,80 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço } As_1 + As_2)$$

$$As_{ef} = 1,02 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada})$$

$$As' = 0,93 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura na região comprimida da laje})$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Para } f_{ck} \text{ de } 20\text{MPa a } 50\text{MPa}) \quad E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \leq 1,0$$

$$E_{cs} = 24150 \text{ MPa} \quad (\text{Módulo de elasticidade secante do concreto - Item 8.2.8 da NBR 6118:2014})$$

OBS.: No cálculo da posição da linha neutra será adotada a área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada (As_{ef})

$$x = 1,88 \text{ cm} \quad (\text{Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto no Estádio II})$$

Cálculo do momento de inércia para a seção fissurada (Estádio II):

$$I_h = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot As \cdot (x - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot (x - d')^2$$

$$I_h = 704,78 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção fissurada em relação a linha neutra})$$

Cálculo do momento de inércia médio de Brunson:

$$M_a = 205,73 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento fletor máximo para a combinação de carregamentos escolhido para verificação do ELS - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014})$$

$$M_a = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad ; \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad y_t = h - y_{cg}$$

$\alpha = 1,2$ para seção T

$$M_r = 107,47 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento de fissuração - Item 17.3 da NBR 6118:2014})$$

$$f_{ct,m} = 0,2565 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Resistência média à tração do concreto})$$

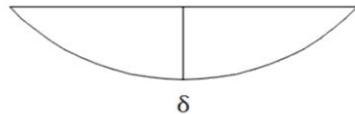
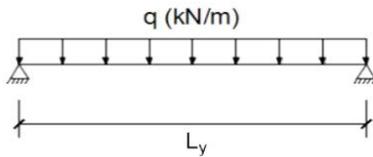
$$y_t = 8,84 \text{ cm} \quad (\text{Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada})$$

$$I_m = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_h \right\} \quad (\text{Momento de inércia médio de Brunson})$$

$$(EI)_{eq, t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_h \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$(EI)_{eq,t0} = 2522137,41 \text{ kNcm}^2$ (Rigidez equivalente da seção - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

Cálculo da flecha imediata e diferida:



$$\delta t_0 = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L_y^4}{(EI)_{eq,t0}} - CF$$

(Flecha máxima imediata para uma laje treliçada unidirecional biapoiada)

q = Carregamento na área de influência das vigotas obtido com a combinação quase permanente de serviço

$$q = (G + \Psi_2 \cdot Q) \cdot b_f$$

G = Carga permanente total
Q = Carga variável total

q = 1,42 kN/m CF = 0,92 cm
Ly = 3,4 m $\delta t_0 = 0,0622 \text{ cm}$

OBS.: Na combinação quase permanente de serviço as cargas permanentes com seu valores característicos são somadas com as cargas variáveis multiplicadas pelo coeficiente redutor Ψ_2

G = 2,94 kN/m² Q = 1,5 kN/m²

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014, a flecha adicional diferida decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator αf

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \rho'} \quad \rho' = \frac{As'}{b_f \cdot d} \quad \Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da NBR 6118:2014 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \quad \xi(t > 70) = 2$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses} \quad \xi(t_0) = 0,543637$$

$$\alpha_f = 1,31 \quad \Delta \xi = 1,456363$$

$$\rho' = 0,002171$$

$\delta_{t,f} = 1,2904 \text{ cm}$ (Flecha diferida no tempo devido a fluência)

A flecha máxima total é obtida somando a parcela da flecha imediata com a parcela da flecha devido a fluência

$\delta_{total} = 1,35 \text{ cm}$ (Flecha total da laje)

Verificação da flecha admissível:

De acordo com a Tabela 13.3 da NBR 6118:2014 a flecha máxima admissível da laje para que não provoque desconforto visual para os usuários do edifício é obtida dividindo o menor vão por 250

$\delta_{adm} = 1,36 \text{ cm}$ $\delta_{total} \leq \delta_{adm}$ OK

• Reação de apoio nas vigas:

$$R_x = \frac{F_{total} \cdot L_y \cdot L_x}{2 \cdot L_x} = \frac{F_{total} \cdot L_y}{2}$$

R_x = 7,55 kN/m (Reação de apoio nas vigas perpendiculares as vigotas)

$$R_y = \frac{\left[47 - 17 \cdot \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \right] \cdot F_{total} \cdot L_x}{200} ; \quad \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \leq 2$$

R_y = 1,96 kN/m (Reação de apoio nas vigas paralelas as vigotas)

F_{total} = Carregamento total por m² de laje

As fórmulas para calcular as reações de apoio R_x e R_y foram obtidas na página 89 da seguinte referência bibliográfica:

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4ª Ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

• Levantamento dos quantitativos de materiais para execução da laje:

Antes de determinar a quantidade total de concreto e blocos de enchimento necessários para executar a laje como um todo, é conveniente determinar a quantidade desses materiais para cada m² da laje. Feito isso, basta multiplicar o resultado encontrado por Lx.Ly que terá a quantidade total desses materiais. Logo,

OBS.: O comprimento do bloco de enchimento será representado nas fórmulas abaixo por L_{bloco}

$$V_c = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f)$$

$$V_{c,total} = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f) \cdot L_x \cdot L_y$$

$V_c = 0,067143 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para cada m² da laje)

$V_{c,total} = 0,97 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para toda a laje)

$$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = \frac{1/b_f}{L_{bloco}} = \frac{1}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$$Qtd. \text{ blocos total} = \frac{L_x \cdot L_y}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$A = b_f \cdot 1/b_f = 1 \text{ m}^2$

$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = 2,42 \text{ un}$

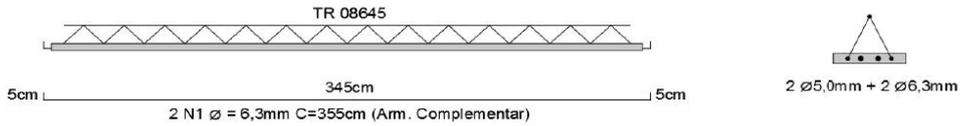
$Qtd. \text{ blocos total} = 35 \text{ un}$

Para obter a quantidade total de vigotas basta dividir o vão Lx por bf. Portanto:

$Qtd. \text{ vigotas} = 10 \text{ un}$

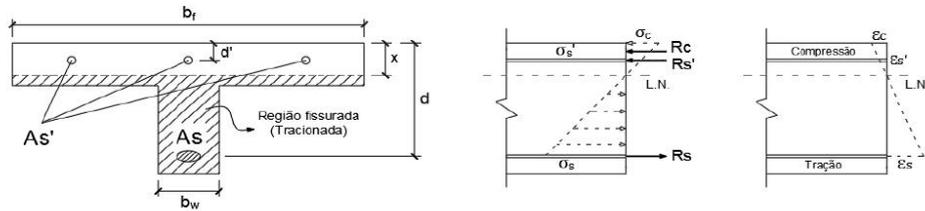
• Detalhamento das vigotas:

A seguir será apresentado um exemplo numérico fictício que pode ser usado como referência para o detalhamento das vigotas



• ANEXO:

Nesse anexo será demonstrado como obter a equação utilizada para calcular a posição da linha neutra com a seção no Estádio II (Após a fissuração). Para isso serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras: relação linear entre tensão e deformação específica para todos os pontos da seção transversal (Lei de Hooke); esforços de tração são resistidos exclusivamente pela armadura presente na região tracionada



Por semelhança de triângulos:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s}{d-x} \quad \sigma_s = \left(\frac{d-x}{x}\right) \sigma_c$$

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s'}{x-d'} \quad \sigma_s' = \left(\frac{x-d'}{x}\right) \sigma_c$$

σ_c = Máxima tensão de compressão no concreto
 σ_s = Máxima tensão de tração no aço
 σ_s' = Máxima tensão de compressão no aço

$$\sum F = 0 \quad : \quad R_s = R_c + R_s'$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) = \frac{x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right)$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot (d-x) = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x-d')$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot d - \alpha_e \cdot A_s \cdot x = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot x - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d'$$

$$\frac{b_f}{2} x^2 + [(\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x + [-(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d] = 0$$

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

$$a_1 = b_f/2$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$R_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2}$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \sigma_s$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \sigma_s'$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

R_c = Força de compressão no concreto

R_s = Força de tração no aço

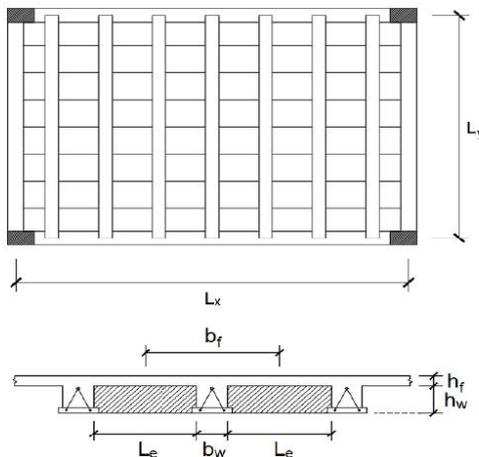
R_s' = Força de compressão no aço

α_e = Fator de homogeneização

Fonte: Elaborado pelo autor.

ANEXO F - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L6

Memorial de cálculo da laje L6 - Pav. Sup.



L1 é uma laje treliçada unidirecional, o que significa que possui nervuras apenas na direção do vão L_y . Seu cálculo se resume em encontrar a armadura necessária para resistir aos esforços atuando em uma viga com seção T, biapioiada, definida a partir de uma área de influência de largura b_f em torno das nervuras

• Cargas:

Permanente:

Peso próprio =	1,69 kN/m ²
Contrapiso =	0,63 kN/m ²
Revestimento =	0,50 kN/m ²
Forro =	0,12 kN/m ²
Carga adicional =	0,00 kN/m ²

$$PP = [b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w] \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_{conc} + (b_f - b_w) \cdot h_w \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_e$$

PP = Peso próprio por m² de laje
 γ_{conc} = Peso específico do concreto
 γ_e = Peso específico do elemento de enchimento

Variável:

Carga variável =	1,50 kN/m ²
Carga total por m ² da laje =	4,44 kN/m ²

OBS.: Na NBR 6120:2019 estão listados os valores mínimos das cargas acidentais (Variáveis) de acordo com a utilização destinada para a laje (Escritório, quarto, lavanderia etc)

• Propriedade dos materiais:

f_{ck} do concreto =	25 MPa
Tensão de escoamento f_{yk1} =	600 MPa
Tensão de escoamento f_{yk2} =	500 MPa
Peso específico do concreto =	25 kN/m ³
Peso específico do enchimento =	0,18 kN/m ³

OBS.: f_{yk1} e f_{yk2} são, respectivamente, a tensão de escoamento do aço presente no banzo inferior das treliças e do aço da armadura complementar (Valores característicos)

• Coeficientes de ponderação:

γ_f =	1,4	(Coeficiente para majorar os esforços e minorar a resistência do concreto - Item 11.7 e 12.4.1 da NBR 6118:2014)
γ_s =	1,15	(Coeficiente de minoração do aço - Item 12.4.1 da NBR 6118:2014)
Ψ_2 =	0,3	(Coeficiente redutor das cargas variáveis. Ele será utilizado na combinação quase permanente de serviço para calcular a flecha da laje - Tabela 11.2 da NBR 6118:2014)

• Propriedades geométricas:

Largura da nervura (b_w) =	9 cm
Altura do enchimento (h_w) =	8 cm
Comprimento do enchimento =	100 cm
Distância entre nervuras (L_e) =	33 cm
Altura da capa de concreto (h_f) =	5 cm
Altura útil d =	10,2 cm

Foi adotado para b_f o maior valor que obedece as duas condições abaixo (Item 14.6.2.2 da NBR 6118:2014):

$$b_f \leq \begin{cases} b_w + 2 \cdot (0,10 \cdot L_y) \\ b_w + L_e \end{cases} \quad b_f = 42,00 \text{ cm}$$

Vão L_x = 4,25 m
 Vão L_y = 3,35 m
 Largura da área de influência (b_f) = 42,00 cm
 z = 10 cm

Em geral, b_f será a distância entre o centro de dois blocos de enchimento adjacentes (b_w + L_e)

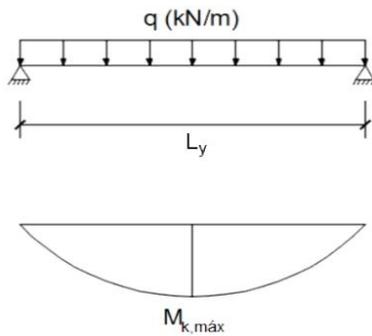
OBS.: A altura útil d corresponde a distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade (C.G.) das armaduras tracionadas

OBS.: z corresponde a distância entre a força resultante de compressão (F_c) e a força resultante de tração (F_s)

• Bitola da armadura de flexão:

Bitola do banzo inferior da treliça (φ_t) = 5,0 mm
 Bitola da armadura complementar (φ_c) = 6,3 mm

• Esforços solicitantes:



$$M_{k,max} = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_{d,max} = \gamma_f \cdot M_{k,max}$$

q = Carregamento distribuído na área de influência de uma vigota

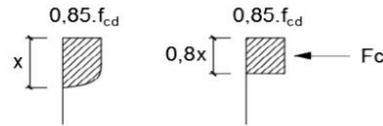
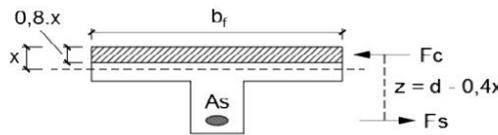
L_y = Comprimento do vão paralelo às vigotas

M_{k,max} = Momento fletor característico máximo

M_{d,max} = Momento fletor de cálculo máximo

M_{k,max} = 261,59 kNcm
 M_{d,max} = 366,23 kNcm

• Cálculo da área de aço:



$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot 0,8x = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x$$

$$M_d = F_c \cdot z = F_c \cdot (d - 0,4x) = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

$$-0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x^2 + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot d \cdot x - M_d = 0$$

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 1,088 \cdot \left(\frac{M_d}{b_f \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544}$$

$$F_s = f_{yd1} \cdot A_{s1} + f_{yd2} \cdot A_{s2}$$

$$M_d = F_s \cdot z = f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z + f_{yd2} \cdot A_{s2} \cdot z$$

$$A_{s2} = \frac{M_d - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} \quad ; \quad z = d - 0,4x$$

$$A_{s2} = \frac{F_c \cdot z - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} = \frac{F_c - f_{yd1} \cdot A_{s1}}{f_{yd2}}$$

x = 0,72 cm (Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto)

A_{s1} = 0,39 cm² (Área de aço do banzo inferior da treliça)

A_{s2} = 0,38 cm² (Área de aço da armadura complementar)

$$A_{s1} = 2 \cdot (\pi \cdot \phi_t^2 \cdot 0,25)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

OBS.: Se A_{s2} for negativo isso significa que não é necessário armadura complementar na base de concreto da vigota

Nº de barras complementares = 2

$$\text{Nº de barras} = \frac{A_{s2}}{\pi \cdot \phi_c^2 \cdot 0,25}$$

• Verificações:

Cisalhamento:

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, as lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a força cortante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, for menor ou igual a V_{Rd1}

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25f_{ctd} \quad (\text{Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento})$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} \quad ; \quad f_{ck} \text{ até } 50 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad k = |1,6 - d| \geq 1 \quad ; \quad d \text{ em metros}$$

A_s = Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, sendo $l_{b,nec}$ o comprimento de ancoragem necessário

b_w = Largura das nervuras

d = Altura útil

$$\begin{array}{llll} V_{Rd1} = & 6,02 \text{ kN} & & \\ V_{sd} = & 4,37 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd1} & \text{OK} \end{array}$$

Verificação das diagonais comprimidas de concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto})$$

$$\begin{array}{llll} V_{Rd2} = & 39,83 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd2} & \text{OK} \end{array}$$

Domínio de deformação:

Para garantir boas condições de ductilidade da laje, x/d deve ser menor ou igual a 0,45 (Item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014)

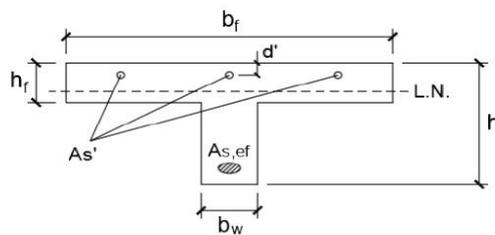
$$\begin{array}{llll} x/d = & 0,0710 & \text{Dom. 2} & \text{OK} \end{array}$$

Linha neutra:

A linha neutra deve estar compreendida dentro da capa de concreto. Para isso, $0 < x < h_f$, onde h_f é a espessura da capa de concreto

$$0 < x < h_f \quad \text{OK}$$

• Estado limite de serviço para deformações excessivas (ELS-DEF):



b_f =	42 cm
h_f =	5 cm
b_w =	9 cm
h =	13 cm
d' =	2 cm
d =	10,2 cm

Propriedades geométricas da seção no Estádio I (Antes da fissuração):

$$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h \quad A_c = 282 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área da seção bruta de concreto})$$

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_c} \quad y_{cg} = 4,16 \text{ cm} \quad (\text{Coordenada y do centro de gravidade da seção bruta de concreto})$$

$$I_c = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_c = 3086,82 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção bruta de concreto em relação ao centro de gravidade})$$

OBS.: Como a seção bruta de concreto é homogênea, o centro de gravidade coincide com a posição da linha neutra no Estádio I

Posição da linha neutra na seção fissurada (Estádio II):

Para verificar o ELS-DEF o cálculo da linha neutra será realizado considerando a influência da área de aço na região comprimida

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2 \cdot a_1} \quad a_1 = \frac{b_f}{2}$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$a_1 = 21$$

$$a_2 = 15,99303$$

$$a_3 = -104,442$$

$$A_s = 0,77 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço } A_{s1} + A_{s2})$$

$$A_{s,ef} = 1,02 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada})$$

$$A_s' = 0,93 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura na região comprimida da laje})$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Para } f_{ck} \text{ de } 20\text{MPa a } 50\text{MPa}) \quad E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \leq 1,0$$

$$E_{cs} = 24150 \text{ MPa} \quad (\text{Módulo de elasticidade secante do concreto - Item 8.2.8 da NBR 6118:2014})$$

OBS.: No cálculo da posição da linha neutra será adotada a área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada ($A_{s,ef}$)

$$x = 1,88 \text{ cm} \quad (\text{Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto no Estádio II})$$

Cálculo do momento de inércia para a seção fissurada (Estádio II):

$$I_h = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x - d')^2$$

$$I_h = 704,78 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção fissurada em relação a linha neutra})$$

Cálculo do momento de inércia médio de Brunson:

$$M_a = 199,73 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento fletor máximo para a combinação de carregamentos escolhido para verificação do ELS - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014})$$

$$M_a = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad ; \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad y_t = h - y_{cg}$$

$\alpha = 1,2$ para seção T

$$M_r = 107,47 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento de fissuração - Item 17.3 da NBR 6118:2014})$$

$$f_{ct,m} = 0,2565 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Resistência média à tração do concreto})$$

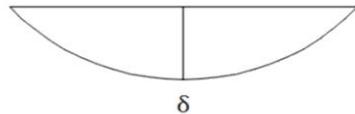
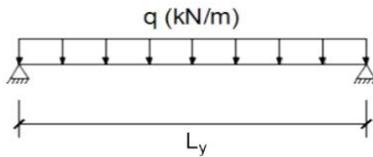
$$y_t = 8,84 \text{ cm} \quad (\text{Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada})$$

$$I_m = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \quad (\text{Momento de inércia médio de Brunson})$$

$$(E)eq, t0 = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$(EI)_{eq,t0} = 2598373,63 \text{ kNcm}^2$ (Rigidez equivalente da seção - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

Cálculo da flecha imediata e diferida:



$$\delta t_0 = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L_y^4}{(EI)_{eq,t0}} - CF$$

(Flecha máxima imediata para uma laje treliçada unidirecional biapoiada)

q = Carregamento na área de influência das vigotas obtido com a combinação quase permanente de serviço

$$q = (G + \Psi_2 \cdot Q) \cdot b_f$$

G = Carga permanente total
Q = Carga variável total

q = 1,42 kN/m CF = 0,95 cm
Ly = 3,35 m $\delta t_0 = -0,0514 \text{ cm}$

OBS.: Na combinação quase permanente de serviço as cargas permanentes com seu valores característicos são somadas com as cargas variáveis multiplicadas pelo coeficiente redutor Ψ_2

G = 2,94 kN/m² Q = 1,5 kN/m²

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014, a flecha adicional diferida decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator αf

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'} \quad \rho' = \frac{As'}{b_f \cdot d} \quad \Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da NBR 6118:2014 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses}$$

$\alpha f = 1,31$

$\xi(t > 70) = 2$
 $\xi(t_0) = 0,543637$
 $\Delta \xi = 1,456363$
 $\rho' = 0,002171$

$\delta_{t,f} = 1,1805 \text{ cm}$ (Flecha diferida no tempo devido a fluência)

A flecha máxima total é obtida somando a parcela da flecha imediata com a parcela da flecha devido a fluência

$\delta_{total} = 1,13 \text{ cm}$ (Flecha total da laje)

Verificação da flecha admissível:

De acordo com a Tabela 13.3 da NBR 6118:2014 a flecha máxima admissível da laje para que não provoque desconforto visual para os usuários do edifício é obtida dividindo o menor vão por 250

$\delta_{adm} = 1,36 \text{ cm}$ $\delta_{total} \leq \delta_{adm}$ OK

• Reação de apoio nas vigas:

$$R_x = \frac{F_{total} \cdot L_y \cdot L_x}{2 \cdot L_x} = \frac{F_{total} \cdot L_y}{2}$$

$$R_y = \frac{\left[47 - 17 \cdot \left(\frac{L_x}{L_y}\right)\right] \cdot F_{total} \cdot L_x}{200} \quad ; \quad (L_x/L_y) \leq 2$$

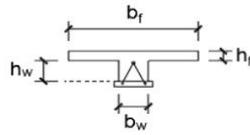
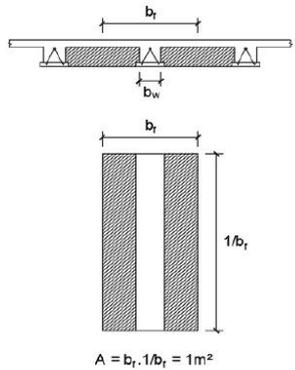
Rx = 7,44 kN/m (Reação de apoio nas vigas perpendiculares as vigotas)
Ry = 1,93 kN/m (Reação de apoio nas vigas paralelas as vigotas)
Ftotal = Carregamento total por m² de laje

As fórmulas para calcular as reações de apoio Rx e Ry foram obtidas na página 89 da seguinte referência bibliográfica:

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4ª Ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

• Levantamento dos quantitativos de materiais para execução da laje:

Antes de determinar a quantidade total de concreto e blocos de enchimento necessários para executar a laje como um todo, é conveniente determinar a quantidade desses materiais para cada m² da laje. Feito isso, basta multiplicar o resultado encontrado por Lx.Ly que terá a quantidade total desses materiais. Logo,



OBS.: O comprimento do bloco de enchimento será representado nas fórmulas abaixo por Lbloco

$$V_c = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f)$$

$$V_{c,total} = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f) \cdot L_x \cdot L_y$$

$V_c = 0,067143 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para cada m² da laje)
 $V_{c,total} = 0,96 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para toda a laje)

$$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = \frac{1/b_f}{L_{bloco}} = \frac{1}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$$Qtd. \text{ blocos total} = \frac{L_x \cdot L_y}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

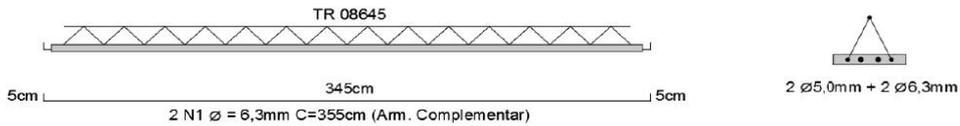
$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = 2,39 \text{ un}$ $Qtd. \text{ blocos total} = 34 \text{ un}$

Para obter a quantidade total de vigotas basta dividir o vão Lx por bf. Portanto:

Qtd. vigotas = 10 un

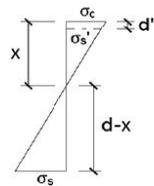
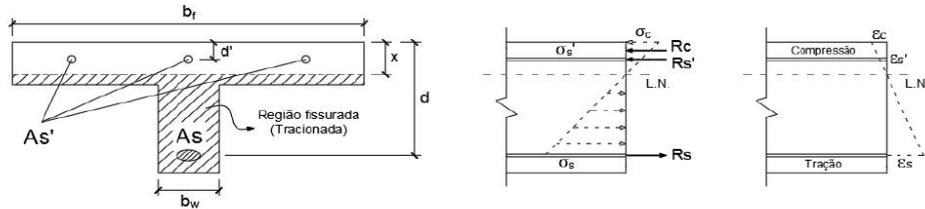
• Detalhamento das vigotas:

A seguir será apresentado um exemplo numérico fictício que pode ser usado como referência para o detalhamento das vigotas



• ANEXO:

Nesse anexo será demonstrado como obter a equação utilizada para calcular a posição da linha neutra com a seção no Estádio II (Após a fissuração). Para isso serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras: relação linear entre tensão e deformação específica para todos os pontos da seção transversal (Lei de Hooke); esforços de tração são resistidos exclusivamente pela armadura presente na região tracionada



Por semelhança de triângulos:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s}{d-x} \quad \sigma_s = \left(\frac{d-x}{x}\right) \sigma_c$$

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s'}{x-d'} \quad \sigma_s' = \left(\frac{x-d'}{x}\right) \sigma_c$$

σ_c = Máxima tensão de compressão no concreto
 σ_s = Máxima tensão de tração no aço
 σ_s' = Máxima tensão de compressão no aço

$$\sum F = 0 \quad : \quad R_s = R_c + R_s'$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) = \frac{x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right)$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot (d-x) = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x-d')$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot d - \alpha_e \cdot A_s \cdot x = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot x - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d'$$

$$\frac{b_f}{2} x^2 + [(\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x + [-(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d] = 0$$

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

$$a_1 = b_f/2$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$R_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2}$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \sigma_s$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \sigma_s'$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

Rc = Força de compressão no concreto

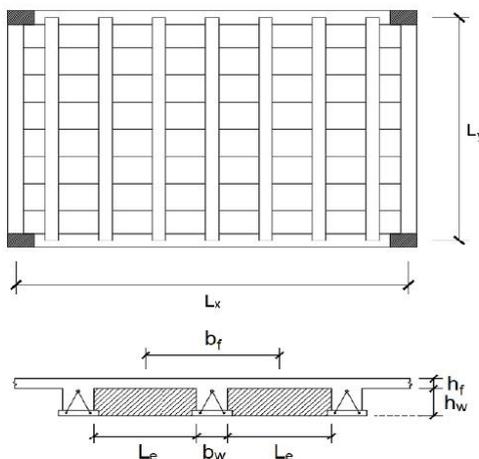
Rs = Força de tração no aço

Rs' = Força de compressão no aço

ae = Fator de homogeneização

ANEXO G - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L7

Memorial de cálculo da laje L7 - Pav. Sup.



L1 é uma laje treliçada unidirecional, o que significa que possui nervuras apenas na direção do vão L_y . Seu cálculo se resume em encontrar a armadura necessária para resistir aos esforços atuando em uma viga com seção T, biapioadada, definida a partir de uma área de influência de largura b_f em torno das nervuras

• Cargas:

Permanente:

Peso próprio =	1,71 kN/m ²
Contrapiso =	0,63 kN/m ²
Revestimento =	0,50 kN/m ²
Forro =	0,12 kN/m ²
Carga adicional =	0,00 kN/m ²

$$PP = [b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w] \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_{conc} + (b_f - b_w) \cdot h_w \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_e$$

PP = Peso próprio por m² de laje
 γ_{conc} = Peso específico do concreto
 γ_e = Peso específico do elemento de enchimento

Variável:

Carga variável =	1,50 kN/m ²
Carga total por m ² da laje =	4,46 kN/m ²

OBS.: Na NBR 6120:2019 estão listados os valores mínimos das cargas acidentais (Variáveis) de acordo com a utilização destinada para a laje (Escritório, quarto, lavanderia etc)

• Propriedade dos materiais:

f_{ck} do concreto =	25 MPa
Tensão de escoamento f_{yk1} =	600 MPa
Tensão de escoamento f_{yk2} =	500 MPa
Peso específico do concreto =	25 kN/m ³
Peso específico do enchimento =	0,18 kN/m ³

OBS.: f_{yk1} e f_{yk2} são, respectivamente, a tensão de escoamento do aço presente no banzo inferior das treliças e do aço da armadura complementar (Valores característicos)

• Coeficientes de ponderação:

γ_f =	1,4	(Coeficiente para majorar os esforços e minorar a resistência do concreto - Item 11.7 e 12.4.1 da NBR 6118:2014)
γ_s =	1,15	(Coeficiente de minoração do aço - Item 12.4.1 da NBR 6118:2014)
Ψ_2 =	0,3	(Coeficiente redutor das cargas variáveis. Ele será utilizado na combinação quase permanente de serviço para calcular a flecha da laje - Tabela 11.2 da NBR 6118:2014)

• Propriedades geométricas:

Largura da nervura (b_w) =	9 cm
Altura do enchimento (h_w) =	8 cm
Comprimento do enchimento =	100 cm
Distância entre nervuras (L_e) =	33 cm
Altura da capa de concreto (h_f) =	4 cm
Altura útil d =	9,2 cm

Foi adotado para b_f o maior valor que obedece as duas condições abaixo (Item 14.6.2.2 da NBR 6118:2014):

$$b_f \leq \begin{cases} b_w + 2 \cdot (0,10 \cdot L_y) \\ b_w + L_e \end{cases} \quad b_f = 26,00 \text{ cm}$$

Vão Lx = 3,15 m
 Vão Ly = 0,85 m
 Largura da área de influência (br) = 26,00 cm
 z = 9 cm

Em geral, br será a distância entre o centro de dois blocos de enchimento adjacentes (bw + Le)

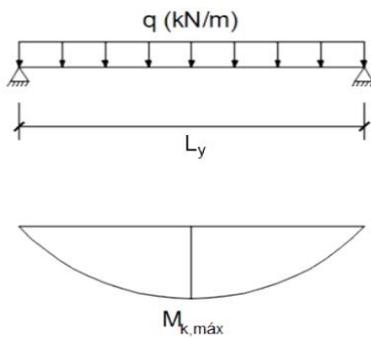
OBS.: A altura útil d corresponde a distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade (C.G.) das armaduras tracionadas

OBS.: z corresponde a distância entre a força resultante de compressão (Fc) e a força resultante de tração (Fs)

• Bitola da armadura de flexão:

Bitola do banzo inferior da treliça (φt) = 5,0 mm
 Bitola da armadura complementar (φc) = 6,3 mm

• Esforços solicitantes:



$$M_{k,max} = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_{d,max} = \gamma_f \cdot M_{k,max}$$

q = Carregamento distribuído na área de influência de uma vigota

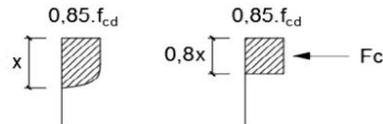
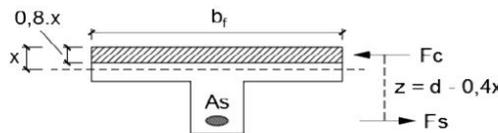
Ly = Comprimento do vão paralelo às vigotas

Mk,max = Momento fletor característico máximo

Md,max = Momento fletor de cálculo máximo

Mk,max = 10,47 kNcm
 Md,max = 14,66 kNcm

• Cálculo da área de aço:



$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot 0,8x = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x$$

$$M_d = F_c \cdot z = F_c \cdot (d - 0,4x) = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

$$-0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x^2 + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot d \cdot x - M_d = 0$$

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 1,088 \cdot \left(\frac{M_d}{b_f \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544}$$

$$F_s = f_{yd1} \cdot A_{s1} + f_{yd2} \cdot A_{s2}$$

$$M_d = F_s \cdot z = f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z + f_{yd2} \cdot A_{s2} \cdot z$$

$$A_{s2} = \frac{M_d - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} \quad ; \quad z = d - 0,4x$$

$$A_{s2} = \frac{F_c \cdot z - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} = \frac{F_c - f_{yd1} \cdot A_{s1}}{f_{yd2}}$$

x = 0,05 cm (Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto)

As1 = 0,39 cm² (Área de aço do banzo inferior da treliça)

As2 = -0,41 cm² (Área de aço da armadura complementar)

$$A_{s1} = 2 \cdot (\pi \cdot \phi_t^2 \cdot 0,25)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

OBS.: Se As2 for negativo isso significa que não é necessário armadura complementar na base de concreto da vigota

Nº de barras complementares = 0

$$\text{Nº de barras} = \frac{A_{s2}}{\pi \cdot \phi_c^2 \cdot 0,25}$$

• Verificações:

Cisalhamento:

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, as lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a força cortante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, for menor ou igual a V_{Rd1}

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd} \quad (\text{Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento})$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} \quad ; \quad f_{ck} \text{ até } 50 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad k = |1,6 - d| \geq 1 \quad ; \quad d \text{ em metros}$$

A_s = Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, sendo $l_{b,nec}$ o comprimento de ancoragem necessário

b_w = Largura das nervuras

d = Altura útil

$$\begin{array}{llll} V_{Rd1} = & 4,01 \text{ kN} & & \\ V_{sd} = & 0,69 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd1} & \text{OK} \end{array}$$

Verificação das diagonais comprimidas de concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto})$$

$$\begin{array}{llll} V_{Rd2} = & 35,93 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd2} & \text{OK} \end{array}$$

Domínio de deformação:

Para garantir boas condições de ductilidade da laje, x/d deve ser menor ou igual a 0,45 (Item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014)

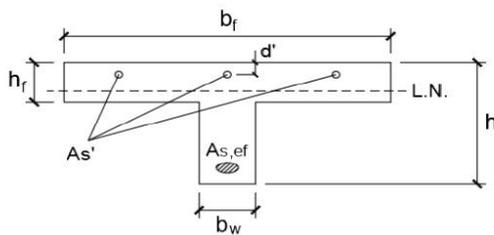
$$\begin{array}{llll} x/d = & 0,0055 & \text{Dom. 2} & \text{OK} \end{array}$$

Linha neutra:

A linha neutra deve estar compreendida dentro da capa de concreto. Para isso, $0 < x < h_f$, onde h_f é a espessura da capa de concreto

$$0 < x < h_f \quad \text{OK}$$

• Estado limite de serviço para deformações excessivas (ELS-DEF):



b_f =	26 cm
h_f =	4 cm
b_w =	9 cm
h =	12 cm
d' =	2 cm
d =	9,2 cm

Propriedades geométricas da seção no Estádio I (Antes da fissuração):

$$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h \quad A_c = 176 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área da seção bruta de concreto})$$

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_c} \quad y_{cg} = 4,45 \text{ cm} \quad (\text{Coordenada y do centro de gravidade da seção bruta de concreto})$$

$$I_c = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_c = 2054,30 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção bruta de concreto em relação ao centro de gravidade})$$

OBS.: Como a seção bruta de concreto é homogênea, o centro de gravidade coincide com a posição da linha neutra no Estádio I

Posição da linha neutra na seção fissurada (Estádio II):

Para verificar o ELS-DEF o cálculo da linha neutra será realizado considerando a influência da área de aço na região comprimida

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2 \cdot a_1} \quad a_1 = \frac{b_f}{2}$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot As' + \alpha_e \cdot As$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot d' - \alpha_e \cdot As \cdot d$$

$$a_1 = 13$$

$$a_2 = 10,57173$$

$$a_3 = -45,7298$$

$$As = -0,02 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço As1 + As2})$$

$$As,ef = 0,39 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada})$$

$$As' = 0,93 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura na região comprimida da laje})$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Para } f_{ck} \text{ de 20MPa a 50MPa}) \quad E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \leq 1,0$$

$$E_{cs} = 24150 \text{ MPa} \quad (\text{Módulo de elasticidade secante do concreto - Item 8.2.8 da NBR 6118:2014})$$

OBS.: No cálculo da posição da linha neutra será adotada a área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada (As,ef)

$$x = 1,51 \text{ cm} \quad (\text{Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto no Estádio II})$$

Cálculo do momento de inércia para a seção fissurada (Estádio II):

$$I_h = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot As \cdot (x - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot (x - d')^2$$

$$I_h = 233,49 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção fissurada em relação a linha neutra})$$

Cálculo do momento de inércia médio de Brunson:

$$M_a = 8,01 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento fletor máximo para a combinação de carregamentos escolhido para verificação do ELS - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014})$$

$$M_a = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad ; \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad y_t = h - y_{cg}$$

$\alpha = 1,2$ para seção T

$$M_r = 83,80 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento de fissuração - Item 17.3 da NBR 6118:2014})$$

$$f_{ct,m} = 0,2565 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Resistência média à tração do concreto})$$

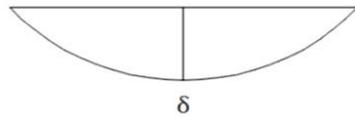
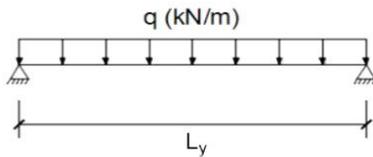
$$y_t = 7,55 \text{ cm} \quad (\text{Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada})$$

$$I_m = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \quad (\text{Momento de inércia médio de Brunson})$$

$$(EI)_{eq, t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$(EI)_{eq,t0} = 4961141,82 \text{ kNcm}^2$ (Rigidez equivalente da seção - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

Cálculo da flecha imediata e diferida:



$$\delta t_0 = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L_y^4}{(EI)_{eq,t0}} - CF$$
 (Flecha máxima imediata para uma laje treliçada unidirecional biapoiada)

q = Carregamento na área de influência das vigotas obtido com a combinação quase permanente de serviço

$$q = (G + \Psi_2 \cdot Q) \cdot b_f$$
 G = Carga permanente total
Q = Carga variável total

q = 0,89 kN/m CF = 0 cm
Ly = 0,85 m $\delta t_0 = 0,0012 \text{ cm}$

OBS.: Na combinação quase permanente de serviço as cargas permanentes com seu valores característicos são somadas com as cargas variáveis multiplicadas pelo coeficiente redutor Ψ_2

G = 2,96 kN/m² Q = 1,5 kN/m²

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014, a flecha adicional diferida decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'} \quad \rho' = \frac{As'}{b_f \cdot d} \quad \Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da NBR 6118:2014 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32}$ para $t \leq 70$ meses $\xi(t > 70) = 2$
 $\xi(t) = 2$ para $t > 70$ meses $\xi(t_0) = 0,543637$
 $\alpha_f = 1,22$ $\Delta \xi = 1,456363$
 $\rho' = 0,003888$

$\delta_{t,f} = 0,0015 \text{ cm}$ (Flecha diferida no tempo devido a fluência)

A flecha máxima total é obtida somando a parcela da flecha imediata com a parcela da flecha devido a fluência

$\delta_{total} = 0,00 \text{ cm}$ (Flecha total da laje)

Verificação da flecha admissível:

De acordo com a Tabela 13.3 da NBR 6118:2014 a flecha máxima admissível da laje para que não provoque desconforto visual para os usuários do edifício é obtida dividindo o menor vão por 250

$\delta_{adm} = 0,34 \text{ cm}$ $\delta_{total} \leq \delta_{adm}$ OK

• Reação de apoio nas vigas:

$$R_x = \frac{F_{total} \cdot L_y \cdot L_x}{2 \cdot L_x} = \frac{F_{total} \cdot L_y}{2}$$
 Rx = 1,90 kN/m (Reação de apoio nas vigas perpendiculares as vigotas)
$$R_y = \frac{\left[47 - 17 \cdot \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \right] \cdot F_{total} \cdot L_x}{200}$$
 ; $(L_x/L_y) \leq 2$ Ry = 0,56 kN/m (Reação de apoio nas vigas paralelas as vigotas)
Ftotal = Carregamento total por m² de laje

As fórmulas para calcular as reações de apoio Rx e Ry foram obtidas na página 89 da seguinte referência bibliográfica:

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4ª Ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

• Levantamento dos quantitativos de materiais para execução da laje:

Antes de determinar a quantidade total de concreto e blocos de enchimento necessários para executar a laje como um todo, é conveniente determinar a quantidade desses materiais para cada m² da laje. Feito isso, basta multiplicar o resultado encontrado por Lx.Ly que terá a quantidade total desses materiais. Logo,

OBS.: O comprimento do bloco de enchimento será representado nas fórmulas abaixo por L_{bloco}

$$V_c = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f)$$

$$V_{c,total} = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f) \cdot L_x \cdot L_y$$

$V_c = 0,067692 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para cada m² da laje)

$V_{c,total} = 0,18 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para toda a laje)

$$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = \frac{1/b_f}{L_{bloco}} = \frac{1}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$$Qtd. \text{ blocos total} = \frac{L_x \cdot L_y}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$A = b_f \cdot 1/b_f = 1 \text{ m}^2$

$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = 4,11 \text{ un}$

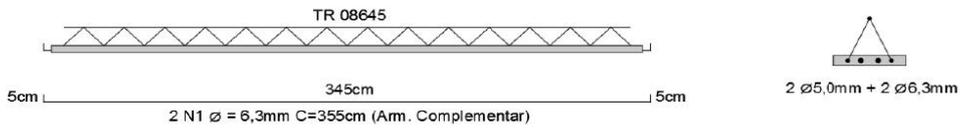
$Qtd. \text{ blocos total} = 11 \text{ un}$

Para obter a quantidade total de vigotas basta dividir o vão Lx por bf. Portanto:

$Qtd. \text{ vigotas} = 12 \text{ un}$

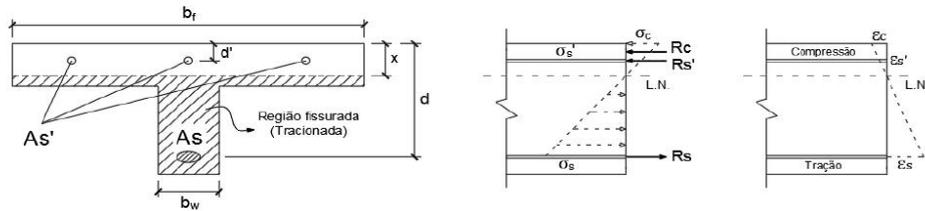
• Detalhamento das vigotas:

A seguir será apresentado um exemplo numérico fictício que pode ser usado como referência para o detalhamento das vigotas



• ANEXO:

Nesse anexo será demonstrado como obter a equação utilizada para calcular a posição da linha neutra com a seção no Estádio II (Após a fissuração). Para isso serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras: relação linear entre tensão e deformação específica para todos os pontos da seção transversal (Lei de Hooke); esforços de tração são resistidos exclusivamente pela armadura presente na região tracionada



Por semelhança de triângulos:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s}{d-x} \quad \sigma_s = \left(\frac{d-x}{x}\right) \sigma_c$$

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s'}{x-d'} \quad \sigma_s' = \left(\frac{x-d'}{x}\right) \sigma_c$$

σ_c = Máxima tensão de compressão no concreto
 σ_s = Máxima tensão de tração no aço
 σ_s' = Máxima tensão de compressão no aço

$$\sum F = 0 \quad : \quad R_s = R_c + R_s'$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) = \frac{x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right)$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot (d-x) = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x-d')$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot d - \alpha_e \cdot A_s \cdot x = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot x - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d'$$

$$\frac{b_f}{2} x^2 + [(\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x + [-(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d] = 0$$

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

$$a_1 = b_f/2$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$R_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2}$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \sigma_s$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \sigma_s'$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

R_c = Força de compressão no concreto

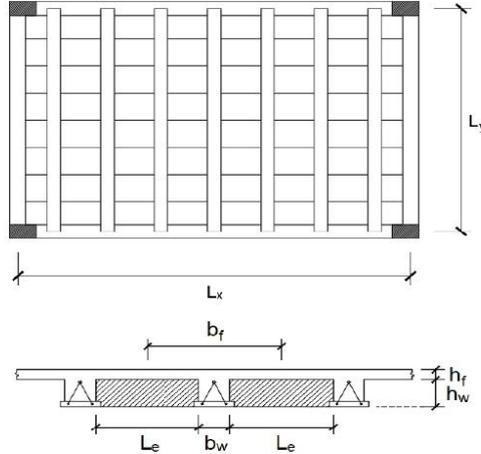
R_s = Força de tração no aço

R_s' = Força de compressão no aço

α_e = Fator de homogeneização

ANEXO H - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L8

Memorial de cálculo da laje L8 - Pav. Sup.



L1 é uma laje treliçada unidirecional, o que significa que possui nervuras apenas na direção do vão L_y . Seu cálculo se resume em encontrar a armadura necessária para resistir aos esforços atuando em uma viga com seção T, biapioadada, definida a partir de uma área de influência de largura b_f em torno das nervuras

• Cargas:

Permanente:

Peso próprio =	1,91 kN/m ²
Contrapiso =	0,63 kN/m ²
Revestimento =	0,50 kN/m ²
Forro =	0,12 kN/m ²
Carga adicional =	0,00 kN/m ²

$$PP = [b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w] \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_{conc} + (b_f - b_w) \cdot h_w \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_e$$

PP = Peso próprio por m² de laje
 γ_{conc} = Peso específico do concreto
 γ_e = Peso específico do elemento de enchimento

Variável:

Carga variável =	1,50 kN/m ²
Carga total por m ² da laje =	4,66 kN/m ²

OBS.: Na NBR 6120:2019 estão listados os valores mínimos das cargas acidentais (Variáveis) de acordo com a utilização destinada para a laje (Escritório, quarto, lavanderia etc)

• Propriedade dos materiais:

f_{ck} do concreto =	25 MPa
Tensão de escoamento f_{yk1} =	600 MPa
Tensão de escoamento f_{yk2} =	500 MPa
Peso específico do concreto =	25 kN/m ³
Peso específico do enchimento =	0,18 kN/m ³

OBS.: f_{yk1} e f_{yk2} são, respectivamente, a tensão de escoamento do aço presente no banzo inferior das treliças e do aço da armadura complementar (Valores característicos)

• Coeficientes de ponderação:

γ_f =	1,4	(Coeficiente para majorar os esforços e minorar a resistência do concreto - Item 11.7 e 12.4.1 da NBR 6118:2014)
γ_s =	1,15	(Coeficiente de minoração do aço - Item 12.4.1 da NBR 6118:2014)
Ψ_2 =	0,3	(Coeficiente redutor das cargas variáveis. Ele será utilizado na combinação quase permanente de serviço para calcular a flecha da laje - Tabela 11.2 da NBR 6118:2014)

• Propriedades geométricas:

Largura da nervura (b_w) =	9 cm
Altura do enchimento (h_w) =	12 cm
Comprimento do enchimento =	100 cm
Distância entre nervuras (L_e) =	33 cm
Altura da capa de concreto (h_f) =	5 cm
Altura útil d =	14 cm

Foi adotado para b_f o maior valor que obedece as duas condições abaixo (Item 14.6.2.2 da NBR 6118:2014):

$$b_f \leq \begin{cases} b_w + 2 \cdot (0,10 \cdot L_y) \\ b_w + L_e \end{cases} \quad b_f = 42,00 \text{ cm}$$

Vão Lx = 4,65 m
 Vão Ly = 4,1 m
 Largura da área de influência (br) = 42,00 cm
 z = 14 cm

Em geral, br será a distância entre o centro de dois blocos de enchimento adjacentes (bw + Le)

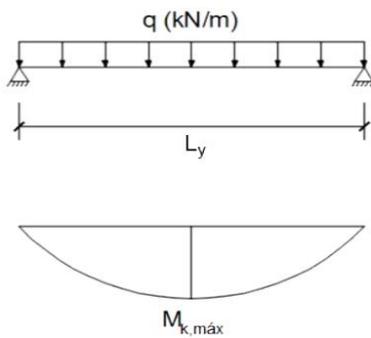
OBS.: A altura útil d corresponde a distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade (C.G.) das armaduras tracionadas

OBS.: z corresponde a distância entre a força resultante de compressão (Fc) e a força resultante de tração (Fs)

• Bitola da armadura de flexão:

Bitola do banzo inferior da treliça (φt) = 5,0 mm
 Bitola da armadura complementar (φc) = 6,3 mm

• Esforços solicitantes:



$$M_{k,max} = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_{d,max} = \gamma_f \cdot M_{k,max}$$

q = Carregamento distribuído na área de influência de uma vigota

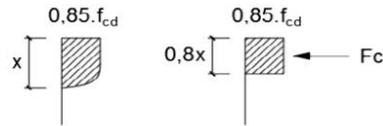
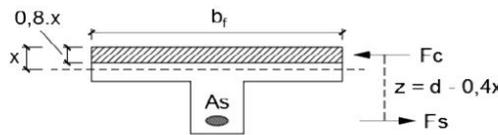
Ly = Comprimento do vão paralelo às vigotas

Mk,max = Momento fletor característico máximo

Md,max = Momento fletor de cálculo máximo

Mk,max = 411,24 kNcm
 Md,max = 575,74 kNcm

• Cálculo da área de aço:



$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot 0,8x = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x$$

$$M_d = F_c \cdot z = F_c \cdot (d - 0,4x) = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

$$-0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x^2 + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot d \cdot x - M_d = 0$$

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 1,088 \cdot \left(\frac{M_d}{b_f \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544}$$

$$F_s = f_{yd1} \cdot A_{s1} + f_{yd2} \cdot A_{s2}$$

$$M_d = F_s \cdot z = f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z + f_{yd2} \cdot A_{s2} \cdot z$$

$$A_{s2} = \frac{M_d - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} \quad ; \quad z = d - 0,4x$$

$$A_{s2} = \frac{F_c \cdot z - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} = \frac{F_c - f_{yd1} \cdot A_{s1}}{f_{yd2}}$$

x = 0,83 cm (Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto)

As1 = 0,39 cm² (Área de aço do banzo inferior da treliça)

As2 = 0,50 cm² (Área de aço da armadura complementar)

$$A_{s1} = 2 \cdot (\pi \cdot \phi_t^2 \cdot 0,25)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

OBS.: Se As2 for negativo isso significa que não é necessário armadura complementar na base de concreto da vigota

Nº de barras complementares = 2

$$\text{Nº de barras} = \frac{A_{s2}}{\pi \cdot \phi_c^2 \cdot 0,25}$$

• Verificações:

Cisalhamento:

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, as lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a força cortante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, for menor ou igual a V_{Rd1}

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25f_{ctd} \quad (\text{Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento})$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} \quad ; \quad f_{ck} \text{ até } 50 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad k = |1,6 - d| \geq 1 \quad ; \quad d \text{ em metros}$$

A_s = Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, sendo $l_{b,nec}$ o comprimento de ancoragem necessário

b_w = Largura das nervuras

d = Altura útil

$$\begin{array}{llll} V_{Rd1} = & 8,01 \text{ kN} & & \\ V_{sd} = & 5,62 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd1} & \text{OK} \end{array}$$

Verificação das diagonais comprimidas de concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto})$$

$$\begin{array}{llll} V_{Rd2} = & 54,68 \text{ kN} & V_{sd} \leq V_{Rd2} & \text{OK} \end{array}$$

Domínio de deformação:

Para garantir boas condições de ductilidade da laje, x/d deve ser menor ou igual a 0,45 (Item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014)

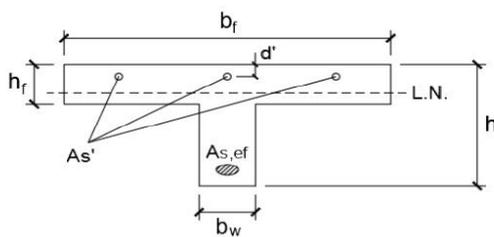
$$\begin{array}{llll} x/d = & 0,0590 & \text{Dom. 2} & \text{OK} \end{array}$$

Linha neutra:

A linha neutra deve estar compreendida dentro da capa de concreto. Para isso, $0 < x < h_f$, onde h_f é a espessura da capa de concreto

$$0 < x < h_f \quad \text{OK}$$

• Estado limite de serviço para deformações excessivas (ELS-DEF):



b_f =	42 cm
h_f =	5 cm
b_w =	9 cm
h =	17 cm
d' =	2 cm
d =	14 cm

Propriedades geométricas da seção no Estádio I (Antes da fissuração):

$$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h \quad A_c = 318 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área da seção bruta de concreto})$$

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_c} \quad y_{cg} = 5,39 \text{ cm} \quad (\text{Coordenada y do centro de gravidade da seção bruta de concreto})$$

$$I_c = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_c = 6886,42 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção bruta de concreto em relação ao centro de gravidade})$$

OBS.: Como a seção bruta de concreto é homogênea, o centro de gravidade coincide com a posição da linha neutra no Estádio I

Posição da linha neutra na seção fissurada (Estádio II):

Para verificar o ELS-DEF o cálculo da linha neutra será realizado considerando a influência da área de aço na região comprimida

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2 \cdot a_1} \quad a_1 = \frac{b_f}{2}$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot As' + \alpha_e \cdot As$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot d' - \alpha_e \cdot As \cdot d$$

$$a_1 = 21$$

$$a_2 = 15,99303$$

$$a_3 = -138,019$$

$$As = 0,89 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço As1 + As2})$$

$$As,ef = 1,02 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada})$$

$$As' = 0,93 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura na região comprimida da laje})$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Para } f_{ck} \text{ de 20MPa a 50MPa}) \quad E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \leq 1,0$$

$$E_{cs} = 24150 \text{ MPa} \quad (\text{Módulo de elasticidade secante do concreto - Item 8.2.8 da NBR 6118:2014})$$

OBS.: No cálculo da posição da linha neutra será adotada a área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada (As,ef)

$$x = 2,21 \text{ cm} \quad (\text{Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto no Estádio II})$$

Cálculo do momento de inércia para a seção fissurada (Estádio II):

$$I_h = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot As \cdot (x - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot As' \cdot (x - d')^2$$

$$I_h = 1379,68 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção fissurada em relação a linha neutra})$$

Cálculo do momento de inércia médio de Brunson:

$$M_a = 318,58 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento fletor máximo para a combinação de carregamentos escolhido para verificação do ELS - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014})$$

$$M_a = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad ; \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad y_t = h - y_{cg}$$

$\alpha = 1,2$ para seção T

$$M_r = 182,52 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento de fissuração - Item 17.3 da NBR 6118:2014})$$

$$f_{ct,m} = 0,2565 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Resistência média à tração do concreto})$$

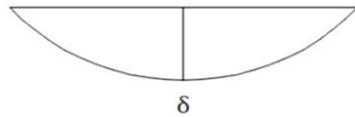
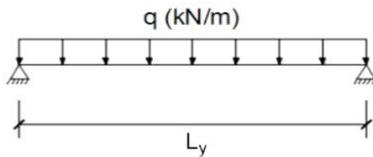
$$y_t = 11,61 \text{ cm} \quad (\text{Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada})$$

$$I_m = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \quad (\text{Momento de inércia médio de Brunson})$$

$$(EI)_{eq, t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$(EI)_{eq,t0} = 5832753,28 \text{ kNcm}^2$ (Rigidez equivalente da seção - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

Cálculo da flecha imediata e diferida:



$$\delta t_0 = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L_y^4}{(EI)_{eq,t0}} - CF$$

(Flecha máxima imediata para uma laje treliçada unidirecional biapoiada)

q = Carregamento na área de influência das vigotas obtido com a combinação quase permanente de serviço

$$q = (G + \Psi_2 \cdot Q) \cdot b_f$$

G = Carga permanente total
Q = Carga variável total

q = 1,52 kN/m CF = 1 cm
Ly = 4,1 m $\delta t_0 = -0,0436 \text{ cm}$

OBS.: Na combinação quase permanente de serviço as cargas permanentes com seu valores característicos são somadas com as cargas variáveis multiplicadas pelo coeficiente redutor Ψ_2

G = 3,16 kN/m² Q = 1,5 kN/m²

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014, a flecha adicional diferida decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'} \quad \rho' = \frac{As'}{b_f \cdot d} \quad \Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da NBR 6118:2014 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \quad \xi(t > 70) = 2$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses} \quad \xi(t_0) = 0,543637$$

$$\Delta \xi = 1,456363$$

$$\rho' = 0,001582$$

$\delta_{t,f} = 1,2908 \text{ cm}$ (Flecha diferida no tempo devido a fluência)

A flecha máxima total é obtida somando a parcela da flecha imediata com a parcela da flecha devido a fluência

$\delta_{total} = 1,25 \text{ cm}$ (Flecha total da laje)

Verificação da flecha admissível:

De acordo com a Tabela 13.3 da NBR 6118:2014 a flecha máxima admissível da laje para que não provoque desconforto visual para os usuários do edifício é obtida dividindo o menor vão por 250

$\delta_{adm} = 1,64 \text{ cm}$ $\delta_{total} \leq \delta_{adm}$ OK

• Reação de apoio nas vigas:

$$R_x = \frac{F_{total} \cdot L_y \cdot L_x}{2 \cdot L_x} = \frac{F_{total} \cdot L_y}{2}$$

$$R_y = \frac{\left[47 - 17 \cdot \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \right] \cdot F_{total} \cdot L_x}{200} ; \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \leq 2$$

Rx = 9,55 kN/m (Reação de apoio nas vigas perpendiculares as vigotas)
Ry = 2,46 kN/m (Reação de apoio nas vigas paralelas as vigotas)
Ftotal = Carregamento total por m² de laje

As fórmulas para calcular as reações de apoio Rx e Ry foram obtidas na página 89 da seguinte referência bibliográfica:

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4ª Ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

• Levantamento dos quantitativos de materiais para execução da laje:

Antes de determinar a quantidade total de concreto e blocos de enchimento necessários para executar a laje como um todo, é conveniente determinar a quantidade desses materiais para cada m² da laje. Feito isso, basta multiplicar o resultado encontrado por Lx.Ly que terá a quantidade total desses materiais. Logo,

OBS.: O comprimento do bloco de enchimento será representado nas fórmulas abaixo por L_{bloco}

$$V_c = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f)$$

$$V_{c,total} = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f) \cdot L_x \cdot L_y$$

$V_c = 0,075714 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para cada m² da laje)

$V_{c,total} = 1,44 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para toda a laje)

$$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = \frac{1/b_f}{L_{bloco}} = \frac{1}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$$Qtd. \text{ blocos total} = \frac{L_x \cdot L_y}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$A = b_f \cdot 1/b_f = 1\text{m}^2$

$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = 2,41 \text{ un}$

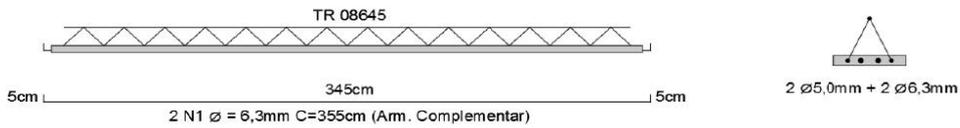
$Qtd. \text{ blocos total} = 46 \text{ un}$

Para obter a quantidade total de vigotas basta dividir o vão Lx por bf. Portanto:

$Qtd. \text{ vigotas} = 11 \text{ un}$

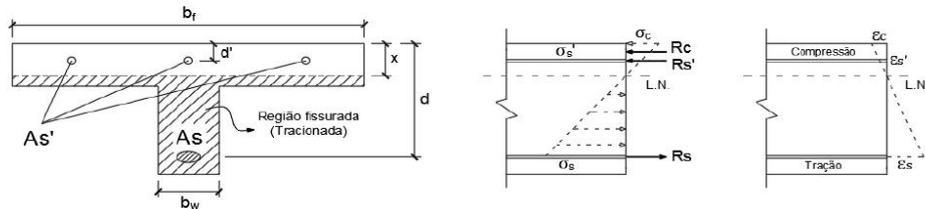
• Detalhamento das vigotas:

A seguir será apresentado um exemplo numérico fictício que pode ser usado como referência para o detalhamento das vigotas



• ANEXO:

Nesse anexo será demonstrado como obter a equação utilizada para calcular a posição da linha neutra com a seção no Estádio II (Após a fissuração). Para isso serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras: relação linear entre tensão e deformação específica para todos os pontos da seção transversal (Lei de Hooke); esforços de tração são resistidos exclusivamente pela armadura presente na região tracionada



Por semelhança de triângulos:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s}{d-x} \quad \sigma_s = \left(\frac{d-x}{x}\right) \sigma_c$$

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s'}{x-d'} \quad \sigma_s' = \left(\frac{x-d'}{x}\right) \sigma_c$$

σ_c = Máxima tensão de compressão no concreto

σ_s = Máxima tensão de tração no aço

σ_s' = Máxima tensão de compressão no aço

$$\sum F = 0 \quad : \quad R_s = R_c + R_s'$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) = \frac{x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right)$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot (d-x) = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x-d')$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot d - \alpha_e \cdot A_s \cdot x = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot x - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d'$$

$$\frac{b_f}{2} x^2 + [(\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x + [-(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d] = 0$$

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

$$a_1 = b_f/2$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$R_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2}$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \sigma_s$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \sigma_s'$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

R_c = Força de compressão no concreto

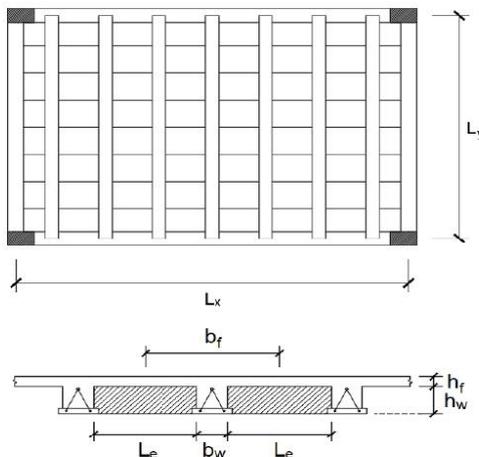
R_s = Força de tração no aço

R_s' = Força de compressão no aço

α_e = Fator de homogeneização

ANEXO I - Memorial de Cálculo de Dimensionamento e Verificação da Laje L9

Memorial de cálculo da laje L9 - Pav. Sup.



L1 é uma laje treliçada unidirecional, o que significa que possui nervuras apenas na direção do vão L_y . Seu cálculo se resume em encontrar a armadura necessária para resistir aos esforços atuando em uma viga com seção T, biapioadada, definida a partir de uma área de influência de largura b_f em torno das nervuras

• Cargas:

Permanente:

Peso próprio =	1,91 kN/m ²
Contrapiso =	0,63 kN/m ²
Revestimento =	0,50 kN/m ²
Forro =	0,12 kN/m ²
Carga adicional =	0,00 kN/m ²

$$PP = [b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w] \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_{conc} + (b_f - b_w) \cdot h_w \cdot \left(\frac{1}{b_f}\right) \cdot \gamma_e$$

PP = Peso próprio por m² de laje
 γ_{conc} = Peso específico do concreto
 γ_e = Peso específico do elemento de enchimento

Variável:

Carga variável =	1,50 kN/m ²
Carga total por m ² da laje =	4,66 kN/m ²

OBS.: Na NBR 6120:2019 estão listados os valores mínimos das cargas acidentais (Variáveis) de acordo com a utilização destinada para a laje (Escritório, quarto, lavanderia etc)

• Propriedade dos materiais:

f_{ck} do concreto =	25 MPa
Tensão de escoamento f_{yk1} =	600 MPa
Tensão de escoamento f_{yk2} =	500 MPa
Peso específico do concreto =	25 kN/m ³
Peso específico do enchimento =	0,18 kN/m ³

OBS.: f_{yk1} e f_{yk2} são, respectivamente, a tensão de escoamento do aço presente no banzo inferior das treliças e do aço da armadura complementar (Valores característicos)

• Coeficientes de ponderação:

γ_f =	1,4	(Coeficiente para majorar os esforços e minorar a resistência do concreto - Item 11.7 e 12.4.1 da NBR 6118:2014)
γ_s =	1,15	(Coeficiente de minoração do aço - Item 12.4.1 da NBR 6118:2014)
Ψ_2 =	0,3	(Coeficiente redutor das cargas variáveis. Ele será utilizado na combinação quase permanente de serviço para calcular a flecha da laje - Tabela 11.2 da NBR 6118:2014)

• Propriedades geométricas:

Largura da nervura (b_w) =	9 cm
Altura do enchimento (h_w) =	12 cm
Comprimento do enchimento =	100 cm
Distância entre nervuras (L_e) =	33 cm
Altura da capa de concreto (h_f) =	5 cm
Altura útil d =	14 cm

Foi adotado para b_f o maior valor que obedece as duas condições abaixo (Item 14.6.2.2 da NBR 6118:2014):

$$b_f \leq \begin{cases} b_w + 2 \cdot (0,10 \cdot L_y) \\ b_w + L_e \end{cases} \quad b_f = 42,00 \text{ cm}$$

Vão Lx = 4,65 m
 Vão Ly = 3,75 m
 Largura da área de influência (bf) = 42,00 cm
 z = 14 cm

Em geral, bf será a distância entre o centro de dois blocos de enchimento adjacentes (bw + Le)

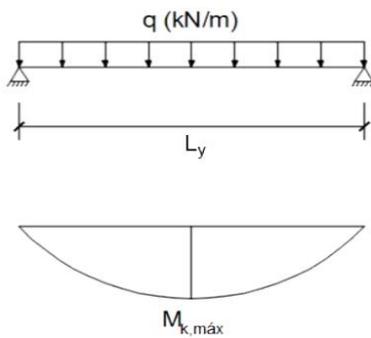
OBS.: A altura útil d corresponde a distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade (C.G.) das armaduras tracionadas

OBS.: z corresponde a distância entre a força resultante de compressão (Fc) e a força resultante de tração (Fs)

• Bitola da armadura de flexão:

Bitola do banzo inferior da treliça (φt) = 5,0 mm
 Bitola da armadura complementar (φc) = 6,3 mm

• Esforços solicitantes:



$$M_{k,max} = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_{d,max} = \gamma_f \cdot M_{k,max}$$

q = Carregamento distribuído na área de influência de uma vigota

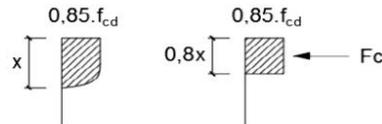
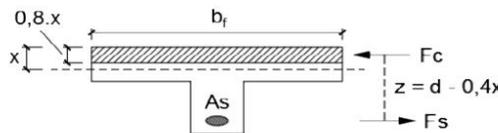
Ly = Comprimento do vão paralelo às vigotas

Mk,max = Momento fletor característico máximo

Md,max = Momento fletor de cálculo máximo

Mk,max = 344,03 kNcm
 Md,max = 481,64 kNcm

• Cálculo da área de aço:



$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot 0,8x = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x$$

$$M_d = F_c \cdot z = F_c \cdot (d - 0,4x) = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

$$-0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x^2 + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot d \cdot x - M_d = 0$$

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 1,088 \cdot \left(\frac{M_d}{b_f \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544}$$

$$F_s = f_{yd1} \cdot A_{s1} + f_{yd2} \cdot A_{s2}$$

$$M_d = F_s \cdot z = f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z + f_{yd2} \cdot A_{s2} \cdot z$$

$$A_{s2} = \frac{M_d - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} \quad ; \quad z = d - 0,4x$$

$$A_{s2} = \frac{F_c \cdot z - f_{yd1} \cdot A_{s1} \cdot z}{f_{yd2} \cdot z} = \frac{F_c - f_{yd1} \cdot A_{s1}}{f_{yd2}}$$

x = 0,69 cm (Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto)

As1 = 0,39 cm² (Área de aço do banzo inferior da treliça)

As2 = 0,34 cm² (Área de aço da armadura complementar)

$$A_{s1} = 2 \cdot (\pi \cdot \phi_t^2 \cdot 0,25)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

OBS.: Se As2 for negativo isso significa que não é necessário armadura complementar na base de concreto da vigota

Nº de barras complementares = 2

$$\text{Nº de barras} = \frac{A_{s2}}{\pi \cdot \phi_c^2 \cdot 0,25}$$

• Verificações:

Cisalhamento:

De acordo com o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, as lajes maciças ou nervuradas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração oriundas da força cortante, quando a força cortante de cálculo (V_{sd}), a uma distância d da face do apoio, for menor ou igual a V_{Rd1}

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante})$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd} \quad (\text{Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento})$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} \quad ; \quad f_{ck} \text{ até } 50 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad k = |1,6 - d| \geq 1 \quad ; \quad d \text{ em metros}$$

A_s = Área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, sendo $l_{b,nec}$ o comprimento de ancoragem necessário

b_w = Largura das nervuras

d = Altura útil

$V_{Rd1} =$	7,71 kN	$V_{sd} \leq V_{Rd1}$	OK
$V_{sd} =$	5,14 kN		

Verificação das diagonais comprimidas de concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto})$$

$V_{Rd2} =$	54,68 kN	$V_{sd} \leq V_{Rd2}$	OK
-------------	----------	-----------------------	----

Domínio de deformação:

Para garantir boas condições de ductilidade da laje, x/d deve ser menor ou igual a 0,45 (Item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014)

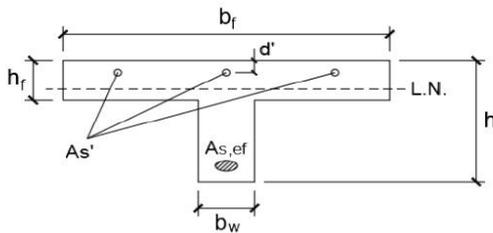
$x/d =$	0,0491	Dom. 2	OK
---------	--------	--------	----

Linha neutra:

A linha neutra deve estar compreendida dentro da capa de concreto. Para isso, $0 < x < h_f$, onde h_f é a espessura da capa de concreto

$0 < x < h_f$	OK
---------------	----

• Estado limite de serviço para deformações excessivas (ELS-DEF):



$b_f =$	42 cm
$h_f =$	5 cm
$b_w =$	9 cm
$h =$	17 cm
$d' =$	2 cm
$d =$	14 cm

Propriedades geométricas da seção no Estádio I (Antes da fissuração):

$$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h \quad A_c = 318 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área da seção bruta de concreto})$$

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_c} \quad y_{cg} = 5,39 \text{ cm} \quad (\text{Coordenada y do centro de gravidade da seção bruta de concreto})$$

$$I_c = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_c = 6886,42 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção bruta de concreto em relação ao centro de gravidade})$$

OBS.: Como a seção bruta de concreto é homogênea, o centro de gravidade coincide com a posição da linha neutra no Estádio I

Posição da linha neutra na seção fissurada (Estádio II):

Para verificar o ELS-DEF o cálculo da linha neutra será realizado considerando a influência da área de aço na região comprimida

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2 \cdot a_1} \quad a_1 = \frac{b_f}{2}$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$a_1 = 21$$

$$a_2 = 15,99303$$

$$a_3 = -138,019$$

$$A_s = 0,73 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço As1 + As2})$$

$$A_{s,ef} = 1,02 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada})$$

$$A_s' = 0,93 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço da armadura na região comprimida da laje})$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Para } f_{ck} \text{ de 20MPa a 50MPa}) \quad E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \leq 1,0$$

$$E_{cs} = 24150 \text{ MPa} \quad (\text{Módulo de elasticidade secante do concreto - Item 8.2.8 da NBR 6118:2014})$$

OBS.: No cálculo da posição da linha neutra será adotada a área de aço da armadura de tração efetivamente utilizada ($A_{s,ef}$)

$$x = 2,21 \text{ cm} \quad (\text{Distância da linha neutra até a fibra mais comprimida de concreto no Estádio II})$$

Cálculo do momento de inércia para a seção fissurada (Estádio II):

$$I_h = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x - d')^2$$

$$I_h = 1379,68 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de inércia da seção fissurada em relação a linha neutra})$$

Cálculo do momento de inércia médio de Brunson:

$$M_a = 266,51 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento fletor máximo para a combinação de carregamentos escolhido para verificação do ELS - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014})$$

$$M_a = \frac{q \cdot L_y^2}{8} \quad M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad ; \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad y_t = h - y_{cg}$$

$\alpha = 1,2$ para seção T

$$M_r = 182,52 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento de fissuração - Item 17.3 da NBR 6118:2014})$$

$$f_{ct,m} = 0,2565 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Resistência média à tração do concreto})$$

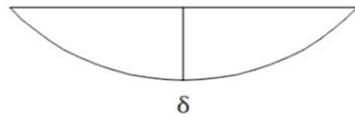
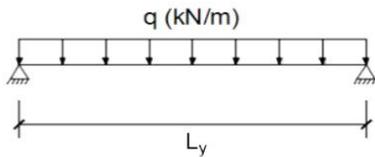
$$y_t = 11,61 \text{ cm} \quad (\text{Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada})$$

$$I_m = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \quad (\text{Momento de inércia médio de Brunson})$$

$$(EI)_{eq, t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_h \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$(EI)_{eq,t0} = 7603610,89 \text{ kNcm}^2$ (Rigidez equivalente da seção - Item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014)

Cálculo da flecha imediata e diferida:



$$\delta t_0 = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L_y^4}{(EI)_{eq,t0}} - CF$$

(Flecha máxima imediata para uma laje treliçada unidirecional biapoiada)

q = Carregamento na área de influência das vigotas obtido com a combinação quase permanente de serviço

$$q = (G + \Psi_2 \cdot Q) \cdot b_f$$

G = Carga permanente total
Q = Carga variável total

q = 1,52 kN/m CF = 0 cm
Ly = 3,75 m $\delta t_0 = 0,5134 \text{ cm}$

OBS.: Na combinação quase permanente de serviço as cargas permanentes com seu valores característicos são somadas com as cargas variáveis multiplicadas pelo coeficiente redutor Ψ_2

G = 3,16 kN/m² Q = 1,5 kN/m²

Segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014, a flecha adicional diferida decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'} \quad \rho' = \frac{As'}{b_f \cdot d} \quad \Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 da NBR 6118:2014 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \quad \xi(t > 70) = 2$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses} \quad \xi(t_0) = 0,543637$$

$$\alpha_f = 1,35 \quad \Delta \xi = 1,456363$$

$$\rho' = 0,001582$$

$\delta_{t,f} = 0,6929 \text{ cm}$ (Flecha diferida no tempo devido a fluência)

A flecha máxima total é obtida somando a parcela da flecha imediata com a parcela da flecha devido a fluência

$\delta_{total} = 1,21 \text{ cm}$ (Flecha total da laje)

Verificação da flecha admissível:

De acordo com a Tabela 13.3 da NBR 6118:2014 a flecha máxima admissível da laje para que não provoque desconforto visual para os usuários do edifício é obtida dividindo o menor vão por 250

$\delta_{adm} = 1,50 \text{ cm}$ $\delta_{total} \leq \delta_{adm}$ OK

• Reação de apoio nas vigas:

$$R_x = \frac{F_{total} \cdot L_y \cdot L_x}{2 \cdot L_x} = \frac{F_{total} \cdot L_y}{2}$$

$$R_y = \frac{\left[47 - 17 \cdot \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \right] \cdot F_{total} \cdot L_x}{200} ; \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \leq 2$$

Rx = 8,74 kN/m (Reação de apoio nas vigas perpendiculares as vigotas)
Ry = 2,27 kN/m (Reação de apoio nas vigas paralelas as vigotas)
Ftotal = Carregamento total por m² de laje

As fórmulas para calcular as reações de apoio Rx e Ry foram obtidas na página 89 da seguinte referência bibliográfica:

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4ª Ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

- Levantamento dos quantitativos de materiais para execução da laje:

Antes de determinar a quantidade total de concreto e blocos de enchimento necessários para executar a laje como um todo, é conveniente determinar a quantidade desses materiais para cada m² da laje. Feito isso, basta multiplicar o resultado encontrado por Lx.Ly que terá a quantidade total desses materiais. Logo,

OBS.: O comprimento do bloco de enchimento será representado nas fórmulas abaixo por L_{bloco}

$$V_c = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f)$$

$$V_{c,total} = (b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w) \cdot (1/b_f) \cdot L_x \cdot L_y$$

$V_c = 0,075714 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para cada m² da laje)

$V_{c,total} = 1,32 \text{ m}^3$ (Volume de concreto para toda a laje)

$$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = \frac{1/b_f}{L_{bloco}} = \frac{1}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$$Qtd. \text{ blocos total} = \frac{L_x \cdot L_y}{b_f \cdot L_{bloco}}$$

$A = b_f \cdot 1/b_f = 1\text{m}^2$

$Qtd. \text{ blocos por m}^2 = 2,41 \text{ un}$

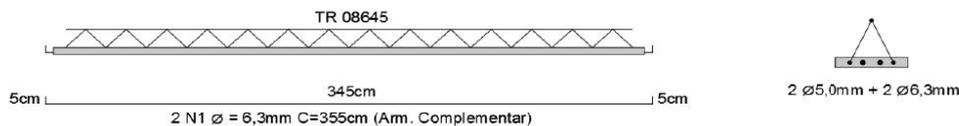
$Qtd. \text{ blocos total} = 42 \text{ un}$

Para obter a quantidade total de vigotas basta dividir o vão Lx por bf. Portanto:

$Qtd. \text{ vigotas} = 11 \text{ un}$

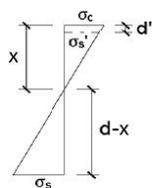
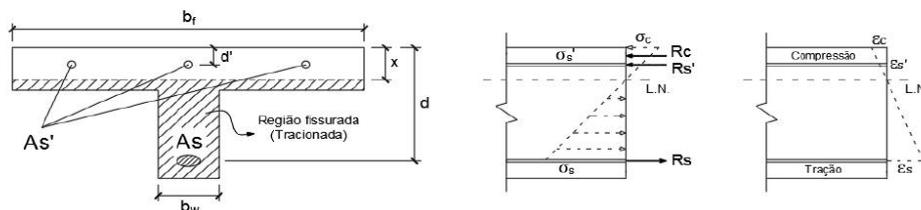
- Detalhamento das vigotas:

A seguir será apresentado um exemplo numérico fictício que pode ser usado como referência para o detalhamento das vigotas



- ANEXO:

Nesse anexo será demonstrado como obter a equação utilizada para calcular a posição da linha neutra com a seção no Estádio II (Após a fissuração). Para isso serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras: relação linear entre tensão e deformação específica para todos os pontos da seção transversal (Lei de Hooke); esforços de tração são resistidos exclusivamente pela armadura presente na região tracionada



Por semelhança de triângulos:

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s}{d-x} \quad \sigma_s = \left(\frac{d-x}{x}\right) \sigma_c$$

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s'}{x-d'} \quad \sigma_s' = \left(\frac{x-d'}{x}\right) \sigma_c$$

σ_c = Máxima tensão de compressão no concreto

σ_s = Máxima tensão de tração no aço

σ_s' = Máxima tensão de compressão no aço

$$\sum F = 0 \quad : \quad R_s = R_c + R_s'$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) = \frac{x \cdot b_f}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right)$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot (d-x) = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x-d')$$

$$\alpha_e \cdot A_s \cdot d - \alpha_e \cdot A_s \cdot x = \frac{b_f \cdot x^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot x - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d'$$

$$\frac{b_f}{2} x^2 + [(\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x + [-(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d] = 0$$

$$x = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$$

$$a_1 = b_f/2$$

$$a_2 = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -(\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d$$

$$R_c = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b_f}{2}$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \sigma_s$$

$$R_s = \alpha_e \cdot A_s \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right) \sigma_c$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \sigma_s'$$

$$R_s' = (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot \left(\frac{x-d'}{x} \right) \sigma_c$$

R_c = Força de compressão no concreto

R_s = Força de tração no aço

R_s' = Força de compressão no aço

α_e = Fator de homogeneização